## Намагничивание магнетиков. Классификация магнетиков

При намагничивании магнетика каждый его атом создает магнитное поле так, как если бы в атоме циркулировал некоторый замкнутый ток. Этот элементарный ток Ампер называл *молекулярным током*; мы его будем называть *микротоком*. Магнитное поле микротока можно охарактеризовать магнитным моментом $\vec{\rho}_m$

$$\vec{\rho}_m = i' \vec{S} \tag{1}$$

где $i'$ – сила микротока; $\vec{S}$ – вектор, численно равный площади, охватываемой микротоком, и связанный с направлением микротока правилом правого буравчика.

Магнитные поля микротоков, складываясь, дают результирующее собственное поле вещества $\vec{B}'$, магнитные моменты этих токов дают некоторый результирующий магнитный момент. Интенсивность намагничивания вещества характеризует вектор намагниченности $\vec{J}$.

**Вектор намагниченности $\vec{J}$ – физическая величина, равная магнитному моменту единицы объема вещества**.

В изотропных неферромагнитных магнетиках в не очень сильных полях и при не очень высоких частотах внешнего поля $\vec{B}_0$ вектор намагниченности $\vec{J}$ пропорционален $\vec{B}_0$:

$$\vec{J} = \chi \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \quad (2)$$

где $\mu_0$ – магнитная постоянная; $\chi$ – безразмерный коэффициент пропорциональности, называемый объемной магнитной восприимчивостью вещества.

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \quad (3)$$

называется относительной магнитной проницаемостью вещества.

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0 \quad (4)$$

## Диамагнетики

Все вещества в магнитном отношении делятся на *диамагнетики*, *парамагнетики* и магнетики с упорядоченной магнитной структурой – *ферромагнетики*.

С точки зрения макроскопической теории, *диамагнетики* – это вещества, имеющие отрицательную магнитную восприимчивость и меньшую единицы магнитную проницаемость:

$$\chi < 0, \quad \mu < 1$$

Диамагнетиками являются инертные газы, многие органические соединения, некоторые металлы ($Bi$, $Zn$, $Au$, $Cu$, $Ag$, $Hg$) смолы, молекулярный водород, стекло, мрамор и др.

Вектор намагниченности в диамагнетиках антипараллелен намагничивающему полю $B_0$, поэтому результирующее поле в диамагнетиках $B$ всегда слабее внешнего поля $B_0$. Восприимчивость диамагнетиков не зависит от температуры и намагничивающего поля (в не очень сильных полях) и весьма мала по абсолютной величине. Так, у меди $\chi = -8{,}4 \cdot 10^{-7}$, у висмута $\chi = -1{,}7 \cdot 10^{-4}$

Вектор намагниченности диамагнетиков пропорционален намагничивающему внешнему полю $\vec{B}_0$. С точки зрения микроскопической теории, диамагнетики – это вещества, молекулы которых в отсутствие внешнего магнитного поля не обладают магнитными моментами.

Основным механизмом намагничивания диамагнетиков – является *атомный диамагнетизм* (диамагнетизм связанных электронов).

**Приобретение атомами магнитных моментов во внешнем магнитном поле за счет прецессии электронных орбит называется атомным диамагнетизмом, или диамагнетизмом связанных электронов.** Этот эффект имеет место во всех без исключения веществах.

В металлах, полупроводниках, ионизированных газах и т.д. имеет место диамагнетизм свободных электронов. В таких веществах диамагнетизм обусловлен движением свободных электронов по винтовой траектории. За счет такого движения создается магнитный момент, направленный против поля.

## Парамагнетики

Если собственный магнитный момент атомов отличен от нуля, вещество оказывается парамагнитным. Магнитное поле стремится установить магнитные моменты атомов вдоль $\vec{B}_0$, а тепловое движение стремится разориентировать их равномерно по всем направлениям. В результате устанавливается некоторая преимущественная ориентация моментов вдоль поля, тем большая, чем больше $\vec{B}_0$, и тем меньшая, чем выше температура.

С точки зрения макроскопической теории, *парамагнетики* – это вещества, для которых $\chi$, как и у диамагнетиков, невелика, но положительна, а $\mu$ несколько больше единицы:

$$\chi > 0, \mu > 1$$

Парамагнетиками являются Na, K, Rb, Cs, Mg, Al, Mn, Pt, O, растворы солей железа и др. Восприимчивость парамагнетиков при обычных температурах лежит в пределах от $10^{-3}$ до $10^{-6}$. Так у алюминия $\chi = 2 \cdot 10^{-5}$, у платины $\chi = 3 \cdot 10^{-4}$

## Ферромагнетики

*Ферромагнетики – вещества, способные намагничиваться очень сильно*, внутреннее поле в таких веществах может в $10^2 - 10^6$ раз превышать внешнее магнитное поле:

$$\chi > 0, \quad \mu \gg 1$$

Ферромагнетиками являются Fe, Co, Ni, Gd, сплавы и соединения этих элементов, некоторые сплавы и соединения Mn и Cr с неферромагнитными элементами и др.

Ферромагнетики, кроме способности сильно намагничиваться, обладают рядом свойств, существенно отличающих их от других магнетиков.

1. Зависимость намагниченности $\vec{J}$, а, следовательно, и индукции результирующего поля $\vec{B}$ от намагничивающего внешнего поля $\vec{B}_0$ в ферромагнетиках *нелинейная*.

2. Намагниченность ферромагнетика определяется не только существующим внешним магнитным полем, но и предысторией намагничивания. Зависимость намагниченности ферромагнетика при данной напряженности намагничивающего поля от предшествующих состояний называется *магнитным гистерезисом*.

3. При некоторой температуре, называемой точкой Кюри, ферромагнетик утрачивает свои особые свойства. Точка Кюри для чистого железа составляет 1043 К (770 °С), для никеля 663 К (360 °С), кобальта 1422 К (1149 °С).

При температуре выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик.

Свойства ферромагнетиков можно объяснить действием между атомами так называемого *обменного взаимодействия*, благодаря которому энергетически выгодным оказывается состояние с параллельной ориентацией электронных спинов и, следовательно, спиновых магнитных моментов. Силы, ориентирующие спины электронов параллельно друг другу, немагнитные. Области ферромагнетика, в которых спины параллельны, называются *доменами*. В пределах каждого домена ферромагнетик самопроизвольно (спонтанно) намагничен до насыщения.

## УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Между электрическими зарядами и токами, с одной стороны, и создаваемыми ими электрическими и магнитными полями, с другой, существует связь. Связь существует и между самими электрическими и магнитными полями. Эта связь проявляется в том, что электрическое и магнитное поля способны превращаться друг в друга. При всяком изменении магнитного поля возникает электрическое поле и, наоборот, при всяком изменении электрического поля возникает магнитное поле. Уравнения Максвелла в сжатой математической форме отражают все эти связи и все эти процессы.

## Первое уравнение Максвелла

Как известно, при изменении магнитного потока, пронизывающего неподвижный проводящий контур, в последнем возникает вихревое электрическое поле, которое и создает в контуре ЭДС индукции.

Максвелл установил, что проводящий контур в этом процессе не играет принципиальной роли, а является лишь прибором, обнаруживающим вихревое электрическое поле. Переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле независимо от того, имеются или нет проводники в той области пространства, где существует переменное магнитное поле.

Итак, переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле.

Согласно закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{5}$$

По определению ЭДС есть циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_{стор} d\vec{l}$$

В рассматриваемом случае $\vec{E}_{стор} = \vec{E}_{вихр}$ где $\vec{E}_{вихр}$ – напряженность вихревого электрического поля. Следовательно,

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{вихр} d\vec{l} \tag{6}$$

Первое интегральное уравнение Максвелла

$$\oint_L \vec{E}_{вихр} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (7)$$

**Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля по произвольному замкнутому контуру *L* равна по абсолютной величине и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока, через поверхность, опирающуюся на контур *L*.**

Вихревое электрическое поле $\vec{E}_{вихр}$ порождается изменяющимся магнитным полем. Полное электрическое поле в любой точке пространства в общем случае равно сумме полей $\vec{E}_{эл.ст}$ и $\vec{E}_{вихр}$.

## Второе уравнение Максвелла

Другое фундаментальное положение теории Максвелла гласит, что переменное электрическое поле создает магнитное поле.

Рассмотрим вакуумный конденсатор, к которому приложена переменная разность потенциалов. Эта разность потенциалов создает между обкладками конденсатора переменное электрическое поле. *По Максвеллу, переменное электрическое поле создает в окружающем пространстве магнитное поле так, как если бы между обкладками протекал вполне определенный ток проводимости.*

Линии магнитного поля, порождаемого изменяюшимся электрическим полем, замыкаются вокруг линий вектора $\frac{d\vec{E}}{dt}$. Переменное электрическое поле Максвелл назвал *током смещения*.

Для расчета магнитного поля можно, в частности, воспользоваться законом полного тока (теоремой о циркуляции вектора $\vec{H}$). При существовании переменного магнитного поля

$$\oint_L \vec{H}\, d\vec{l} = I_{\text{пров.}} + I_{\text{смещ.}} \tag{8}$$

где $I_{\text{пров.}}$ и $I_{\text{смещ.}}$ – ток проводимости и ток смещения соответственно.

По Максвеллу плотность тока смещения

$$\vec{J}_{\text{смещ.}} = \frac{d\vec{D}}{dt} \tag{9}$$

где $\vec{D}$ – вектор электрического смещения.

С учетом (9)

$$I_{\text{смещ.}} = \int_S \vec{J}_{\text{смещ.}}\, d\vec{S} = \int_S \frac{d\vec{D}}{dt}\, d\vec{S} \tag{10}$$

Подставив (10) в (8) получим второе интегральное уравнение Максвелла: циркуляция $\vec{B}$ по произвольному контуру интегрирования $L$ в среде равна

$$\int_L \vec{H}\, d\vec{l} = \int_S (\vec{j}_{\text{пров.}} + \frac{d\vec{D}}{dt}) d\vec{S} \qquad (11)$$

Итак, магнитное поле создается, во-первых, любыми электрическими токами и, во-вторых, изменяющимся электрическим полем (током смещения). Токами, создающими магнитное поле, могут быть токи проводимости, токи в вакууме, микротоки и токи поляризации. *Токи поляризации* возникают в диэлектриках при наличии в них переменного электрического поля.

Второе уравнение Максвелла называют также **законом, теоремой полного тока.**

**Третье уравнение Максвелла** выражает теорему Остроградского-Гаусса для потока вектора электрического смещения $\vec{D}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность $S$, охватывающую свободный заряд $q_{своб.}$

$$\int_S \vec{D}\,d\vec{S} = q_{\text{своб}} \qquad (12)$$

**Четвертое уравнение Максвелла** является обобщением теоремы Остроградского-Гаусса для случая *переменного* магнитного поля:

$$\int_S \vec{B}\,d\vec{S} = 0 \qquad (13)$$

Рассмотренные четыре уравнения Максвелла недостаточны для расчета электромагнитного поля в среде. К ним нужно добавить уравнения, характеризующие электрические и магнитные свойства среды. Для *изотропной* среды дополнительные уравнения имеют вид:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad \vec{j}_{\text{пров.}} = \sigma\vec{E} \qquad (14)$$

где $\sigma$ – удельная проводимость вещества.

Таким образом, полная система уравнений Максвелла состоит из четырех уравнений (7), (11), (12), (13) и соотношений (14).

Полная система уравнений Максвелла при наличии некоторых дополнительных условий позволяет решать с определенной степенью точности любую задачу, связанную с электрическими и магнитными процессами.

Уравнения Максвелла могут быть представлены в дифференциальной форме, так как интегральные уравнения при решении конкретных задач полезны только в самых простых случаях, например при наличии симметрии зарядов и токов, при условии, что среда безгранична, однородна, изотропна и неферромагнитная.

# ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

## Понятие колебательного движения

**Колебания – это любой физический процесс, характеризующийся той или иной повторяемостью во времени и пространстве.**

Примерами колебаний могут служить периодическое смещение точек из положения равновесия в упругой среде, вибрации корпуса корабля, звук, радиоволны, свет, переменные токи и т.д. Колебания могут быть **периодическими** и **апериодическими**.

**Колебания называются периодическими, если значения изменяющихся физических величин повторяются через равные промежутки времени**.

Наименьший промежуток времени $T$, по истечении которого значение изменяющейся физической величины повторяется (по модулю и направлению, если эта величина векторная; по абсолютной величине и знаку, если она скалярная), называется **периодом колебаний** этой величины. Число полных колебаний, совершаемых колеблющейся величиной за единицу времени называется **частотой колебаний** этой величины. Период и частота связаны соотношением

$$\nu = \frac{1}{T} \qquad (1)$$

В системе СИ частота измеряется в герцах (Гц).

Колебания называются **апериодическими**, если значения изменяющихся физических величин повторяются через неравные промежутки времени.

В зависимости от характера воздействия на колеблющуюся систему различают следующие периодические колебания: свободные (собственные) и вынужденные колебания.

**Свободные** – это колебания, происходящие в колебательной системе, предоставленной самой себе после выведения ее из состояния устойчивого равновесия. Например, колебания груза на пружине, колебания тока в идеальном колебательном контуре.

**Вынужденные** – это колебания, происходящие в колебательной системе под действием внешних периодических воздействий (колебание тока в колебательном контуре с внешним источником напряжения).

Различные по своей природе колебания подчиняются одним и тем же закономерностям, описываются одними и теми же уравнениями, исследуются одними и теми же методами. В дальнейшем нас будут интересовать механические и электромагнитные колебания.

**Гармонические колебания. Упругие и квазиупругие силы.**

Простейшими, но наиболее важными из периодических колебаний являются **гармонические колебания**. **Гармоническими называют колебания, при которых колеблющиеся физические величины изменяются со временем по закону косинуса или синуса.**

Закономерности, которым подчиняются гармонические колебания, важно знать потому, что многие реальные колебательные процессы близки по своим свойствам к гармоническим, а периодические негармонические колебания есть результат сложения нескольких гармонических колебаний.

Покажем на примере механических колебаний, что в колебательной системе будут совершаться гармонические колебания, если в системе действуют упругие или **квазиупругие силы**. Квазиупругими будем называть силы, не являющиеся по своей природе упругими, но подобные упругим по характеру зависимости от координат.

Пусть материальная точка принадлежит упругой среде. Если точку вывести из положения равновесия вдоль, например, оси $x$, то на нее будет действовать упругая сила, подчиняющаяся закону Гука:

$$F_x = -kx \tag{2}$$

Согласно второму закону Ньютона

$$ma_x = F_x = -kx \tag{3}$$

где $a_x$ – проекция ускорения на ось $x$.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \tag{4}$$

Выражение (4) представляет собой однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Приведя его к канонической форме, получим

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{5}$$

$\omega_0^2 = k/m$; $\omega_0$ – круговая или циклическая частота собственных колебаний.

Уравнение (5) представляет собой **дифференциальное уравнение собственных гармонических колебаний материальной точки.**

Одним из решений уравнения (5) является решение вида

$$x = x_0 \cdot cos\ (\omega_0\, t + \varphi_0) \tag{6}$$

где $x$ – смещение точки из положения равновесия в момент времени $t$;
$x_0$ – **амплитуда колебаний** (максимальная величина смещения точки).

Аргумент

$$\varphi = (\omega_0\, t + \varphi_0) \tag{7}$$

называется **фазой колебаний**, а $\varphi_0$ – **начальной фазой колебаний** (фаза колебаний в момент времени $t = 0$). Мгновенное значение фазы характеризует состояние колеблющейся точки, поскольку каждому значению фазы соответствует определенные значения смещения точки и ее скорости.

Уравнение (6) называется **уравнением свободных колебаний**, а система, совершающая колебания, описываемые им, называется идеальным гармоническим осциллятором.

Установим связь между угловой частотой $\omega_0$ и периодом колебаний $T$. Из (7) следует, что угловая частота – это величина, характеризующая быстроту изменения фазы с течением времени и равная приращению фазы за единицу времени

$$\omega_0 = (\varphi - \varphi_0)/t \tag{8}$$

За время $T$ фаза возрастает на 2π. Из (1.8) следует, что $\omega_0 = 2\pi / T$. Так как $\nu = 1/ T$, то

$$\omega_0 = 2\pi / T = 2\pi\nu \tag{9}$$

Угловая частота показывает, сколько полных колебаний совершается за $2\pi$ секунд.

Аналогично, электромагнитные колебания в идеальном колебательном контуре происходят по закону:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0 \qquad (10)$$

где $\omega_0$ – круговая частота собственных колебаний заряда $q$ на обкладках конденсатора; $\omega_0^2 = 1/LC$.

Решением уравнения (10), в частности, является выражение вида

$$q = q_0 \cdot \cos\,(\omega_0\, t + \varphi_0), \qquad (11)$$

где $q$ – мгновенное значение заряда обкладок конденсатора;

$q_0$ – амплитуда колебаний заряда конденсатора.

Сравнивая (5) и (10), (6) и (11), можно убедиться, что механические и электромагнитные колебания описываются подобными дифференциальными уравнениями и их решениями. Данный факт подтверждает положение о том, что различные по своей природе колебания подчиняются одним и тем же закономерностям.

## Соответствие величин, характеризующих механические и электромагнитные колебания

| Механические колебания | Электромагнитные колебания |
|---|---|
| Координата $x$ | Заряд $q$ |
| Масса $m$ | Индуктивность $L$ |
| Коэффициент упругости $k$ | Величина, обратная емкости $1/C$ |
| Скорость $v$ | Ток $i$ |
| Ускорение $dv/dt$ | Скорость изменения тока $di/dt$ |
| Потенциальная энергия $kx^2/2$ | Энергия электрического поля $q^2/2C$ |
| Кинетическая энергия $mv^2/2$ | Энергия магнитного поля $Li^2/2$ |
| Коэффициент трения r | Омическое сопротивление $R$ |
| Внешняя сила $F$ | Электродвижущая сила $\varepsilon$ |