лекция 7

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

<u>определ</u>

ение

<u>Магнитным полем</u>

называется одна

из форм материи, которая

проявля-

ется в силовом воздействии

на

двигающиеся электрические

заряды.

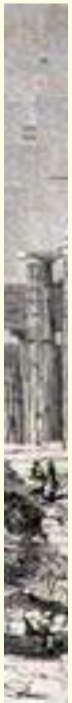
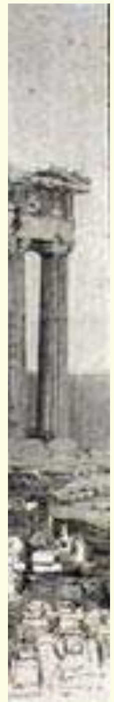
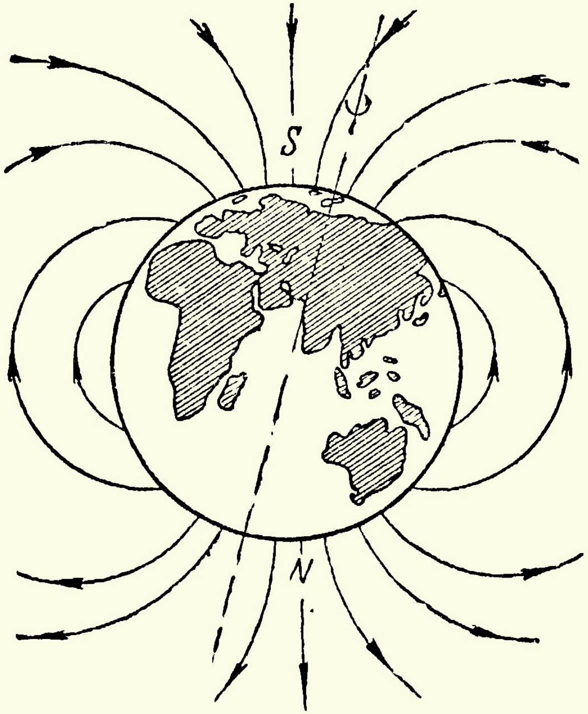
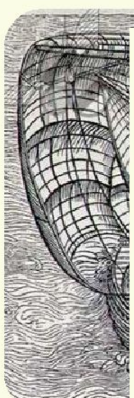




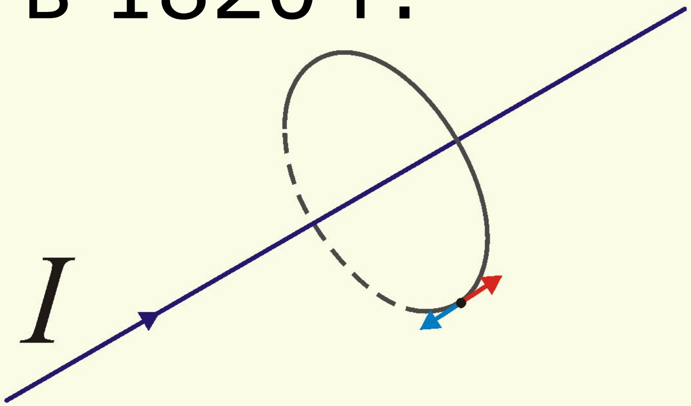
Рис. 218 Направление силовых
ка линий магнитного поля Земли.(.)





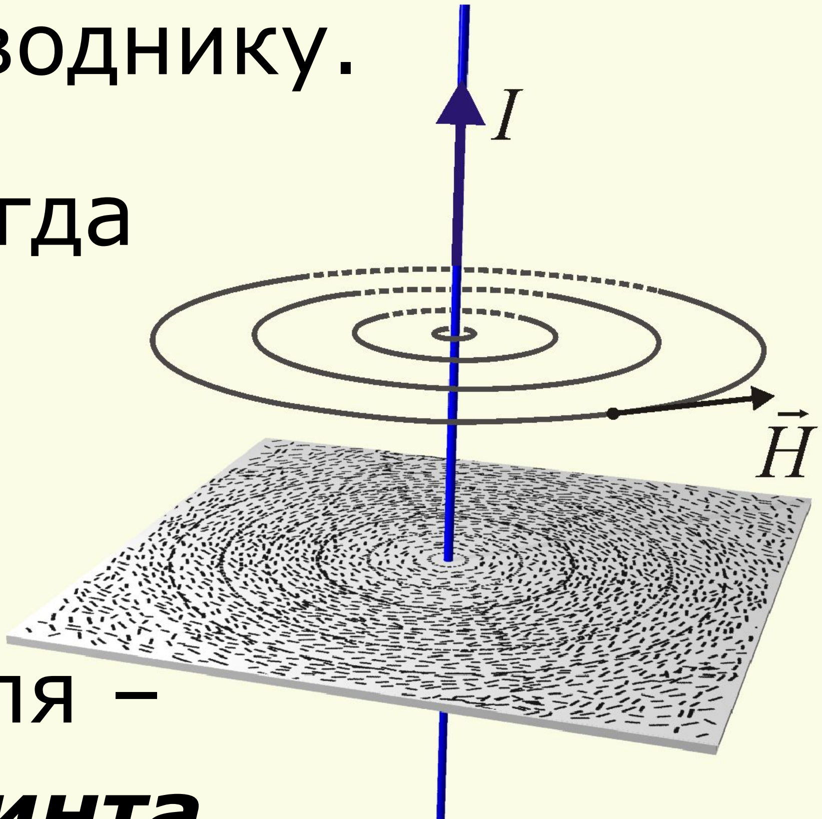


Магнитное поле было открыто Эрстедом в 1820 г.



Он наблюдал отклонение магнитной стрелки при пропускании тока по проводнику.

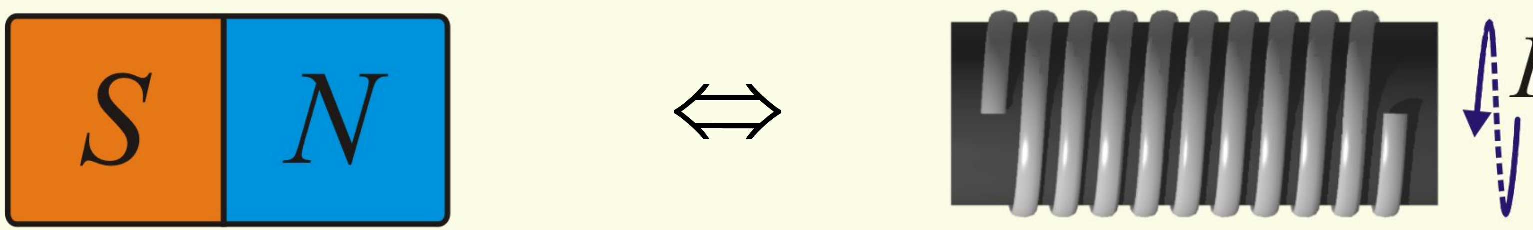
Силовые линии МП всегда **замкнуты**.

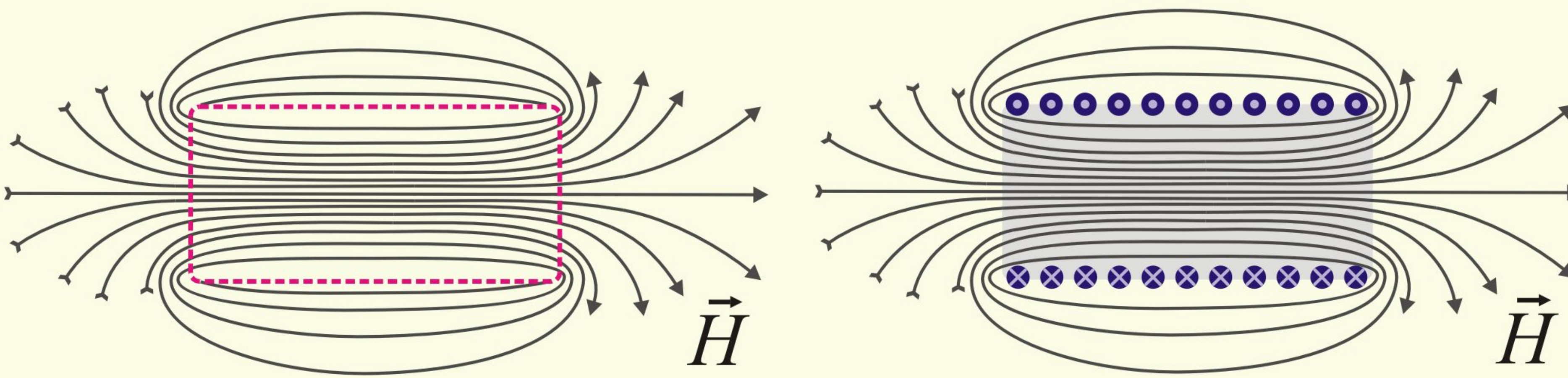


Для прямого тока направление силового вектора магнитного поля – по правилу ***правого винта.***

В 1820 г. Ампер открыл взаимодействие электрических токов.

Им была доказана эквивалентность поля постоянного магнита и соленоида.





Основные выводы

1) разделение магнита невозможно (магнитные заряды не найдены)

2) все магнитные взаимодействия сводятся к взаимодействию элементов тока

3) источником магнитного поля является двигающийся заряд (переменное электрическое поле)

§§ Закон Био-Савара-Лапласа

1820 г., J.B.Biot, F.Savart проводили измерение силы dF, с которой элемент тока IdL действует на магнитный полюс, удаленный на расстояние r:

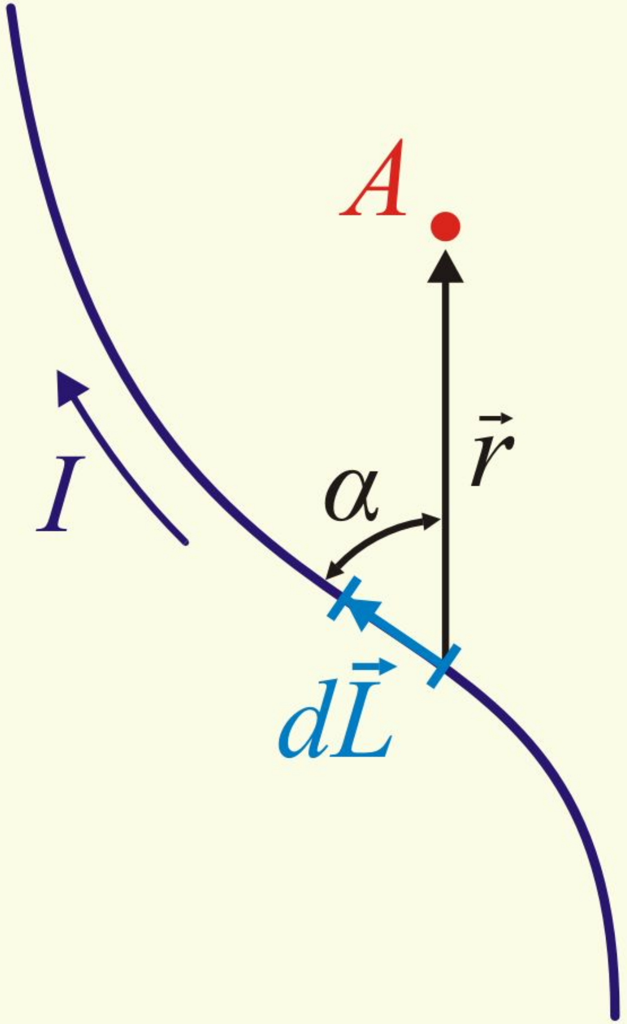
$$dF \sim (IdL) f_1(\alpha) f_2(r)$$

Результаты были проанализированы и обобщены Лапласом (*P.Laplace*):

1) магнитное поле пропорционально силе тока;

2) убывает с расстоянием от тока;

3) напряженность поля можно вычислить суммированием вкладов от малых элементов тока.



Пусть

A – точка наблюдения (где необходимо вычислить $\vec{H}$)

dL – длина элемента с током $d\vec{L} \uparrow\uparrow I$

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента в точку наблюдения

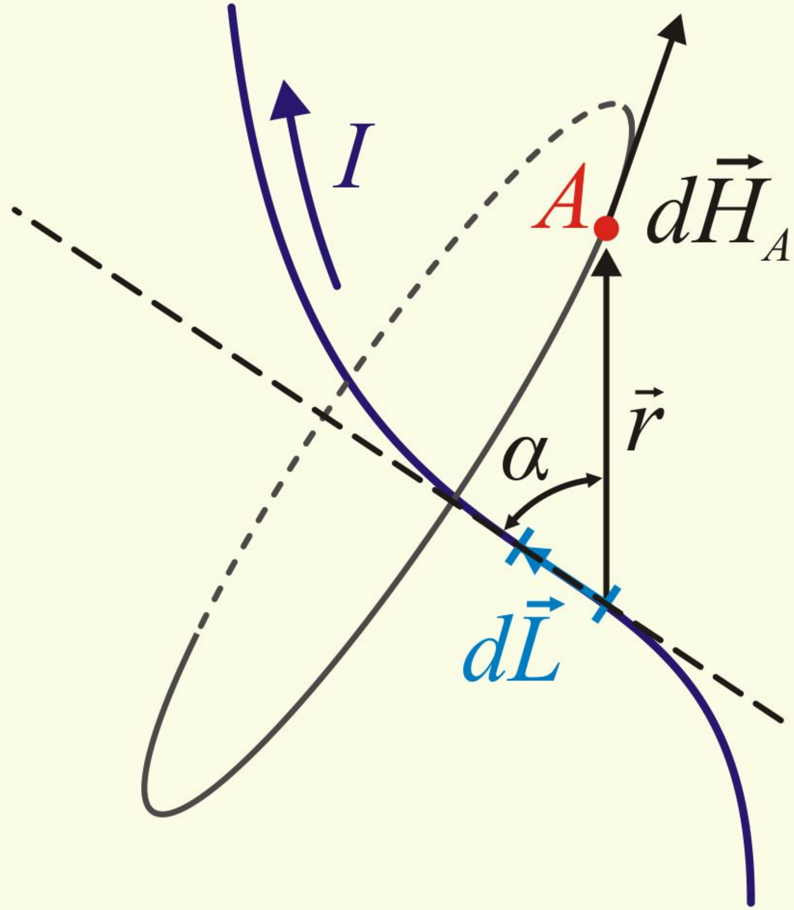
α – угол между $d\vec{L}$ и $\vec{r}$

Тогда

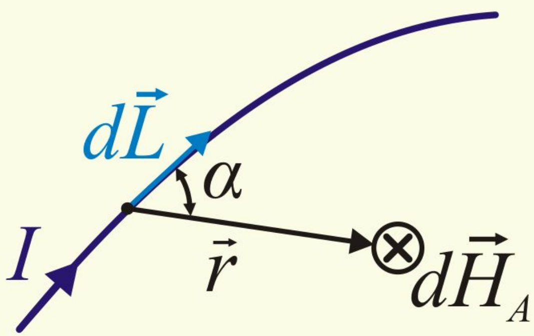
$$d\vec{H}_A = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^3}$$

или

$$dH_A = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{dL \sin\alpha}{r^2}$$



Закон Био–Савара–Лапласа
в дифференциальной форме

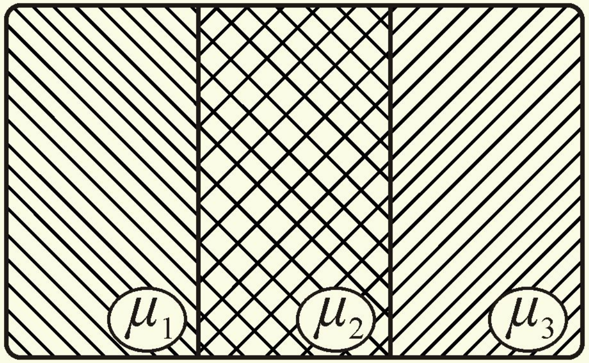


$\vec{H}$ – называется **напряженностью** магнитного поля

$[H]$ = 1 А/м (ампер на метр)

$\vec{B}$ – ***вектор магнитной индукции***

$$\boxed{\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}}$$



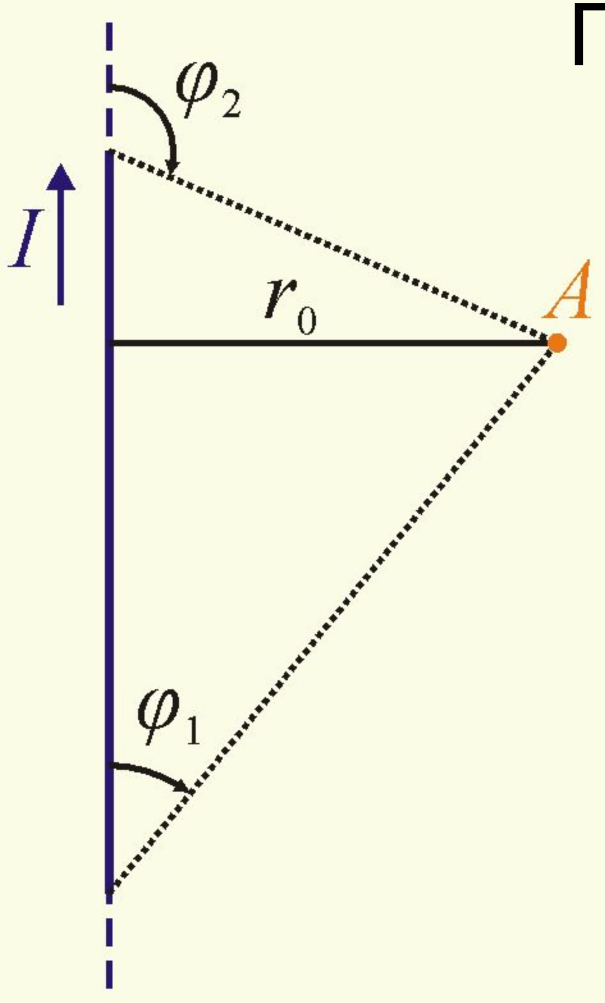
$H_1 = H_2 = H_3 = H$

$[B]$ = 1 Тл (Тесла)

μ – ***магнитная проницаемость*** среды

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м (генри на метр)

§§ Поле прямого тока

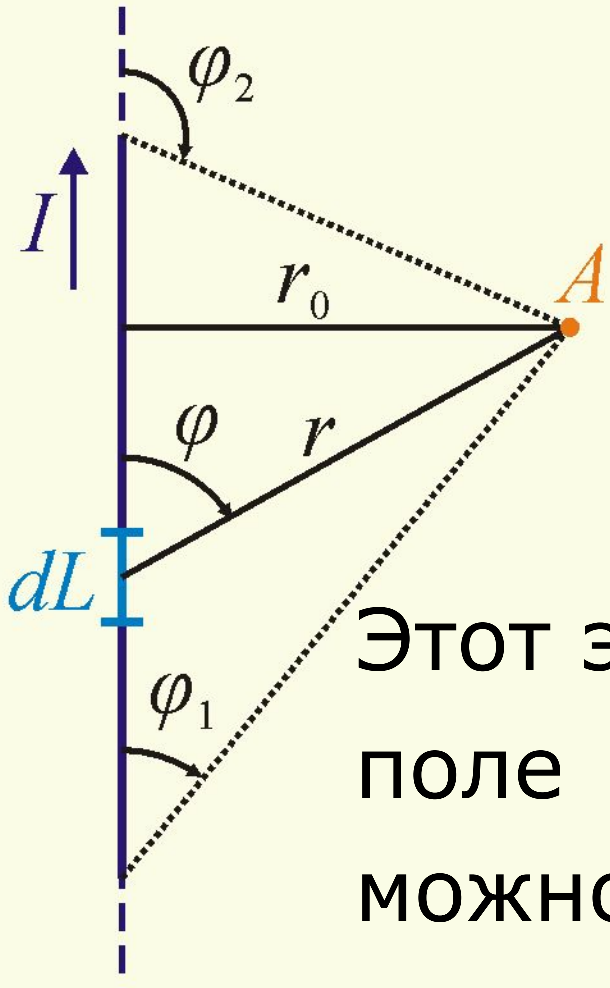


Пусть

I – ток в проводнике

r_0 – расстояние от тока до точки наблюдения A

φ_1, φ_2 – углы, под которыми видны концы проводника



Выделим на проводнике малый элемент:

dL – его длина

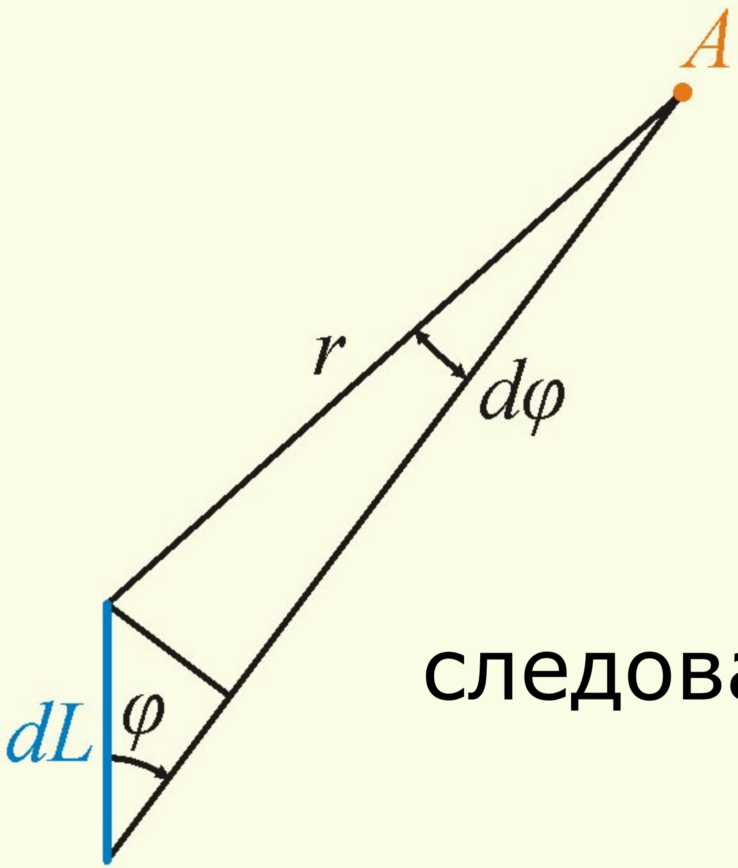
r – расстояние от него до точки A

φ – угол наблюдения

Этот элемент создает в точке A поле $\otimes d\vec{H}_A$, модуль которого можно найти из закона Б-С-Л:

$$dH_A = \frac{I}{4\pi}\frac{dL\sin\varphi}{r^2}$$

Из рисунка видно, что $r = \dfrac{r_0}{\sin\varphi}$



$$dL \cdot \sin\varphi \approx r \cdot d\varphi$$

следовательно

$$dH_A = \frac{I}{4\pi r_0} \sin\varphi \, d\varphi$$

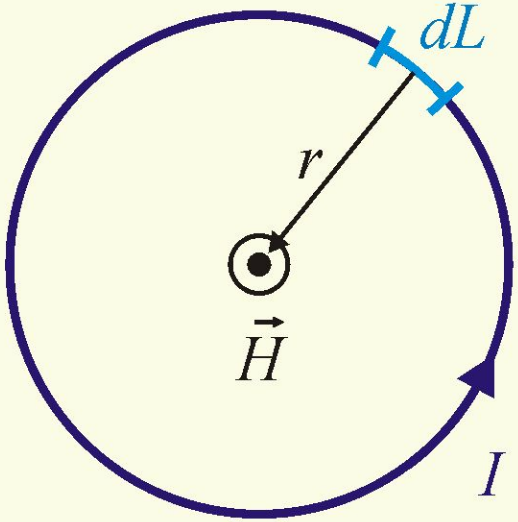
$$H_A = \int dH_A = \frac{I}{4\pi r_0} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin\varphi \, d\varphi$$

$$= \frac{I}{4\pi r_0} \left[\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2 \right]$$

При $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \pi$ получаем поле бесконечного прямого тока на расстоянии r_0 от него:

$$\boxed{H_A = \frac{I}{2\pi r_0}}$$

§§ Магнитное поле кругового витка



$$dH = \frac{I}{4\pi}\frac{dL\sin\varphi}{r^2}$$

$$\sin\varphi = 1,\ d\vec{L} \perp \vec{r}$$

$$H = \int dH = \frac{I}{4\pi r^2}\int dL$$

$$\boxed{H = \frac{I}{2r}}$$ – поле кругового витка

§§ Магнитный момент

Рассмотрим поле на оси диполя

$$E = k\frac{q}{r^2} - k\frac{q}{(r+L)^2} = kq\frac{(r+L)^2 - r^2}{r^2(r+L)^2}$$

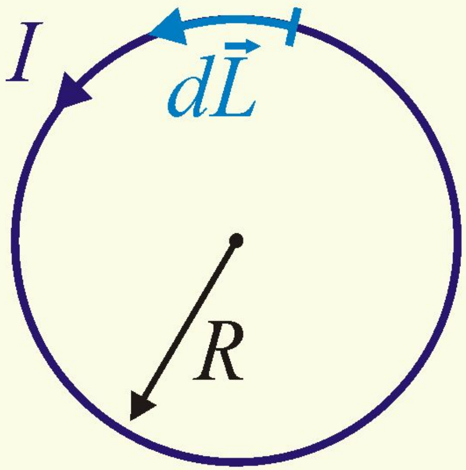
$$\approx kq\frac{2rL}{r^4} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\,2r}{r^4} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{p}{2\pi r^3}$$

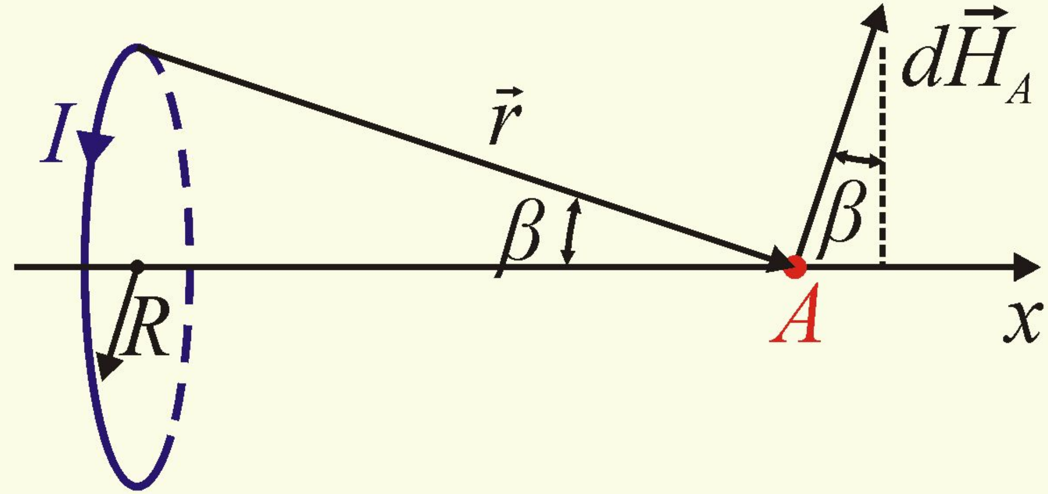
Электрическое смещение на оси диполя на расстоянии $r >> L$ от него

$$\boxed{D = \varepsilon_0 E = \frac{p}{2\pi r^3}}$$

Рассмотрим круговой виток с током I.

Пусть его радиус – R будет мал, т.е. будем рассматривать ***<u>элементарный ток</u>***.





Результирующее поле направлено вдоль оси x:

$$dH_x = \frac{I}{4\pi}\frac{dL\sin\varphi}{r^2}\sin\beta$$

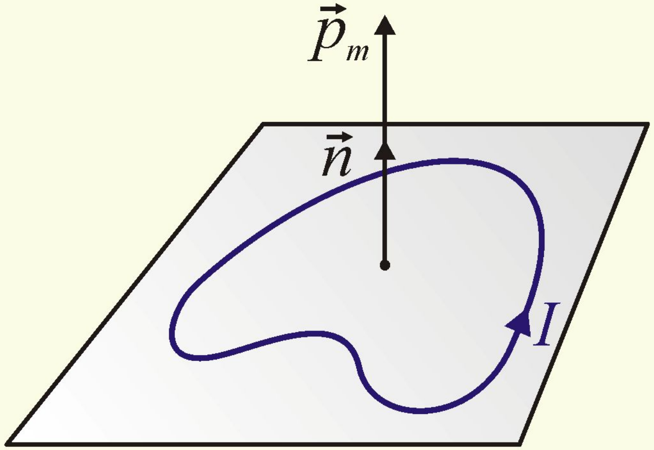
$$\sin\varphi = 1,\ d\vec{L}\perp\vec{r}$$

$$r\sin\beta = R$$

$$\Rightarrow dH_x = \frac{I}{4\pi}\frac{R}{r^3}dL$$

$$H_x = \int dH_x = \frac{I}{4\pi}\frac{R}{r^3}2\pi R = \frac{IS}{2\pi r^3} = \frac{p_m}{2\pi r^3}$$

p_m – магнитный момент контура с током



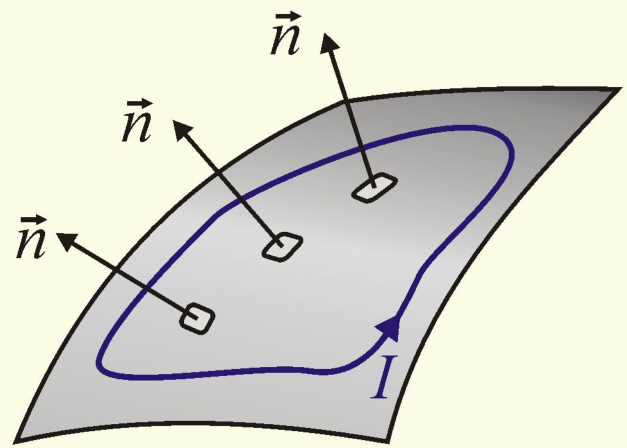
Для плоского контура

$$\boxed{\vec{p}_m = IS\vec{n}}$$

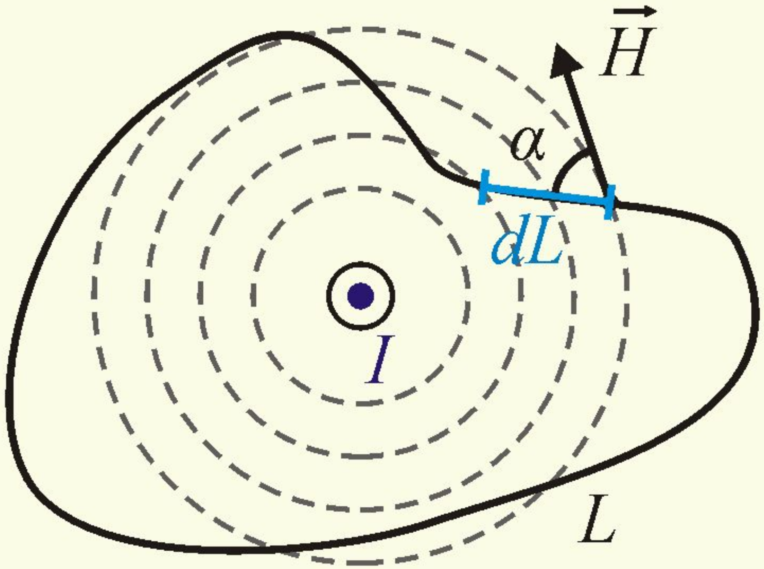
$\vec{n}$ – нормаль

В произвольном случае

$$\boxed{\vec{p}_m = I\int\limits_S \vec{n}\,dS}$$



§§ Закон полного тока

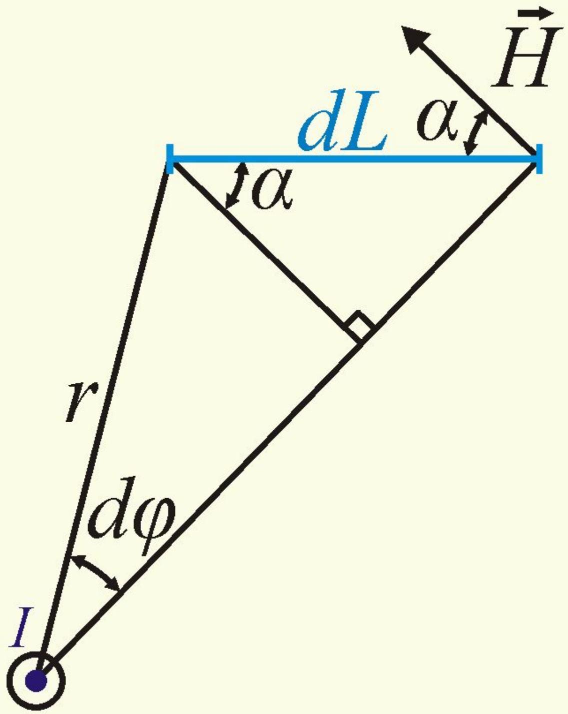


Рассмотрим бесконечный прямой ток

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Вычислим циркуляцию вектора $\vec{H}$ вдоль произвольного контура L

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = \oint_L H\, dL \cos\alpha$$

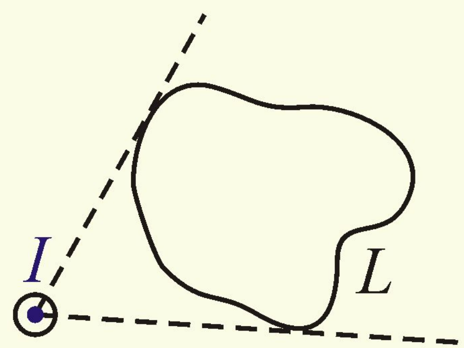


$$= \left| r d\varphi \approx dL \cos\alpha \right|$$

$$= \oint H r \, d\varphi = \frac{I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \; = I$$

т.е. циркуляция равна величине тока

Если контур L не охватывает ток, тогда



$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = \frac{I}{2\pi} \left[\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} + \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \right] = 0$$

Если контур охватывает несколько токов:

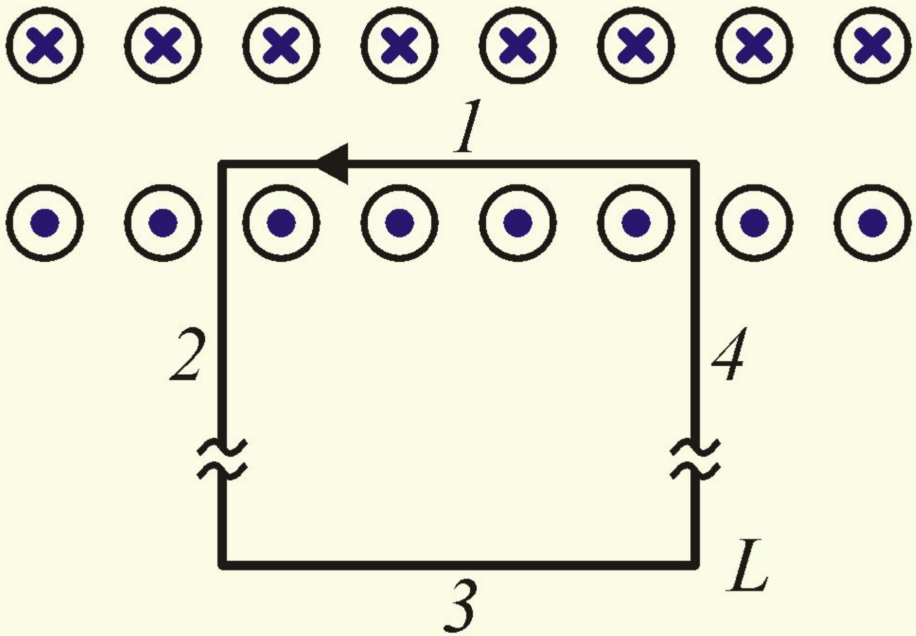
$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = \oint_L (\sum \vec{H}_i \cdot d\vec{L}) = \sum \underbrace{\oint_L (\vec{H}_i \cdot d\vec{L})}_{\sum_i I_i}$$

$$\boxed{\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = \sum_i I_i}$$

Закон полного тока

Циркуляция вектора $\vec{H}$ магнитного поля постоянного тока вдоль произвольного замкнутого контура равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром

§§ Магнитное поле соленоида



Выберем прямоугольный контур и посчитаем циркуляцию вектора H

$$\oint_L (\vec{H}\cdot d\vec{L}) = \int_1 + \cancel{\int_2} + \cancel{\int_3} + \cancel{\int_4} = \int_1 = H\,L$$

(∞)

Если N – число витков, охватываемых контуром, то

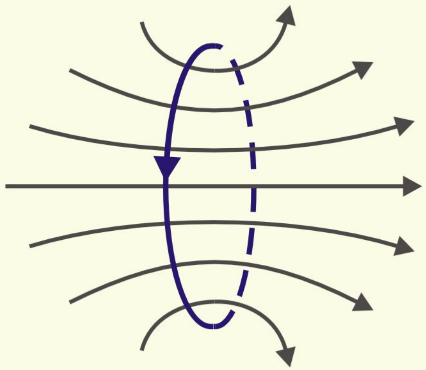
$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = N\,I$$

следовательно

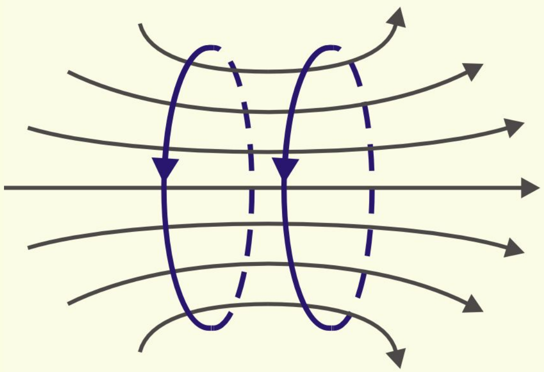
$$HL = NI \quad \Rightarrow \quad \boxed{H = \frac{N}{L} I = nI}$$

n – плотность намотки витков

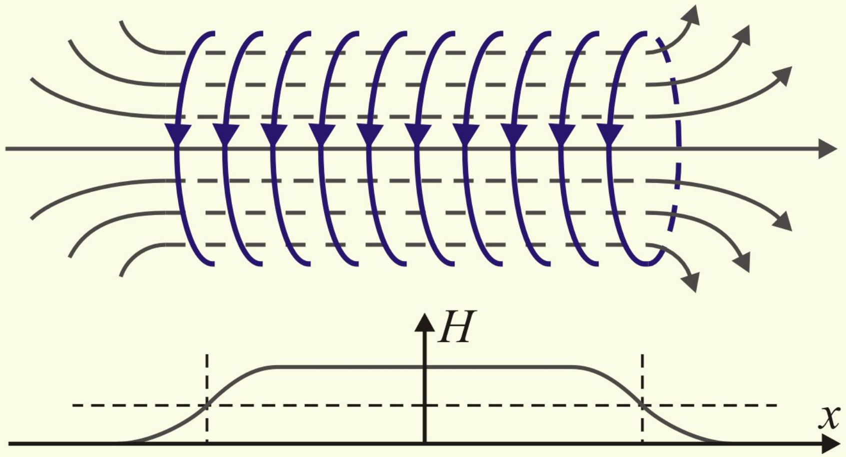
Вне соленоида $H = 0$.



Поле одного витка можно вычислить из закона Био–Савара–Лапласа

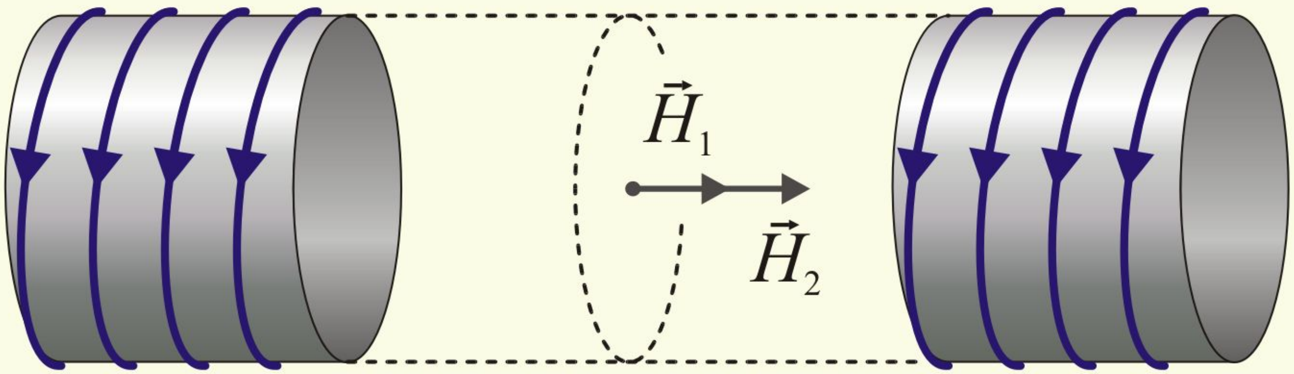


Поле двух витков – по принципу суперпозиции



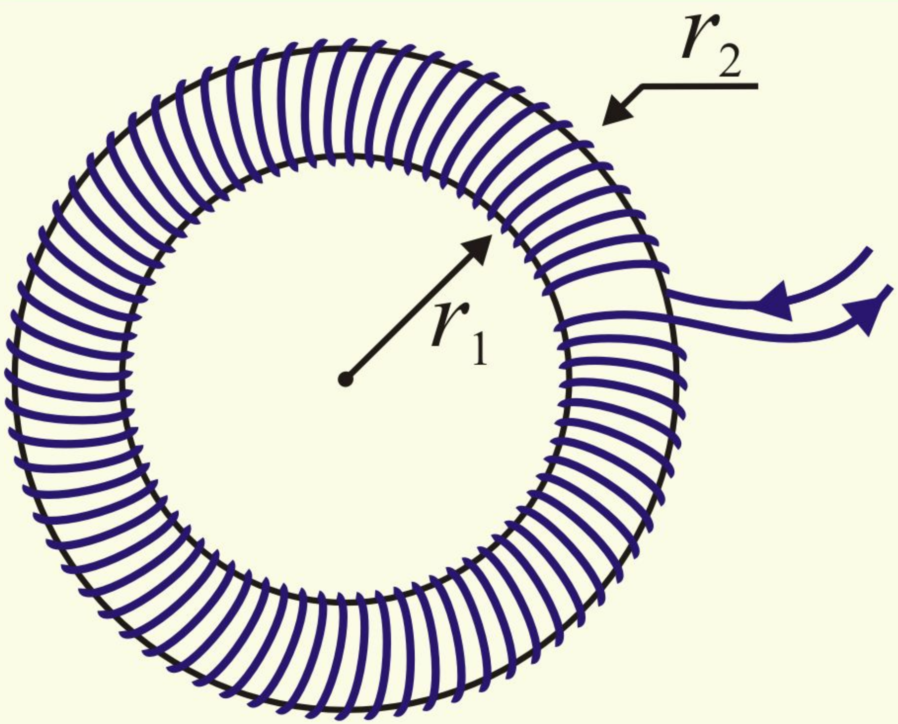
Поле соленоида конечной длины может быть найдено прямым расчетом

Оценим значение напряженности МП на границе соленоида



В точке соединения вклады от обеих половин одинаковы и, следовательно, поле на краю $\approx \frac{1}{2}$ от поля в его центре.

§§ Магнитное поле тороида

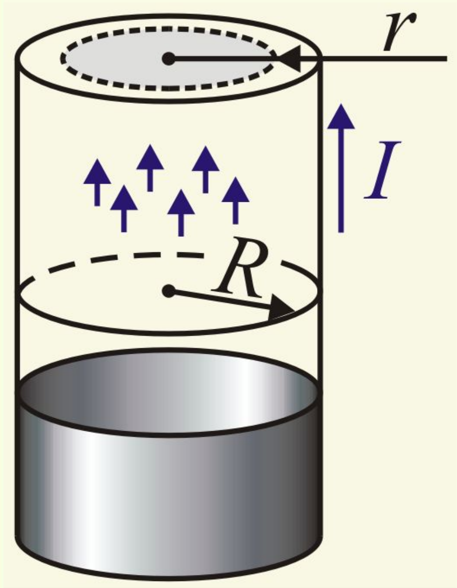


Пусть r – радиус контура, который выбран внутри катушки

$$\oint_L (\vec{H} \cdot d\vec{L}) = I$$

$$2\pi r H = NI \quad \Rightarrow \boxed{H = \frac{N}{2\pi r} I}$$

§§ Поле прямого тока



Плотность тока в проводнике

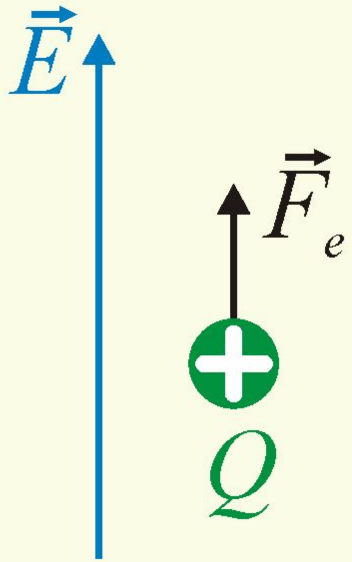
$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi R^2}$$

Если r – радиус контура, то

$$H\,2\pi r = j\pi r^2 \Rightarrow H = \frac{Ir}{2\pi R^2} \qquad (r < R)$$

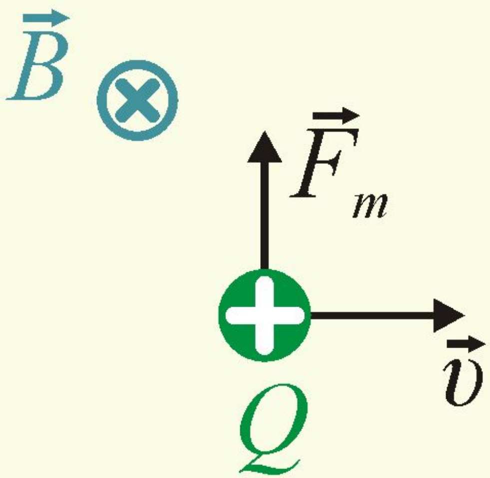
для $r > R$ получаем $H(r) = \dfrac{I}{2\pi r}$

§§ Сила Лоренца



В электрическом поле на заряженную частицу действует сила Кулона

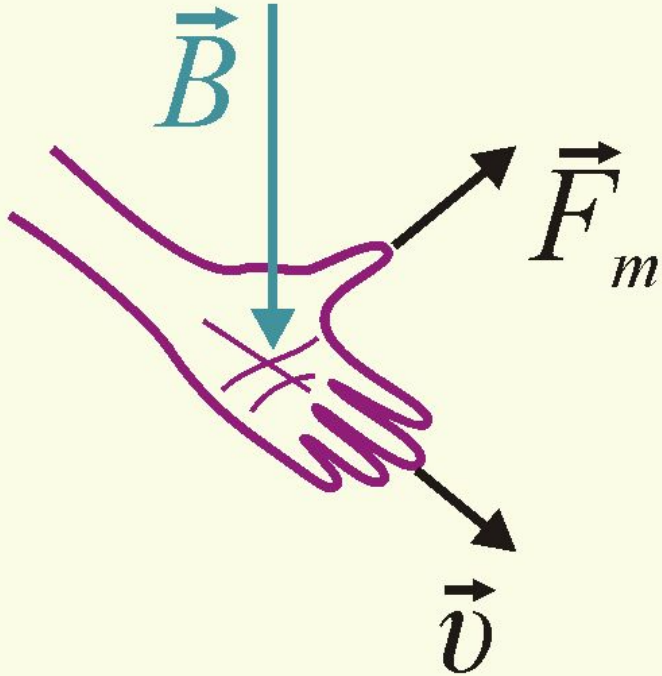
$$\vec{F}_e = Q\vec{E}$$



При движении в МП на нее действует сила

$$\vec{F}_m = Q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$$

Эта сила вычисляется по правилу левой руки



Модуль силы

$$F_m = Q\upsilon B \sin\alpha$$

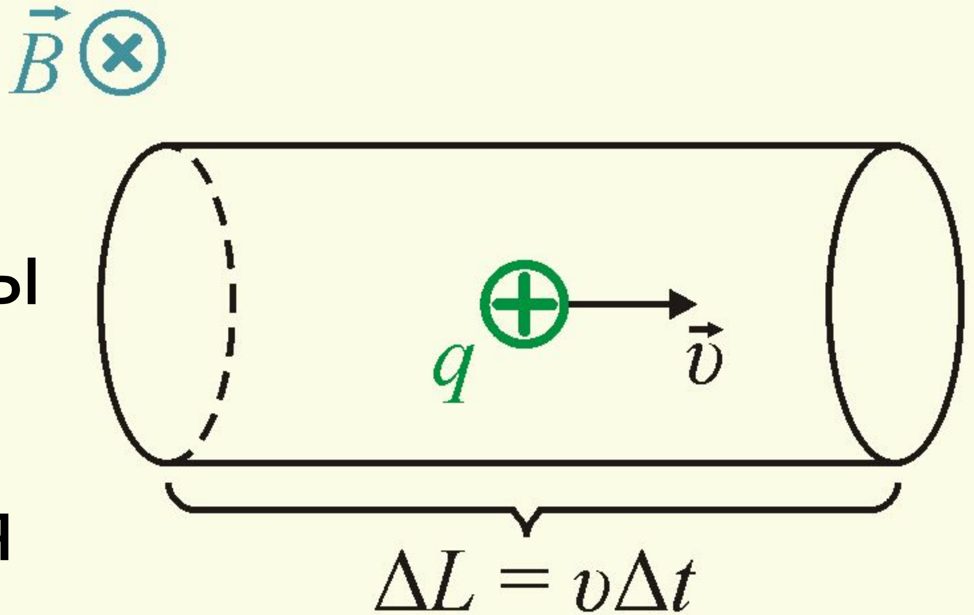
где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

<u>Сила Лоренца</u>:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = Q\left(\vec{E} + [\vec{\upsilon}, \vec{B}]\right)$$

Разделение силы на Э и М составляю-щие без указания СО смысла не имеет

§§ Сила Ампера



Пусть

q – заряд частицы

v – ее скорость

n – концентрация носителей тока

Рассмотрим небольшой участок проводника длиной ΔL, который заряд проходит за время Δt.

Заряд, проходящий через поперечное сечение проводника

$$\Delta Q = n(\upsilon \Delta t\, S)q$$

На него действует сила Лоренца

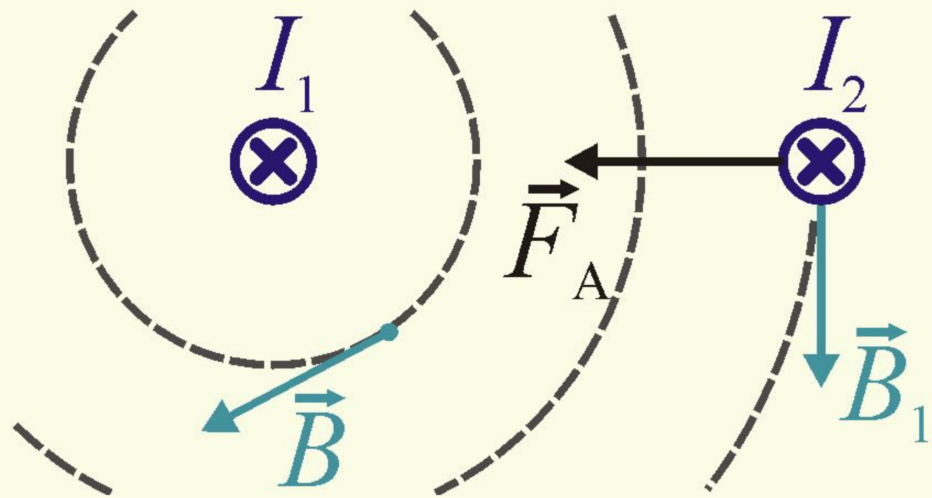
$$\Delta \vec{F}_m = \Delta Q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right] = n(\upsilon \Delta t\, S)q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$$

$$= n\upsilon q\, S\left[\Delta \vec{L}, \vec{B}\right] = I\left[\Delta \vec{L}, \vec{B}\right]$$

$$\boxed{d\vec{F}_A = I\left[d\vec{L}, \vec{B}\right]}$$

– сила, действующая на элемент тока в м.п. (***<u>сила Ампера</u>***)

Рассмотрим взаимодействие двух прямых бесконечных токов



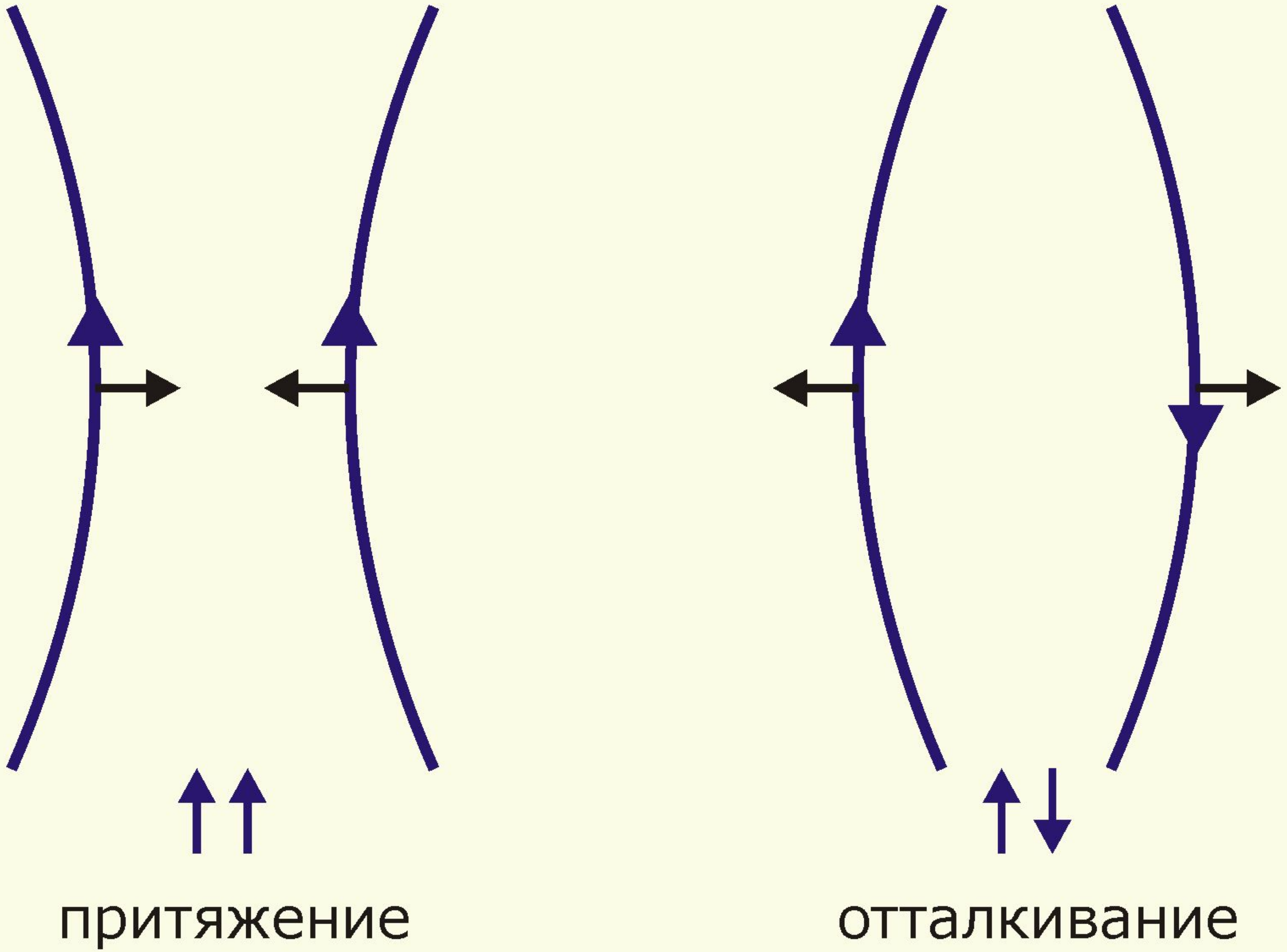
$$F_A = I_2 B_1 L \sin\alpha$$

$$B_1 = \mu\mu_0 \frac{I_1}{2\pi r}$$

Сила взаимодействия, в расчете на единицу длины проводников

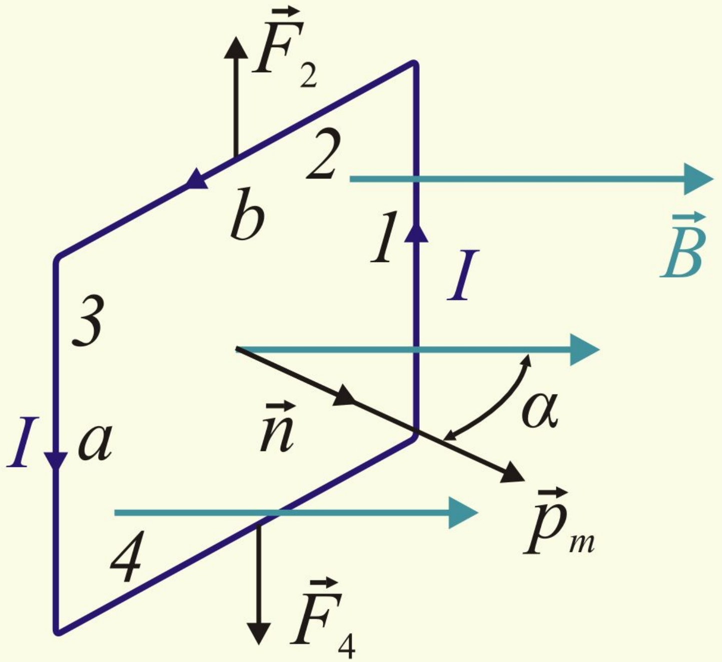
$$F_A = \mu\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

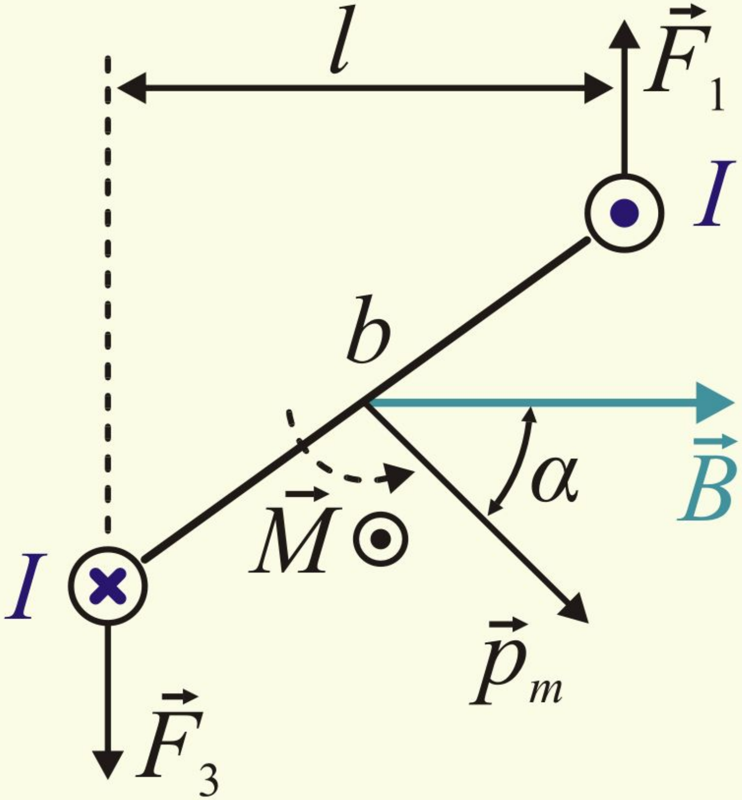

притяжение
отталкивание

§§ Контур с током в МП

Известно, что прямоугольная рамка с током поворачивается так, что ее плоскость располагается перпендикулярно вектору $\vec{B}$.



Найдем выражение для момента сил, действующих на рамку в однородном магнитном поле



$$F_1 = F_3 = BIa$$

Эти силы образуют пару сил, момент которой:

$$M = F_1 l = F_3 l,$$

где $l = b\sin\alpha$

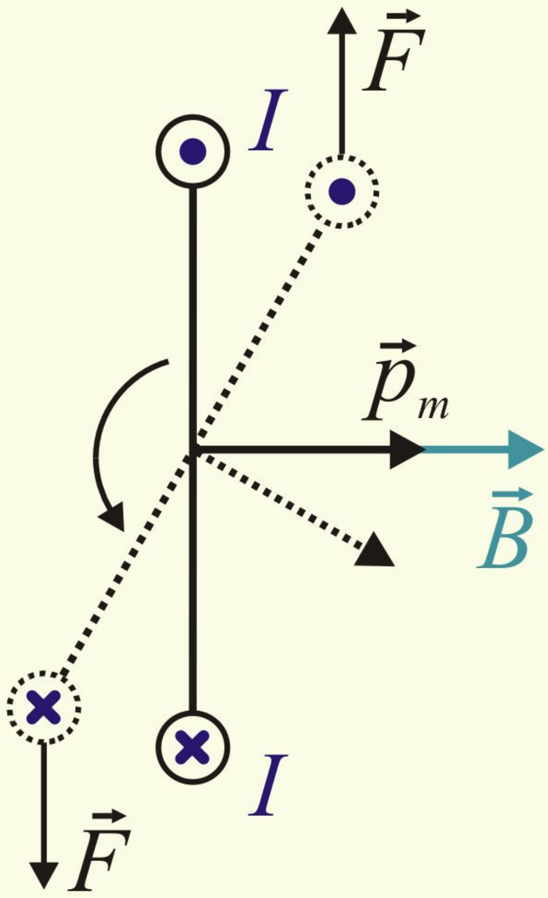
Тогда $M = BI\,ab\sin\alpha$

$$= B\,IS\sin\alpha = p_m B\sin(\vec{p}_m, \vec{B})$$

следовательно: $\boxed{\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right]}$

Рассмотрим два случая, когда $M = 0$

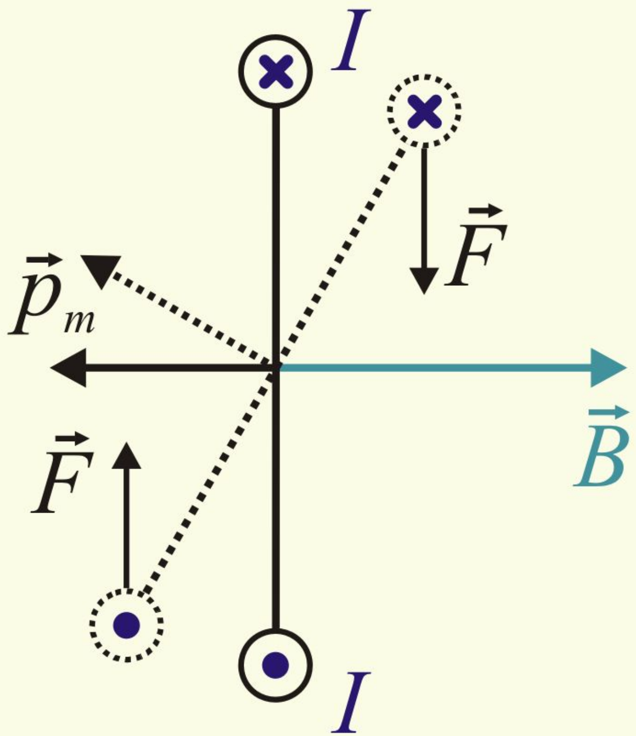
1) векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ параллельны



Выведение рамки из этого положения приводит к появлению вращающего момента, который стремится вернуть рамку в исходное положение.

В этом случае равновесие будет ***устойчивым***

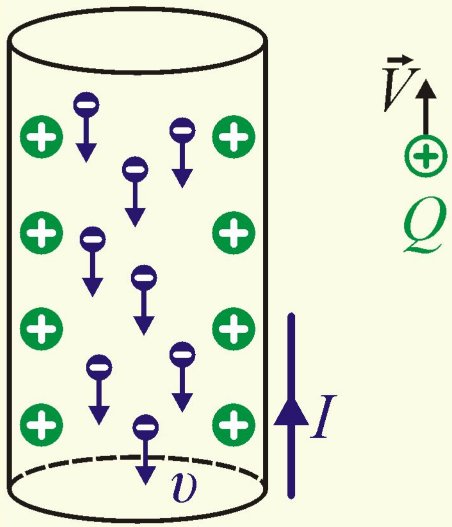
2) векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ антипараллельны



В этом случае равновесие будет ***неустойчивым***

Явление вращения рамки с током в МП используется при создании электро-двигателей и электроизмерительных приборов.

§§ Релятивистская природа магнитного поля



Рассмотрим неподвижный проводник с током.

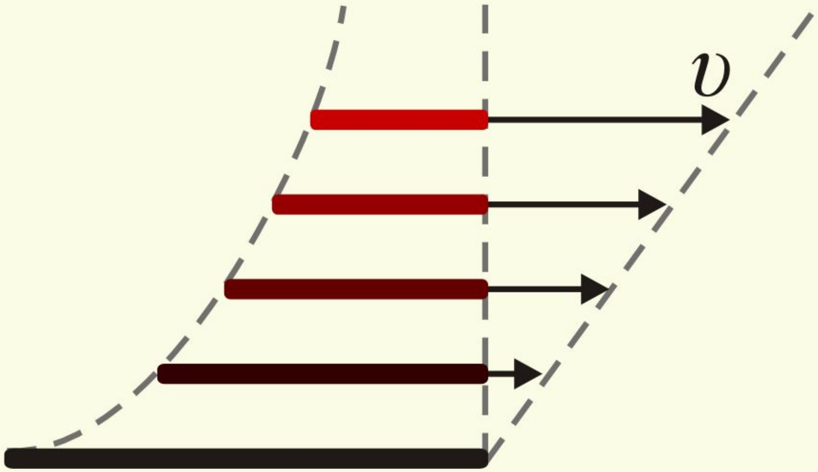
При пропускании тока он остается электронейтральным

$$n_+ = n_-$$

Пусть V – скорость заряда Q.

Перейдем в СО, в которой Q неподвижен

$V_+ = V, V_- = V + \upsilon,\ \upsilon$ – скорость дрейфа



Сокращение длины:

$$L = L_0\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$$

линейная плотность зарядов на проводнике:

$$\tau = \tau_+ + \tau_- =$$

$$= \tau_+\left[\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-(V+\upsilon)^2/c^2}}\right]$$

$$\approx \tau_+ \left[1 + \frac{V^2}{2c^2} - 1 - \frac{(V+\upsilon)^2}{2c^2} \right]$$

$$\approx \frac{\tau_+}{2c^2}\left[-2V\upsilon\right] = -\frac{\tau_+ \upsilon V}{c^2}$$

где знак «–» означает, что для $\oplus Q$ проводник является заряженным ***отрицательно***.

Поле заряженной нити: $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2\tau}{r}$

Сила взаимодействия:

$$F_k = QE = -Q\frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{QV}{\varepsilon_0 c^2}\cdot\frac{\tau_+\upsilon}{2\pi r}$$

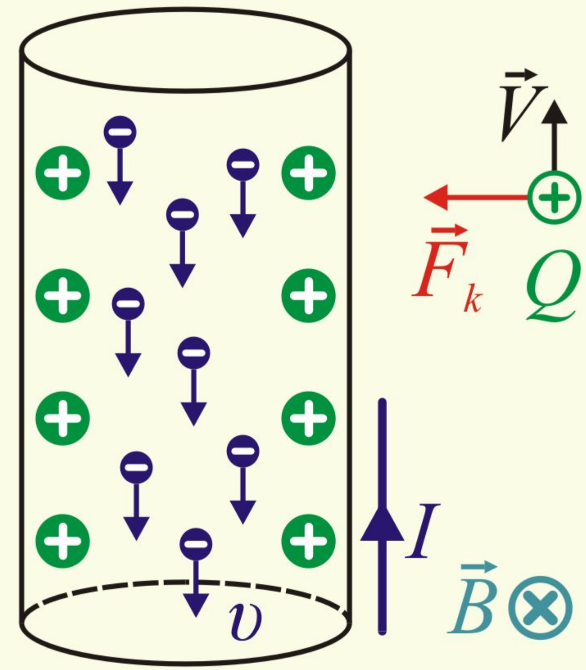
$$= -\frac{QV}{\varepsilon_0 c^2 \mu_0}\cdot\mu_0\frac{I}{2\pi r} = -\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0 c^2}\boxed{QVB}$$

Сравним полученное выражение с выражением для силы Лоренца:

$$F_m = \left|\, Q\left[\vec{V},\vec{B}\right] \right| = \boxed{QVB}$$

Выводы:

1) МП – ***релятивистская поправка*** к ЭП движущегося заряда



2) скорость света (электромагнитного возмущения) в вакууме:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299\,792\,458 \text{ м/с}$$