

Электромагнетизм

Лекции 5 - 6

Лектор профессор А.М. Тишин

рекомендованная литература:

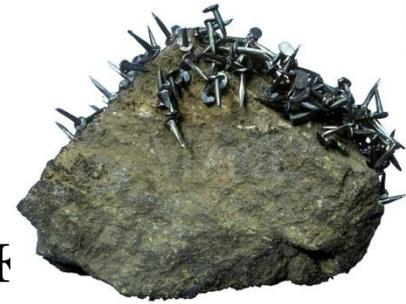
- 1. Д.В.Белов, Электромагнетизм и волновая оптика, Уч. Пособие, М.: Изд-во МГУ, 1994, 208 с.**
- 2. И.В. Савельев, Курс Физики, том 2.**

Взаимодействие элементов тока. Магнитная индукция и напряженность магнитного поля. Закон Био-Савара-Лапласа. Закон Ампера. Магнитное поле прямого бесконечного проводника с током. Силовые линии магнитного поля и циркуляция вектора магнитной индукции. Теорема о полном токе. Действие магнитного поля на проводник с током и движущийся заряд. Сила Лоренца.

Прямоугольная рамка (контур) с током в однородном магнитном поле. Электромагнитная индукция. Магнитный поток. Правило Ленца. Самоиндукция.

Где люди брали постоянные магниты до н.э.?

Первый природный ПМ (естественно **намагниченный ударом молнии** кусок магнетита Fe_3O_4 , содержащий включения маггемита $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$) использовался в первых компасах на судах еще в 6-м века до нашей эры, то ферриты бария $\text{BaO}\cdot 6\text{Fe}_2\text{O}_3$ и стронция $\text{SrO}\cdot 6\text{Fe}_2\text{O}_3$ до сих пор занимают 85% (в весовом выражении) мирового рынка постоянных магнитов (35% в ценовом выражении), те люди в течении **25 столетий** использовали и используют ПМ на основе оксидов



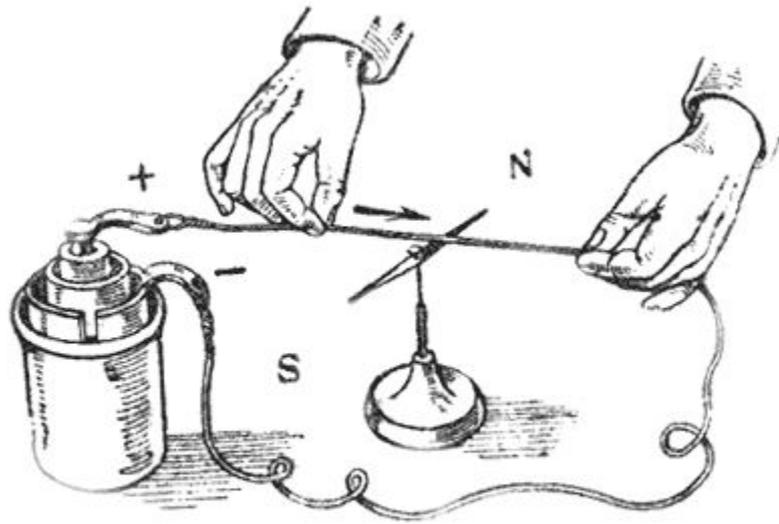
Рождение магнетизма

Может железо к себе притягивать камень,
который

Греки «магнитом» зовут по названию
месторождения,

Ибо находится он в пределах отчизны

I век до н.э. Тит Лукреций Кар



Опыт Эрстеда.

XVI век У. Гильберт:

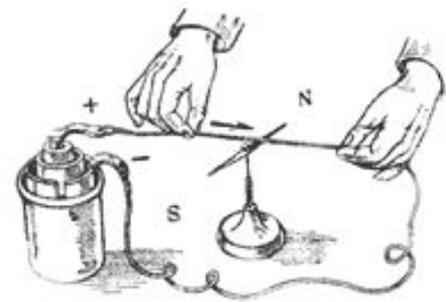
«О магните, магнитных телах
и о большом магните - Земле»

1820 Г.Х. Эрстед: «магнитный эффект
электрического тока имеет круговое
движение».

Взаимодействие элементов тока

Экспериментально можно показать, что между электрическими токами существует взаимодействие, которое осуществляется через поле, называемое **магнитным**. Название «**магнитное поле**» исходит из того, что это поле действует на магнитную стрелку компаса. Впервые это было обнаружено **Эрстедом** в 1820 г. В своем опыте Эрстед помещал прямолинейный проводник параллельно магнитной стрелке. Когда по проводнику пропускался электрический ток, стрелка поворачивалась почти перпендикулярно проводнику, как показано на рисунке снизу. Если направление тока менялось на обратное, стрелка разворачивалась на 180° .

Разворот наблюдался также если провод переносился на другую сторону относительно стрелки. Забегая немного вперед, отметим, **что этот опыт стал первым экспериментальным доказательством взаимосвязи электрических и магнитных явлений.**



Магнитное поле

Опыт Эрстеда показывает направленный характер магнитного поля. Следовательно, **магнитное поле характеризует векторная величина B** . Исторически сложилось, что эта величина называется магнитной индукцией, а не напряженностью, как было бы логично ее назвать по аналогии с напряженностью электрического поля.

Напряженностью же магнитного поля называли величину H , которая аналогична вспомогательной величине D электрического поля.

Изучение свойств магнитного поля логично бы было проводить по аналогии с электростатическим полем, но между ними существует одно **фундаментальное различие**: на сегодняшний день **не**

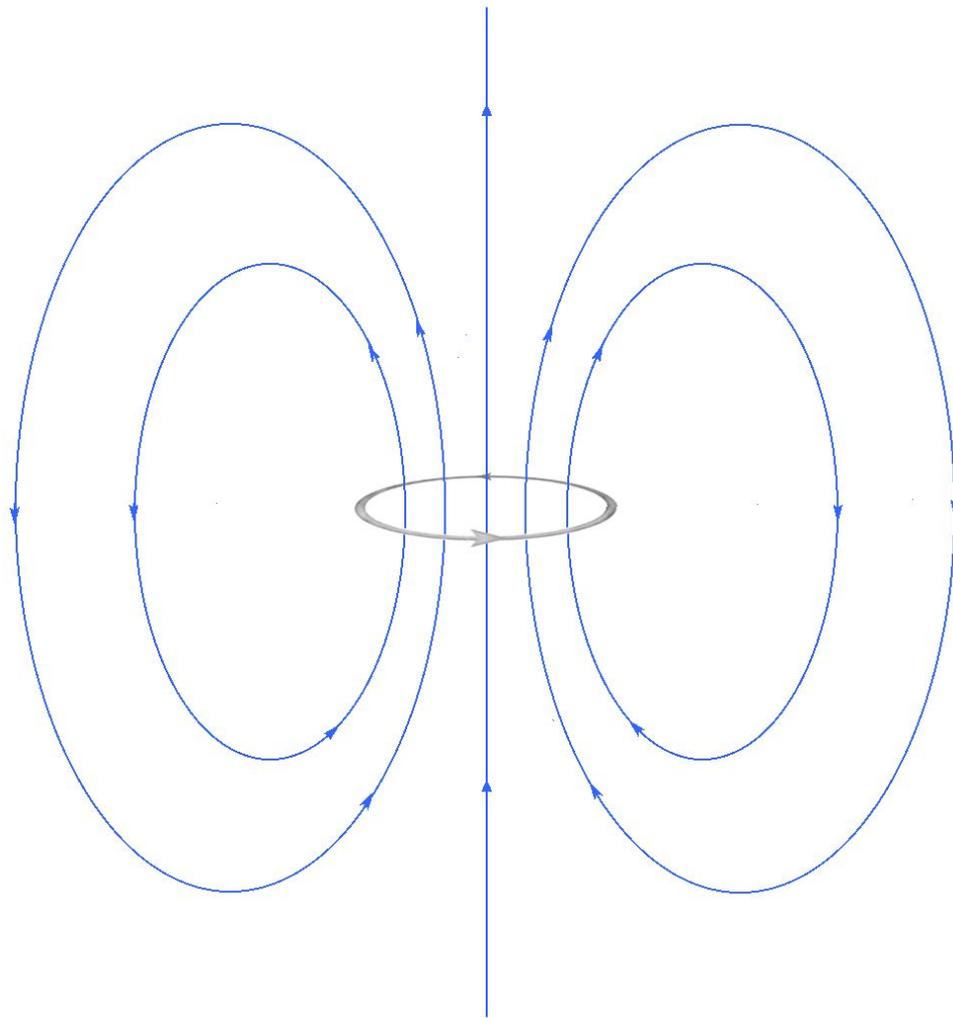
обнаружено магнитных «зарядов». Магнитное поле порождается движущимися зарядами (электрическим током). Экспериментально показано, что для магнитного поля соблюдается принцип

суперпозиции: поле B , порождаемое несколькими токами, равно векторной сумме полей B_k , порождаемых каждым током в

отдельности:

$$B = \sum B_k$$

Магнитное поле порождается движущимися электрическими зарядами (током)

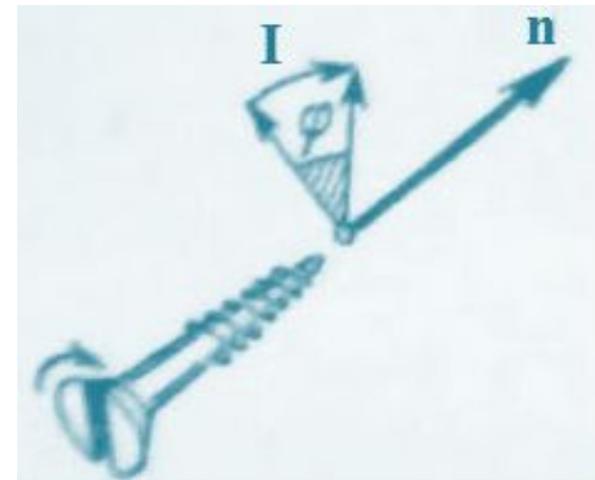
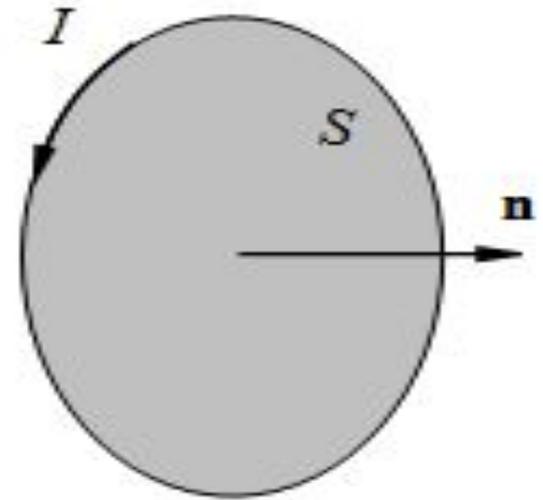


Магнитное поле

При исследовании электрического поля мы ввели пробный точечный заряд. По аналогии введем **пробный ток**, который протекает в плоском замкнутом контуре малых размеров (на рисунке).

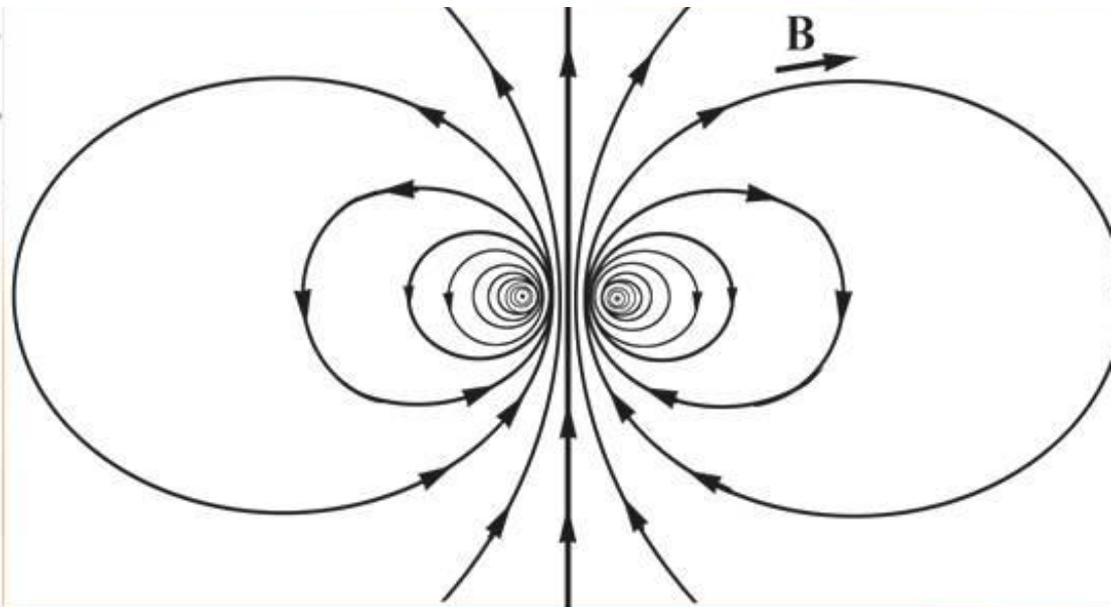
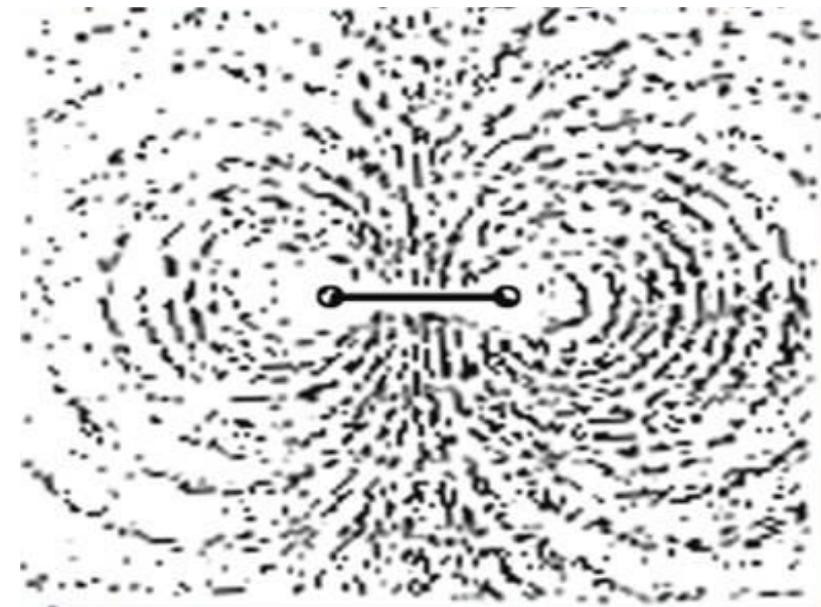
Направление нормали \mathbf{n} к такому контуру определяет его ориентацию в пространстве. При этом

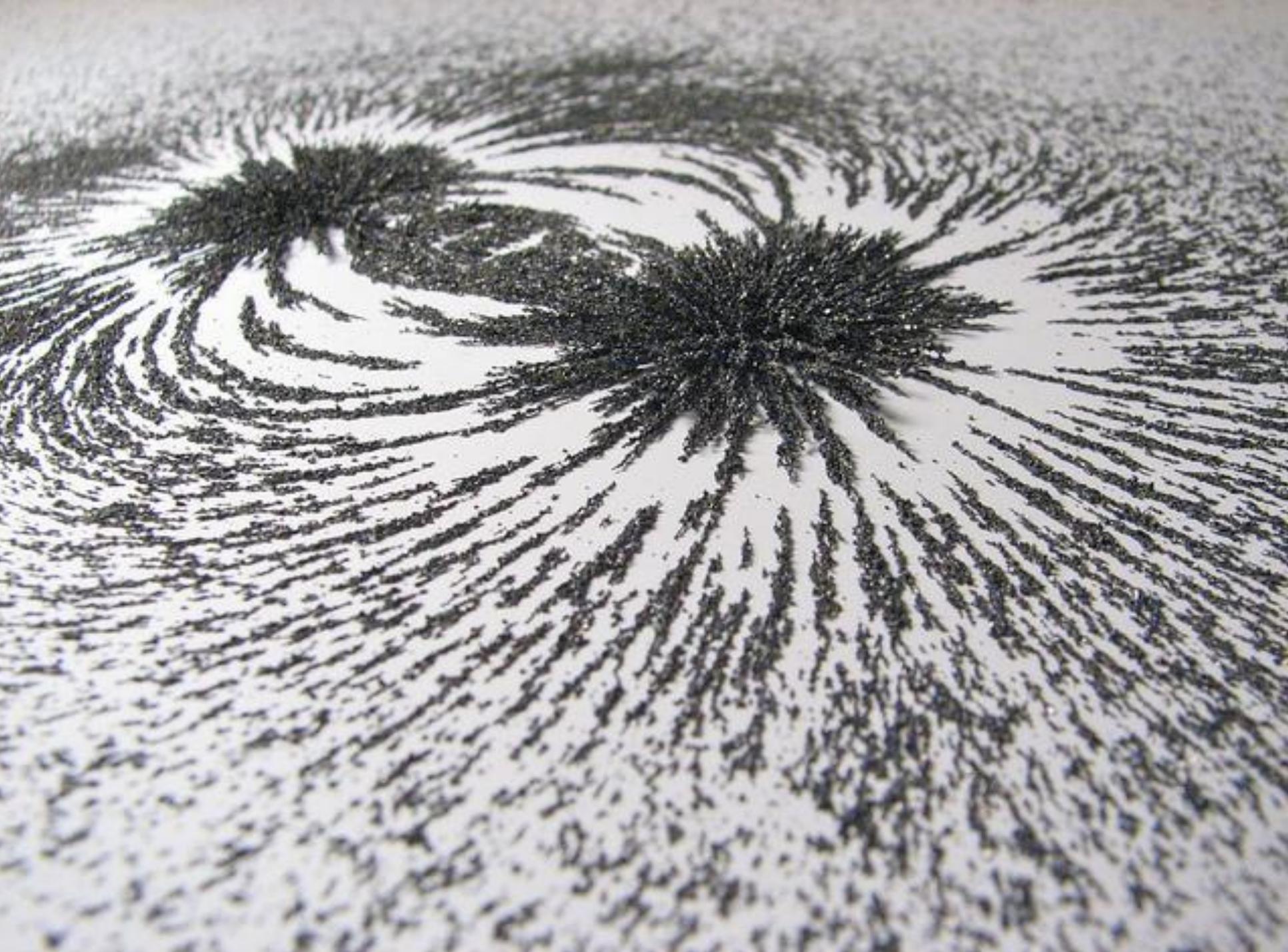
положительное направление нормали \mathbf{n} связано с направлением тока I правилом правого винта.



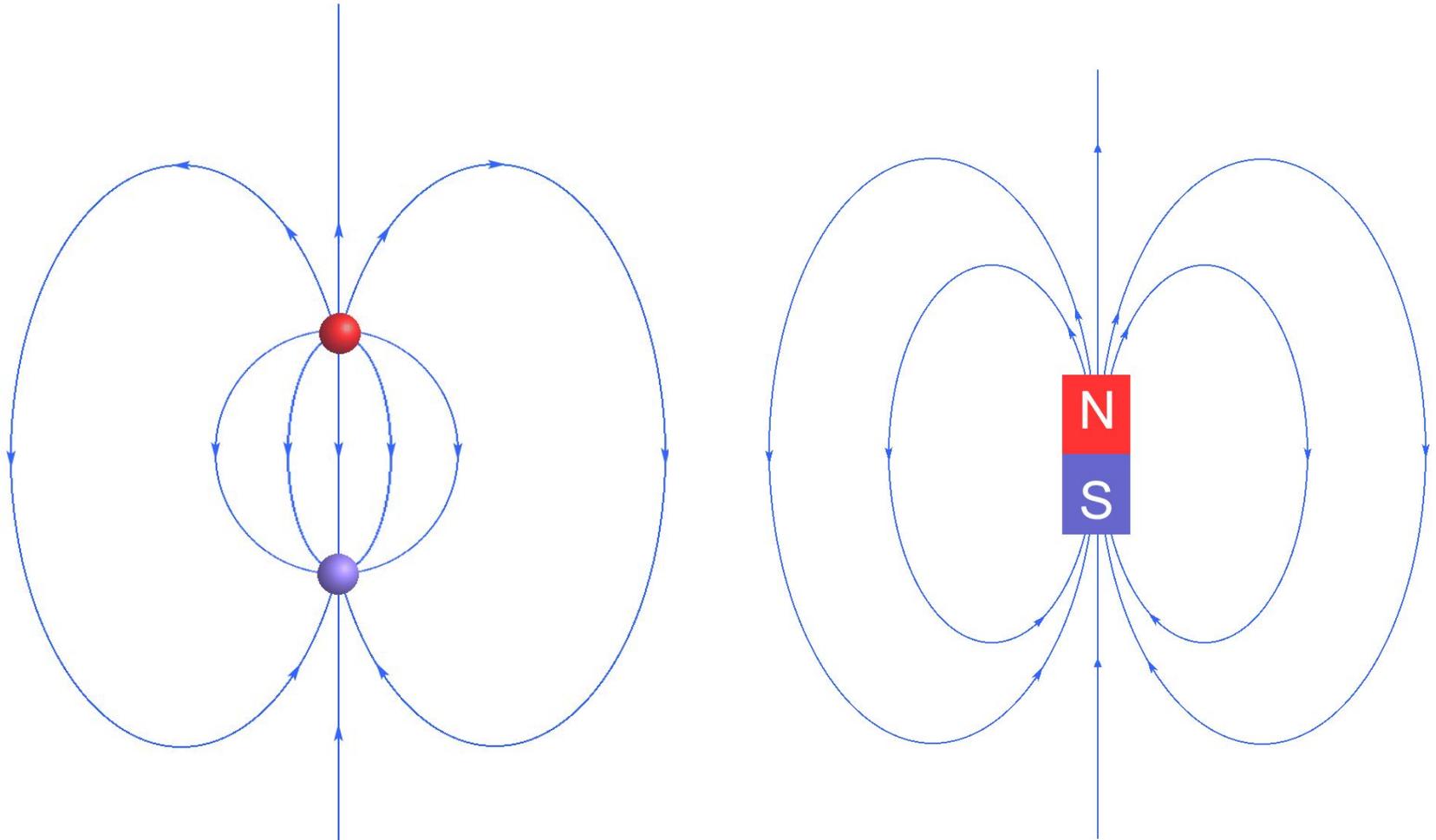
Силловые линии магнитного поля

Магнитное поле можно представить как поле векторов \mathbf{B} . Таким образом, его удобно визуализировать с помощью силовых линий, как это делалось при изучении электрического поля. **Силовой линией магнитного поля называется кривая, касательная к которой в любой точке совпадает по направлению с вектором магнитной индукции \mathbf{B} .** Хотя силовые линии являются только удобной визуализацией, они проявляются в простом опыте с железными опилками.



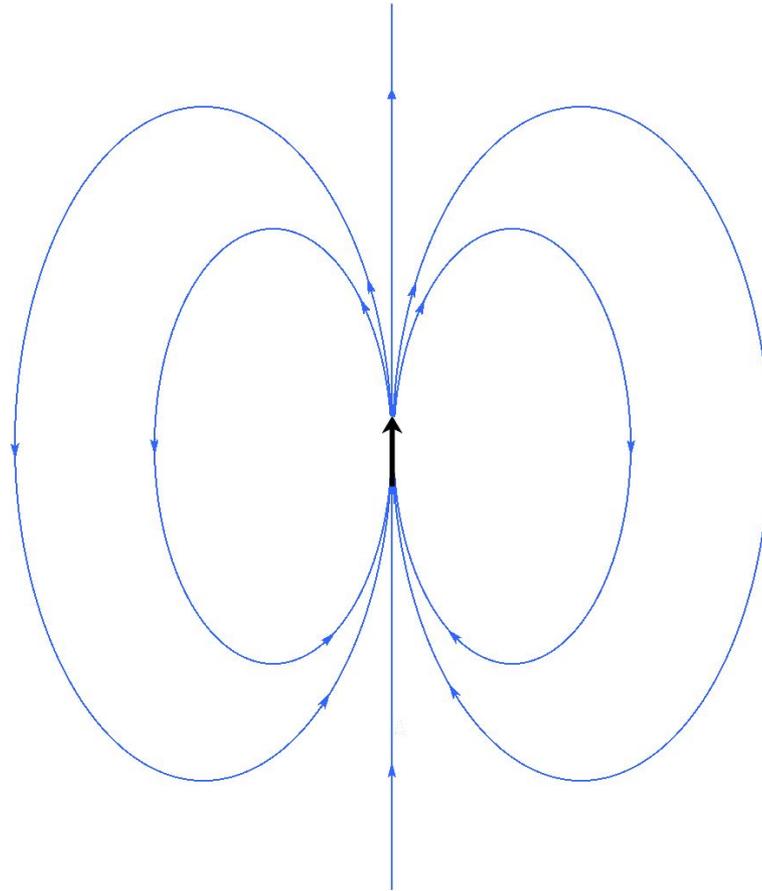


Магнитный диполь



Линии поля проходят от **Северного** полюса до **Южного полюса**. Силовые линии указывают направление силы, которую будет испытывать **Северный** магнитный полюс. Простой магнит в виде стержня ведет себя как диполь.

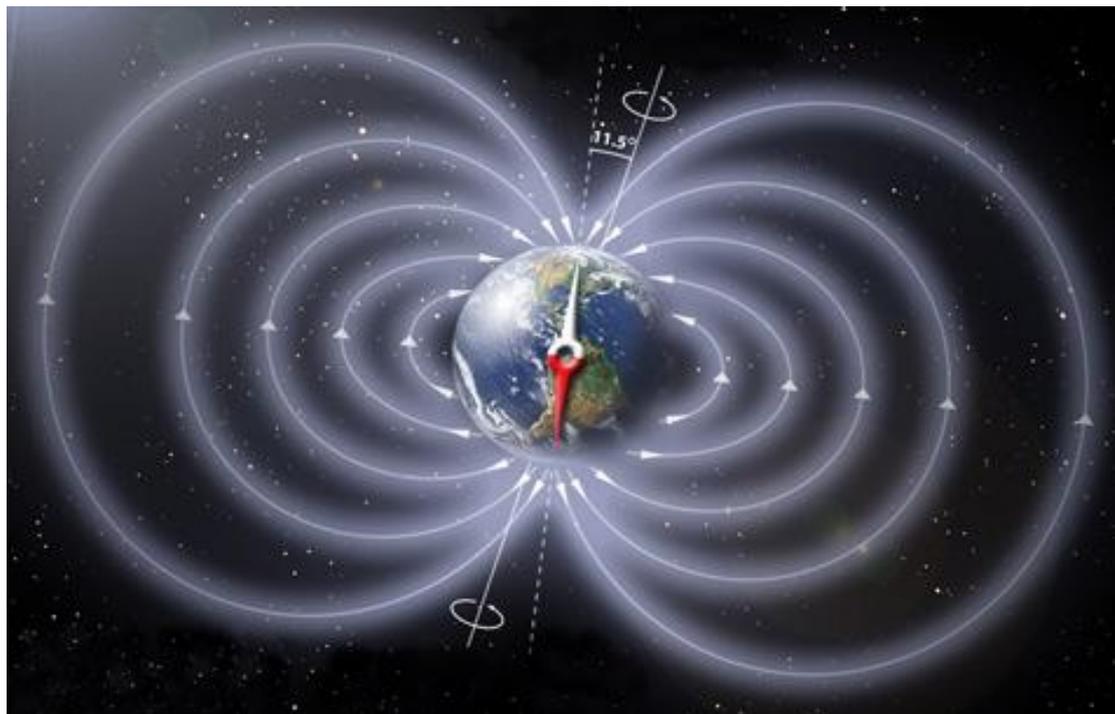
Магнитный диполь



На рисунке дано схематичное представление диполя . Голова стрелки – **северный полюс**

Магнитное поле Земли

Наша планета может быть представлена как **гигантский магнит**.



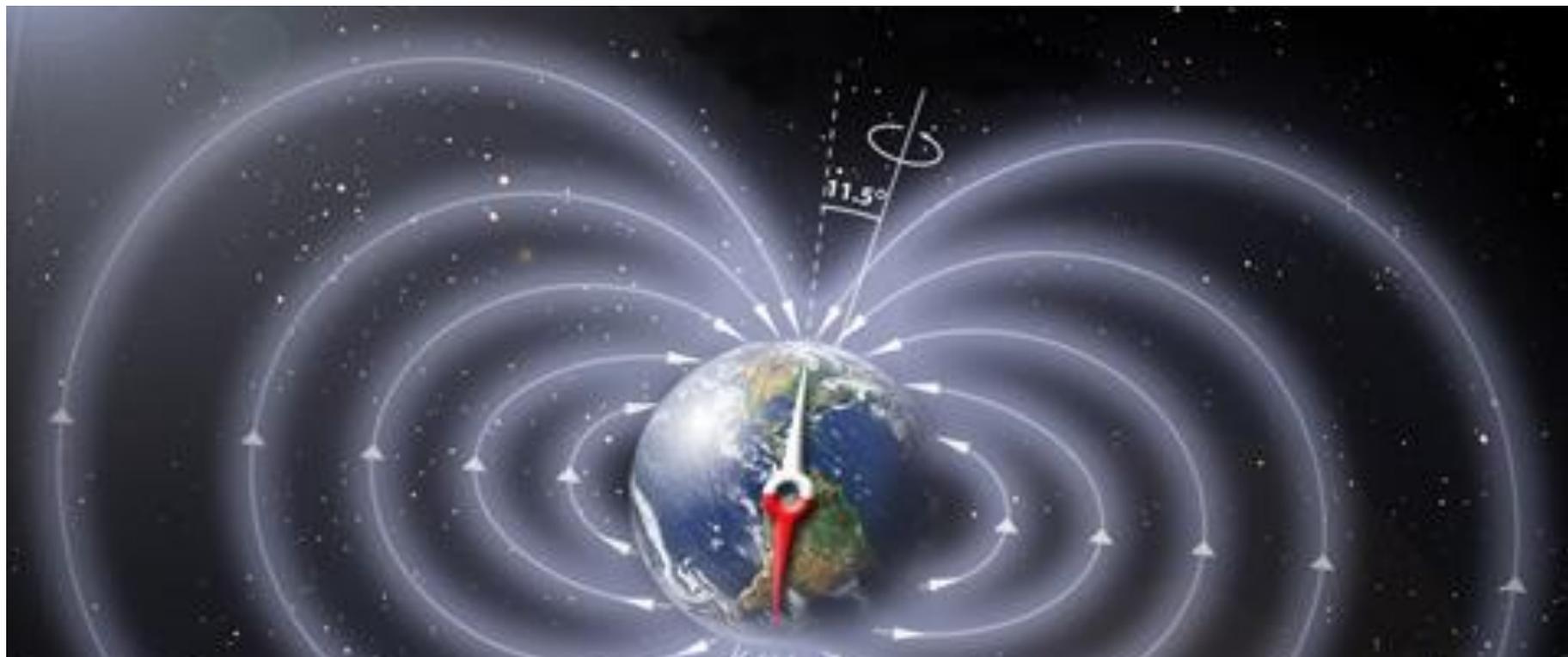
Считается, что магнитное поле Земли **создается токами**, текущими в земном ядре из жидкого металла.

У Земли есть **магнитные полюса** – точки, в которых направление магнитного поля перпендикулярно поверхности Земли.

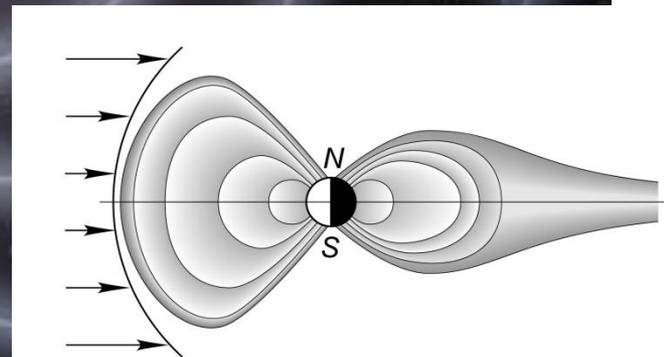
Силовые линии магнитного поля Земли .

Почему на Марсе нет атмосферы?

Магнитное поле слабее и ее солнечный ветер унес!



Солнечный ветер — поток частиц гелия и водорода из солнечной короны со скоростью 300—1200 км/с приводит к магнитным бурям и полярным сияниям.



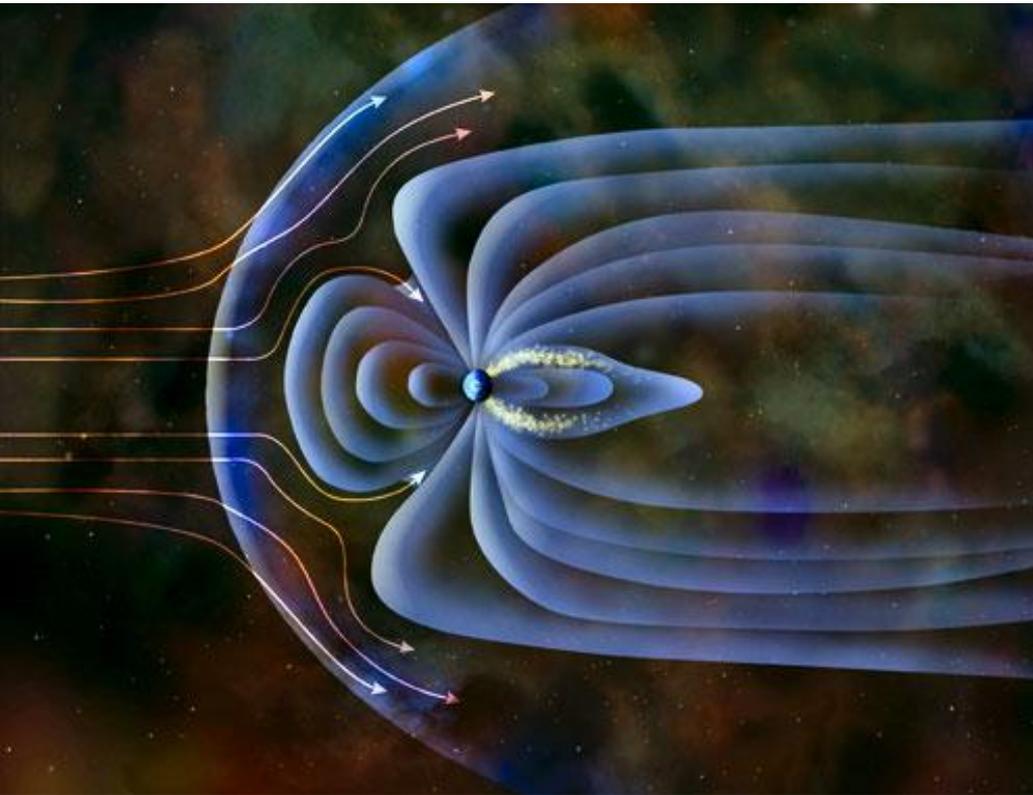
Магнитное поле Земли

Магнитные полюса не совпадают с географическими, Южный магнитный полюс находится около Северного географического на расстоянии примерно 2000 км от него. Магнитные полюса Земли не стационарны, они перемещаются, дрейфуют. По последним данным, скорость дрейфа составляет ок. 60 км в год. В истории нашей планеты были и **инверсии магнитного поля** – смена северного и южного полюса.

Усредненное **значение напряженности** магнитного поля Земли составляет 0,5 Э. Напряженность различна в разных точках, например на экваторе 0,34 Э, у магнитных полюсов – 0,66 Э. Кроме того, существуют **магнитные аномалии** (например Курская магнитная аномалия), в которых напряженность магнитного поля может достигать 2 Э.

Магнитное поле Земли **оказывает влияние и на биосферу**. Оно «экранирует» поверхность планеты и защищает ее от воздействия заряженных частиц высоких энергий.

Магнитное поле Земли

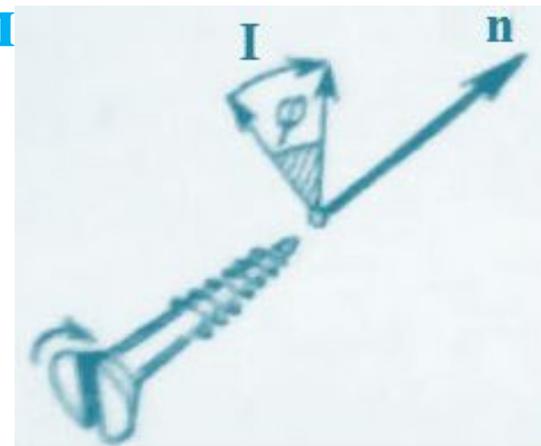
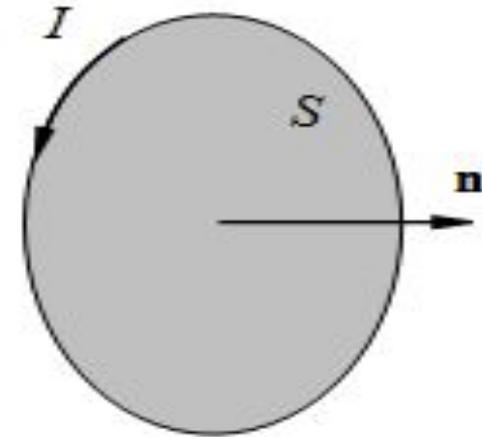


Магнитное поле Земли из-за влияния солнечных ветров имеет сложную форму.

Оно «приплюснуто» с солнечной стороны планеты (т.е. силовые линии замыкаются относительно близко к поверхности Земли), и растянуто с ночной стороны (силовые линии замыкаются на большом расстоянии от планеты) как показано на рисунке.

Магнитное поле

Если поместить пробный контур с током в магнитное поле, контур повернется, и **направление положительной нормали** после установления контура можем принять **за направление магнитного поля** в данной точке. Если отклонить контур так, что направление нормали \mathbf{n} не совпадет с направлением магнитного поля, появляется вращающий момент (на этом и основана работа электродвигателей), который стремится вернуть контур в положение равновесия, при котором направления поля и нормали совпадают.



Магнитный момент

Действие магнитного поля на пробный ток в данном случае выражается в возникновении **вращающего момента M** при отклонении контура от положения равновесия. Для характеристики такого воздействия можно использовать величину p_m , называемую **дипольным магнитным моментом**:

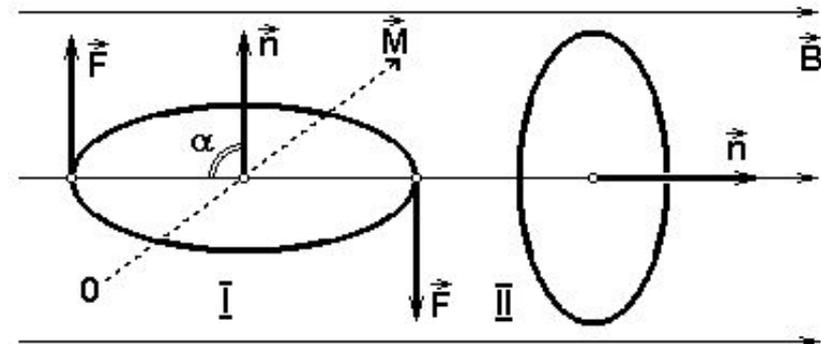
$$p_m = IS,$$

где S – площадь пробного контура с током.

Пробный контур определяется также ориентацией в пространстве. Следовательно, **магнитный момент** правильней представлять в виде вектора, направленного параллельно вектору положительной нормали n :

$$p_m = ISn,$$

Магнитный момент измеряется в единицах ампер-квадратный метр ($A \cdot m^2$).



Вектор магнитной индукции

На **разные пробные контуры** (которые отличаются значениями p_m) в магнитном поле будут действовать **разные вращающие моменты M** .

Но оказывается, что **отношение вращающего момента M , действующего на пробный контур к магнитному моменту этого контура M/p_m при фиксированном угле α между направлениями положительной нормали и магнитного поля **будет одинаковым для любого контура в поле**. То есть эта величина **не зависит от пробного контура, а является характеристикой только магнитного поля**.**

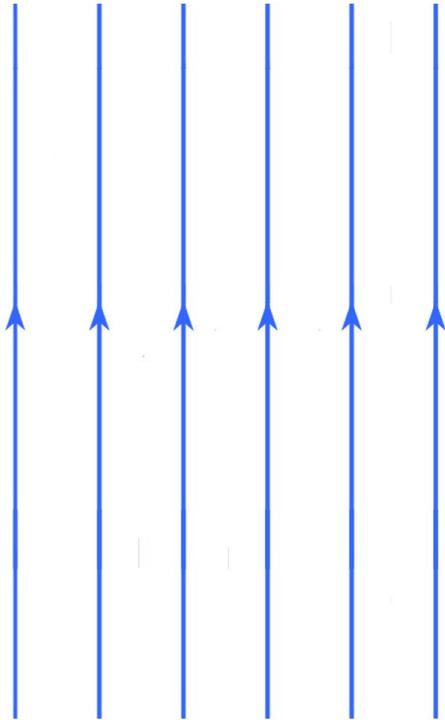
Вектор магнитной индукции

Таким образом, за абсолютную величину магнитной индукции B принимается величина :

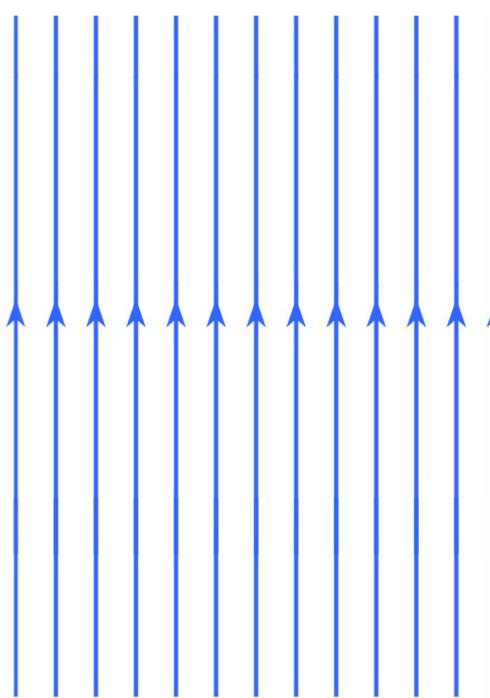
$$B = M_{\max} / p_m$$

где M_{\max} – максимальное значение вращающего момента (при $\alpha = 90^\circ$). Единицей измерения магнитной индукции B является **Тесла** (Тл). 1 Тл – магнитная индукция поля, в котором на плоский контур с током с магнитным моментом $1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ действует максимальный вращающий момент в $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Резюмируя, магнитная индукция – векторная величина, направление которой задается равновесным положением положительной нормали к контуру с током, а модуль определяется отношением M_{\max} / p_m

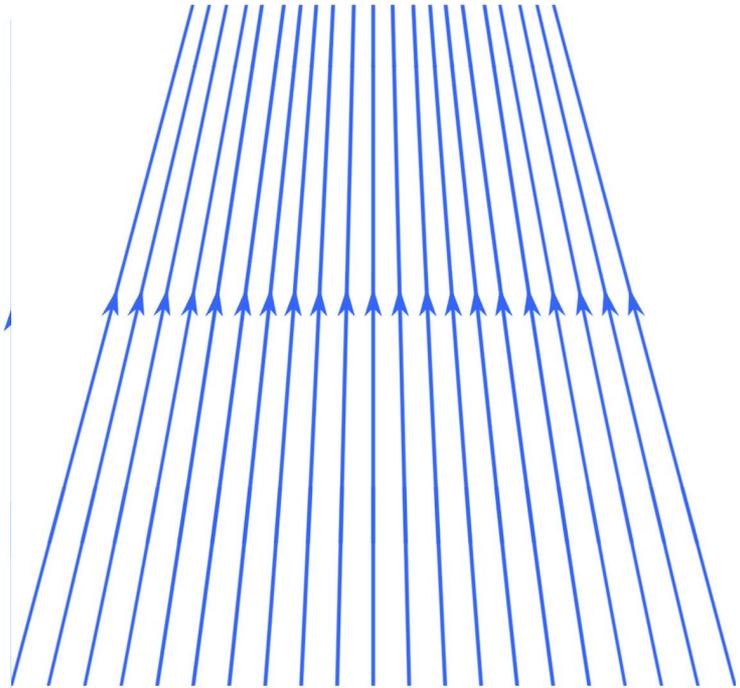
Вектор магнитной индукции



Плотность линий индукции (плотность потока) определяет силу, действующую на магнитный диполь. Направление потока указывает направление силы действующей на **Северном** полюсе.

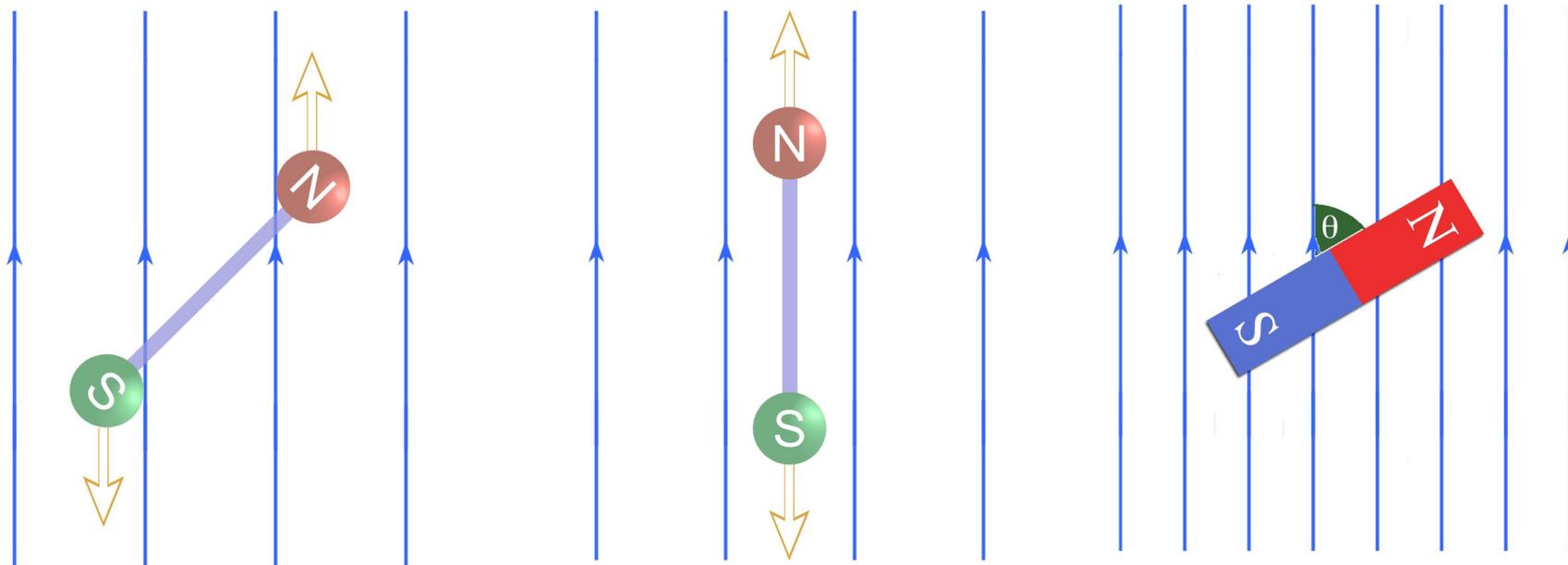


Более высокая плотность потока оказывает большее усилие на магнитные полюса



Градиент магнитного поля возникает, когда силовые линии сходятся (расходятся)

Ориентация диполя и стрелки компаса



Закон Био – Савара – Лапласа

В 1820 г. французские ученые **Био и Савар** провели исследования магнитных полей, которые создаются прямолинейным током, круговым током, катушкой с током и т.д. Проведя много опытов, они сделали выводы:

- а) индукция магнитного поля, которое создается электрическим током, **пропорциональна силе тока**;
- б) магнитная индукция **зависит от формы и размеров** проводника с током;
- в) магнитная индукция в произвольной точке **зависит от расположения этой точки** относительно проводника с током



Жан-Батист Био



Пьер-Симон Лаплас

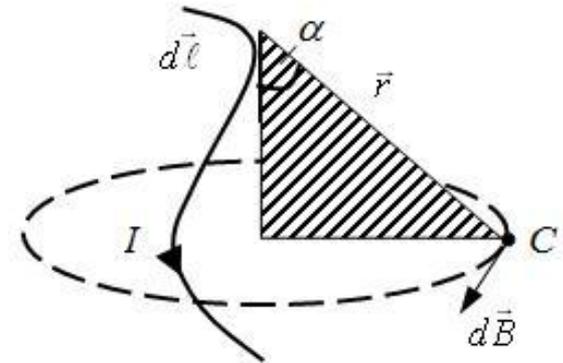
Закон Био – Савара – Лапласа

Лаплас обобщил результаты экспериментов Био и Савара в виде дифференциального закона, который получил название **закона Био – Савара – Лапласа**. По этому закону магнитное поле от любого тока можно определить как векторную сумму полей, которые создаются отдельными элементарными участками тока.

Магнитная индукция поля, которое создается элементом тока длины dl может быть вычислена как:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

**Закон
Био-Савара-
Лапласа.**



где $d\vec{l}$ – вектор, численно равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током, \vec{r} – радиус-вектор из элемента длины проводника dl в рассматриваемую точку поля, $r = |\vec{r}|$, μ_0 – физическая константа, которая называется **магнитной постоянной**, $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \text{ Тл} * \text{м/А} = 4\pi * 10^{-7} \text{ Гн/м}$, Гн (генри) – единица индуктивности (разберем позднее)

Поле прямого проводника с током

Учитывая, что модуль векторного произведения $|\mathbf{dl}, \mathbf{r}| = r dl \sin\alpha$, где α – угол между векторами \mathbf{r} и $d\mathbf{l}$ из выражения Закона Био – Савара – Лапласа можем получить формулу для **модуля вектора магнитной индукции** элемента тока dl :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

Рассмотрим применение Закона Био – Савара – Лапласа на примере магнитного поля **прямого бесконечного проводника с током**.

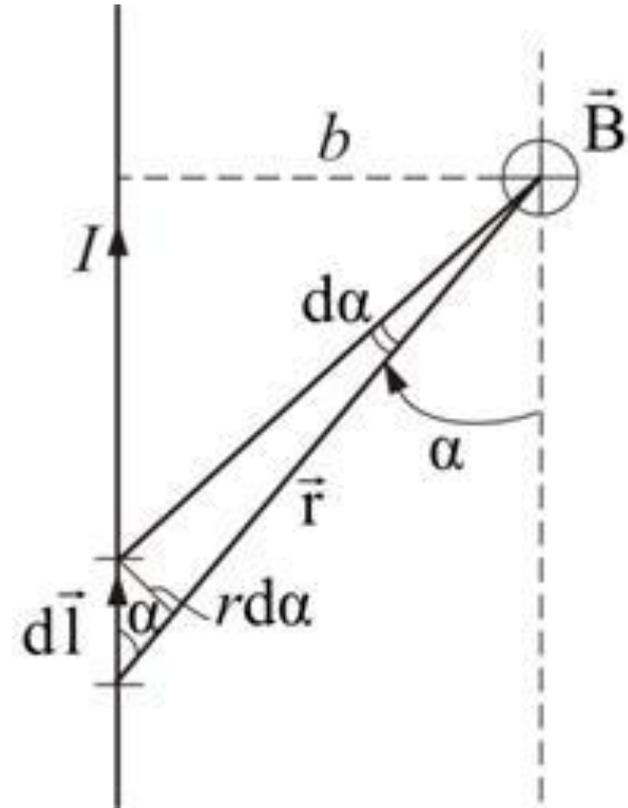
Направление поля в таком случае может быть найдено с использованием **правила правой руки**, которое поясняется на рисунке.



Поле прямого проводника с током

Теперь определим модуль вектора магнитной индукции в точке, лежащей на расстоянии b от проводника (см. рис). В этой точке **все векторы $d\vec{B}$ имеют одно и то же направление** (от наблюдателя). Таким образом, **векторное сложение можем заменить сложением модулей векторов**. Из рисунка следует, что

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha} = \frac{bd\alpha}{\sin^2 \alpha}$$



Поле прямого проводника с током

Подставим записанные значения в формулу для модуля вектора магнитной индукции элемента тока $d\vec{l}$, в результате:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I b d\alpha \sin \alpha \sin^2 \alpha}{b^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin \alpha d\alpha$$

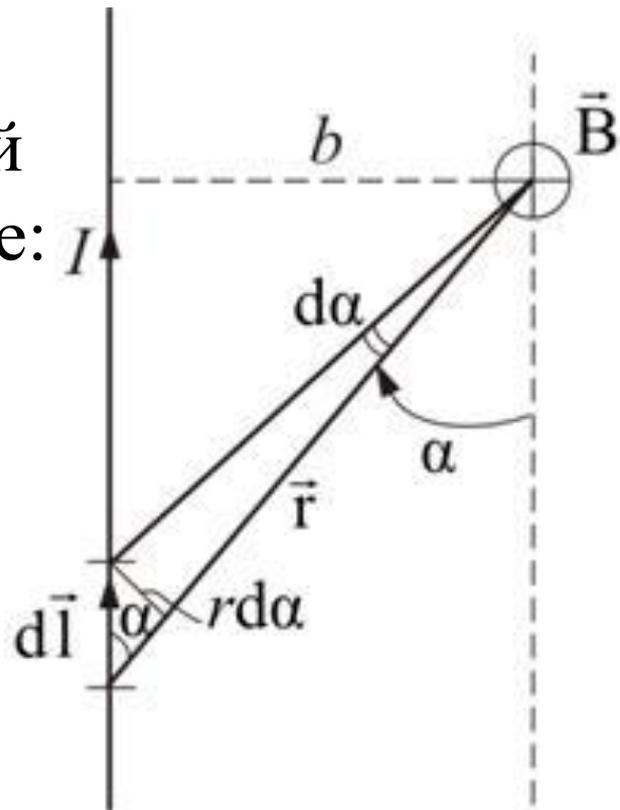
В случае бесконечного прямого проводника угол α изменяется от 0 до π . Таким образом, **величина**

магнитной индукции поля,
создаваемого всем проводником

может быть найдена в результате

интегрирования:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}$$



Поле витка с током

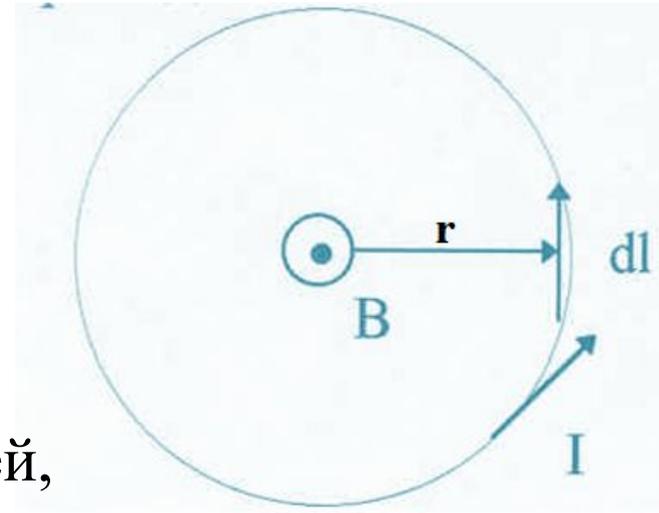
Определим **магнитную индукцию в центре кругового витка** радиусом r по которому протекает ток I против часовой стрелки.

В данном случае вектор \mathbf{r} перпендикулярен вектору $d\mathbf{l}$, поэтому модуль их векторного произведения равен произведению их модулей, то есть $r dl$. Таким образом, **поле элемента тока $d\mathbf{l}$** в центра витка:

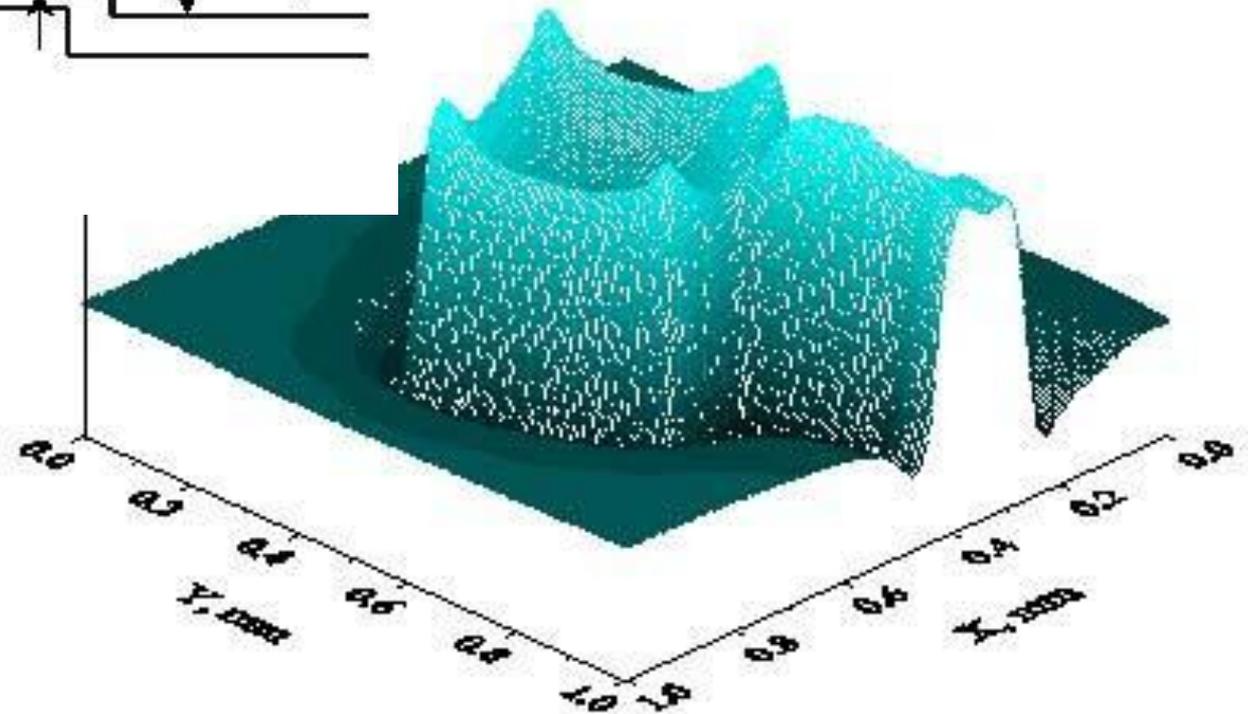
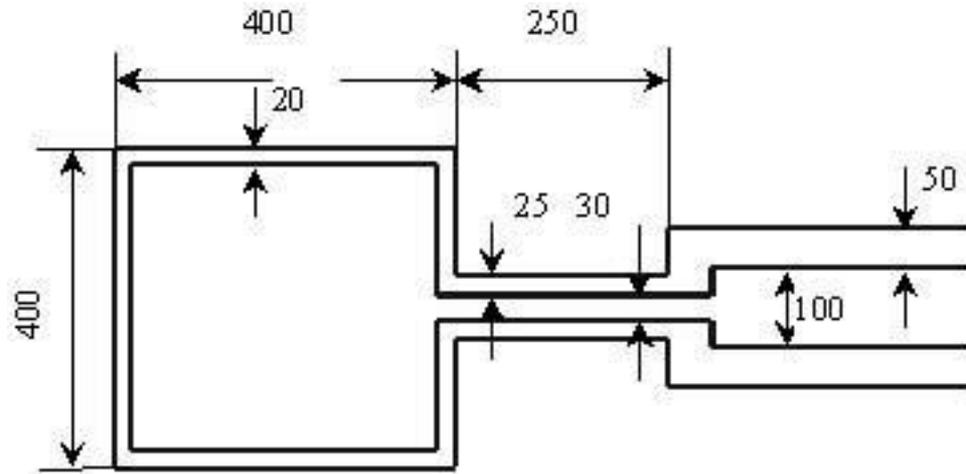
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2}$$

Поле от всего витка с током находится как сумма полей от всех элементов тока $d\mathbf{l}$. В данном случае суммирование сводится к нахождению длины окружности. Таким образом:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} 2\pi r = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{r}$$



Магнитное поле реального витка с током , осканированное SQUID магнетометром профессором С.А. Гудошниковым



Закон Ампера

В 1820 Андре Мари Ампер установил закон взаимодействия электрических токов.

Законом Ампера также называется закон, определяющий силу, с которой магнитное поле действует на малый отрезок проводника с током. Закон Ампера можно сформулировать следующим образом: сила dF , с которой

магнитное поле действует на элемент проводника с током dl прямо пропорциональна силе тока I в проводнике и векторному произведению элемента длины dl проводника на магнитную индукцию B :

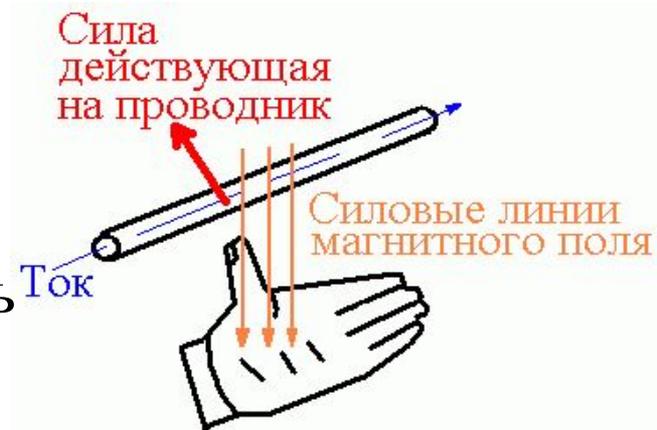
$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]$$

Эту **силу dF называют силой Ампера.**

Направление силы Ампера можно определить **по правилу левой руки** (см. рис.). Поле направлено вниз (стрелка под рукой)



Андре Мари Ампер



Проводник в магнитном поле

Рассмотрим простой эксперимент, демонстрирующий **действие силы со стороны магнитного поля на проводник с током**.

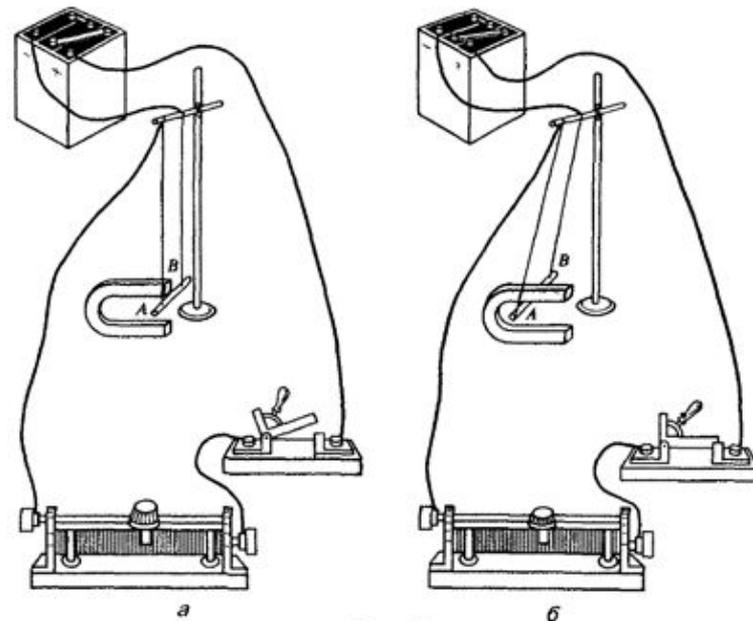
Пусть собрана электрическая цепь, как показано на рисунке.

Прямой **проводник АВ** подвешен на нитях и находится между

полюсами магнита в магнитном

поле B . Когда цепь разомкнута

никаких отклонений проводника АВ не наблюдается.



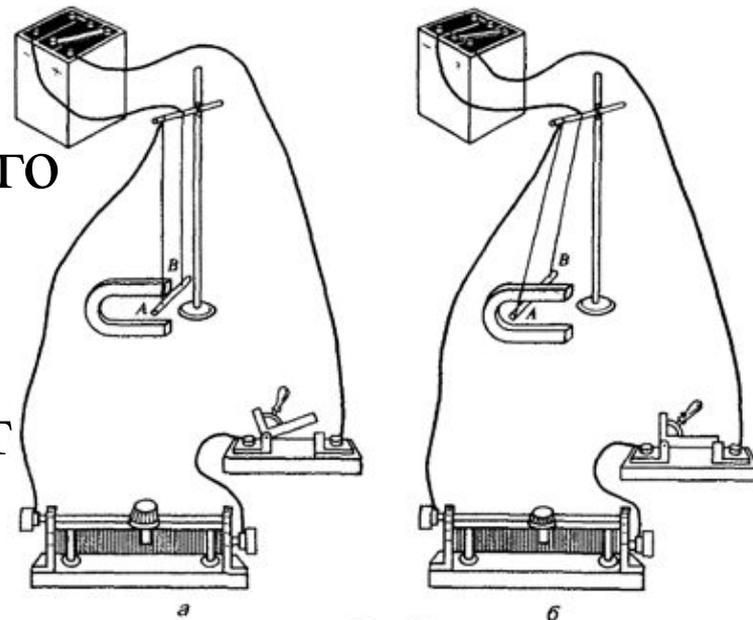
Проводник в магнитном поле

Если замкнуть цепь, то по проводнику АВ потечет ток I , и **проводник сместиться влево или вправо**.

Это проявление действия магнитного поля на проводник с током. В соответствии с **законом Ампера** величина действующей силы может быть определена как:

$$F = IBlsin\alpha,$$

где α - угол между направлением поля и тока в проводнике АВ. В нашем примере угол $\alpha = 90^\circ$, а поле направлено вниз, поэтому для силы F можем записать: $F = IBl$.

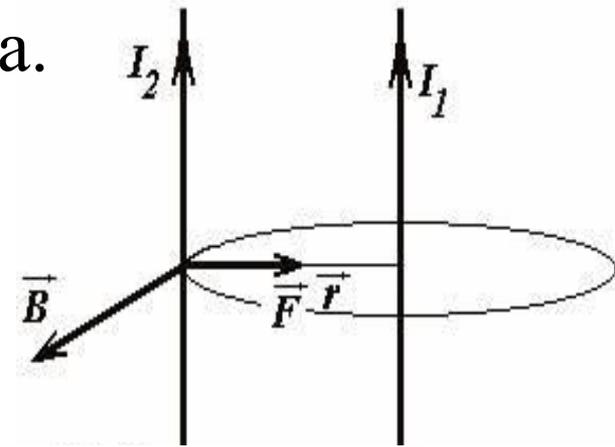


Два параллельных проводника

Посмотрим опыт, который хорошо демонстрирует действие закона Ампера. Пусть **два проводника** с токами I_1 и I_2 находятся на расстоянии r друг от друга. Из закона Ампера следует, что они действуют друг на друга, **найдем силу этого взаимодействия.**

Ранее нами была вычислена индукция (по закону Био – Савара – Лапласа), которое создается бесконечным проводником с током I_1 на расстоянии r :

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r}$$



Два параллельных проводника

Далее, по закону Ампера определим силу F_{12} , с которой поле B , создаваемое током I_1 в проводнике 1, действует на проводник 2:

$$d\vec{F}_{12} = I_2 [d\vec{l}, \vec{B}_1]$$

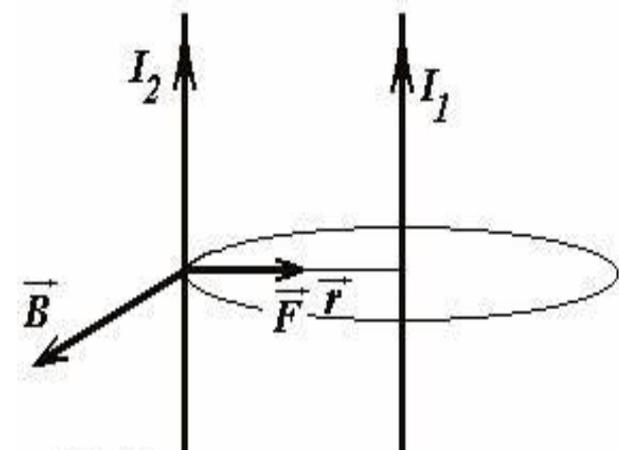
модуль этой силы (подставляя выражение для B_1):

$$dF_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{r} dl$$

Интегрируя, получаем: $F_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2 l}{r}$

Посмотрим опыт

По правилу левой руки сила F_{12} направлена в сторону проводника 1 (т.е. 1й притягивает к себе 2й проводник). Для 2го проводника аналогично), т.е. проводники притягиваются.



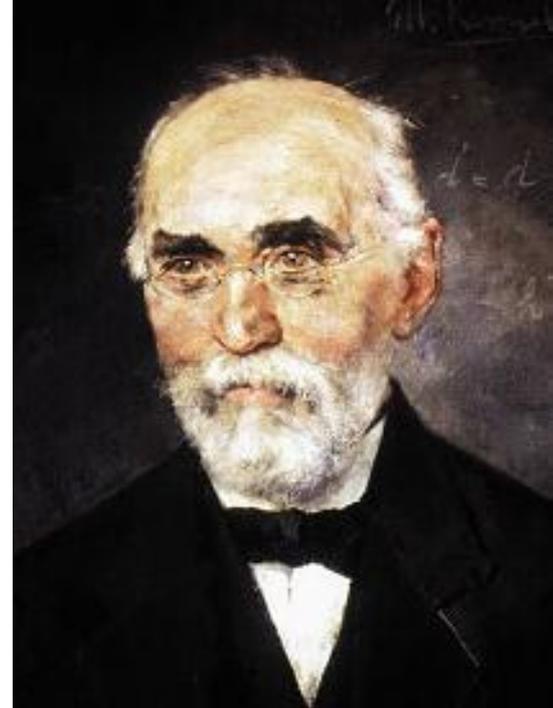
Сила Лоренца

Сила Ампера возникает из-за того, что **магнитное поле действует на носители тока (движущиеся заряды)**, которые передают усилие на проводник. **Силу, с которой магнитное поле B действует на движущийся со скоростью v заряд q называют силой Лоренца** по имени голландского физика Хендрика Лоренца, который получил выражение для этой силы:

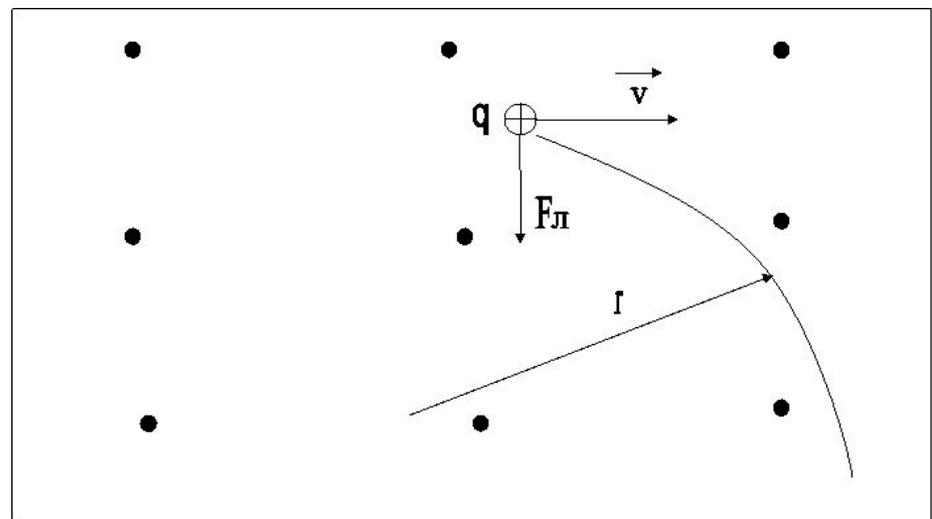
$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$$

Если заряд q движется как в магнитном, так **и в электрическом** поле, сила Лоренца запишется в виде:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$$



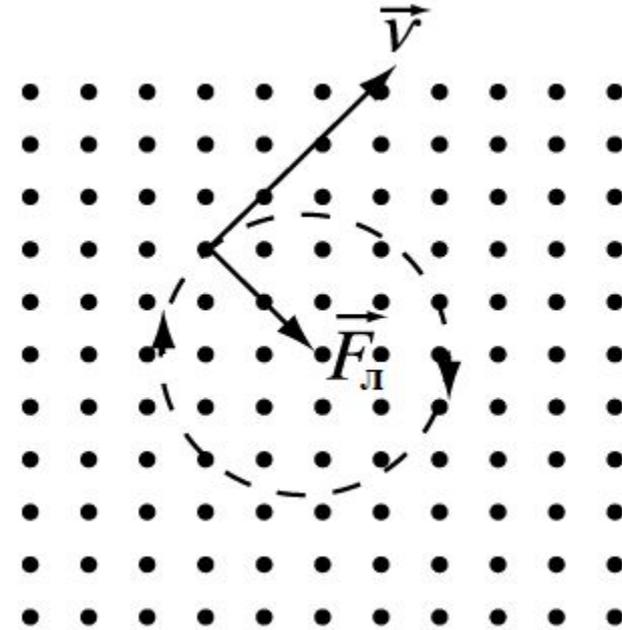
Хендрик Лоренц



Движение заряженной частицы в магнитном поле

Направление силы Лоренца всегда оказывается **перпендикулярно** направлению движения частицы. Следовательно, она **не изменяет величину скорости v частицы, а только ее направление.** Если скорость частицы перпендикулярна направлению магнитного поля, то **частица движется по окружности**, причем ее радиус может быть найден по закону Ньютона:

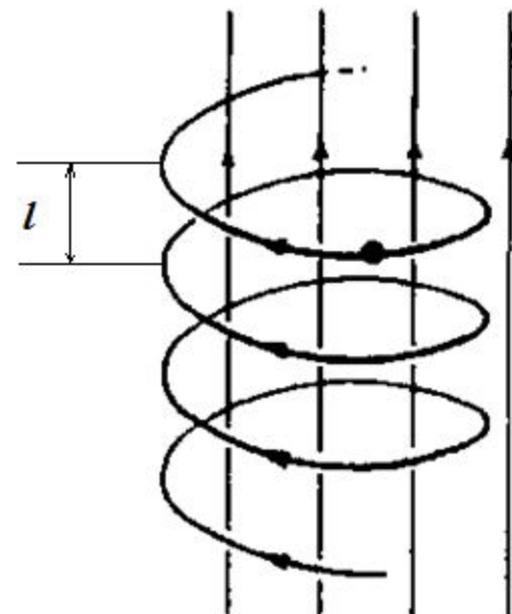
$$\frac{mv^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$



Движение заряженной частицы в магнитном поле

Если направление скорости заряда составляет **произвольный угол α** с направлением поля, то движение можно представить как **сложение двух движений**: **движение по окружности** (из-за перпендикулярной полю составляющей скорости) **и поступательное** движение (параллельная полю составляющая скорости). Таким образом, траекторией является **винтовая линия**, ось которой совпадает с направлением поля. Шаг линии можно найти по формуле:

$$l = 2\pi \frac{mv}{qB} \cos \alpha$$

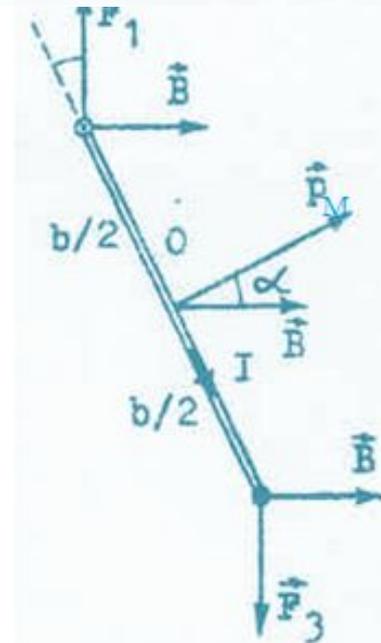
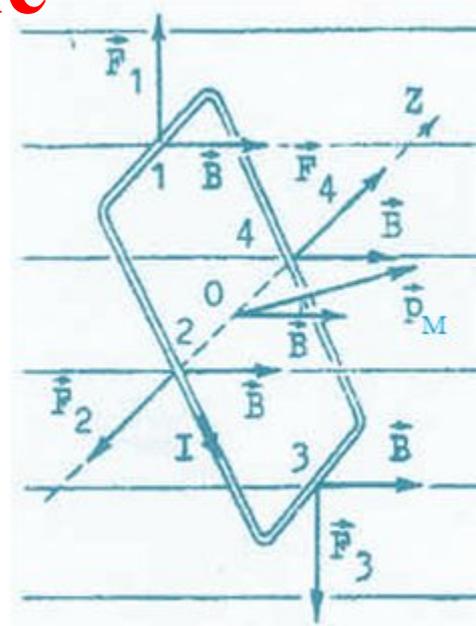


Контур с током в магнитном поле

Рассмотрим прямоугольный контур с током I , стороны которого составляют a и b , помещенный в магнитное поле B . Запишем модули сил, действующих на каждую из четырех сторон рамки:

$$F_1 = F_3 = IaB \sin 90^\circ = IaB,$$
$$F_2 = F_4 = IbB \sin(90 - \alpha) = IbB \cos \alpha.$$

Видим, что **сумма всех сил равна нулю, но суммарный момент сил M_0 не равен нулю.** Таким образом, **контур будет поворачиваться** относительно неподвижного центра масс (так работают асинхронные электродвигатели).



Контур с током в магнитном поле

Запишем моменты этих сил относительно оси z , которая проходит через центр контура: моменты сил F_2 и F_4 равны нулю, моменты сил F_1 и F_3 равны друг другу и составляют $M = =IB \sin\alpha b/2 = (1/2)ISB\sin\alpha$, где $S = ab$ – площадь контура.

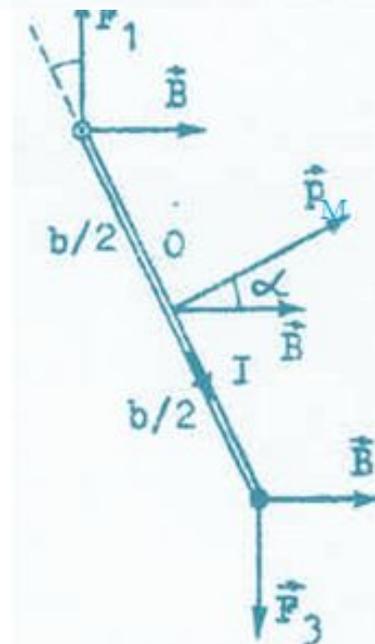
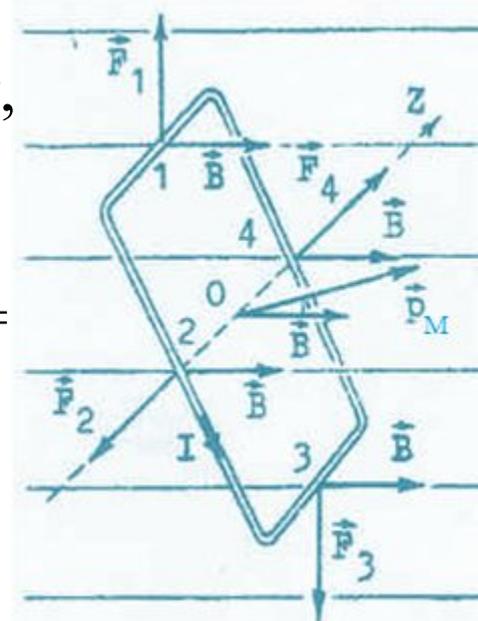
Отсюда, **суммарный момент сил**:

$$M_0 = ISB \sin \alpha = p_M B \sin \alpha$$

Где $p_M = IS$ – магнитный момент контура. Магнитный момент и суммарный момент M_0 являются векторами, поэтому **для суммарного момента** можем записать:

$$\vec{M}_0 = [\vec{p}_M \vec{B}]$$

Момент M_0 поворачивает контур до тех пор, пока направление магнитного момента p_M не совпадет с направлением поля B .



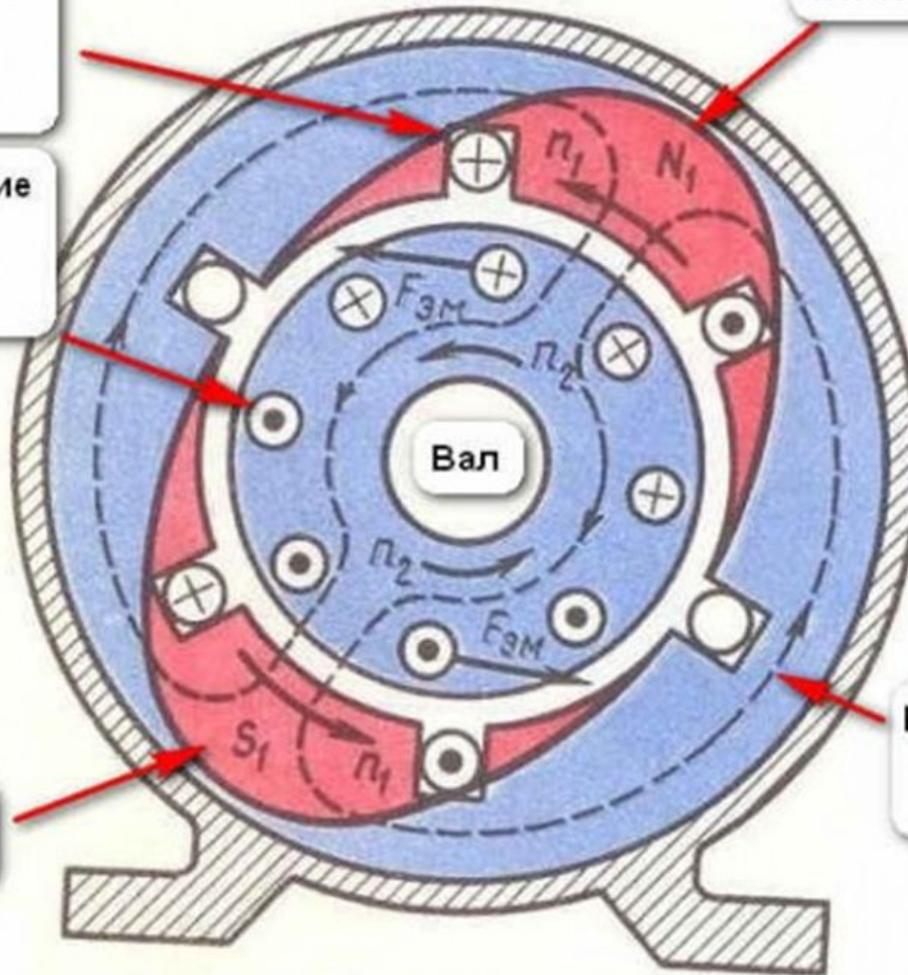
Практические применения закона Ампера - Асинхронные электродвигатели

Принцип работы асинхронного двигателя

Направление
тока в
обмотке
статора

Направление
тока в
обмотке
ротора

Северный
полюс N1

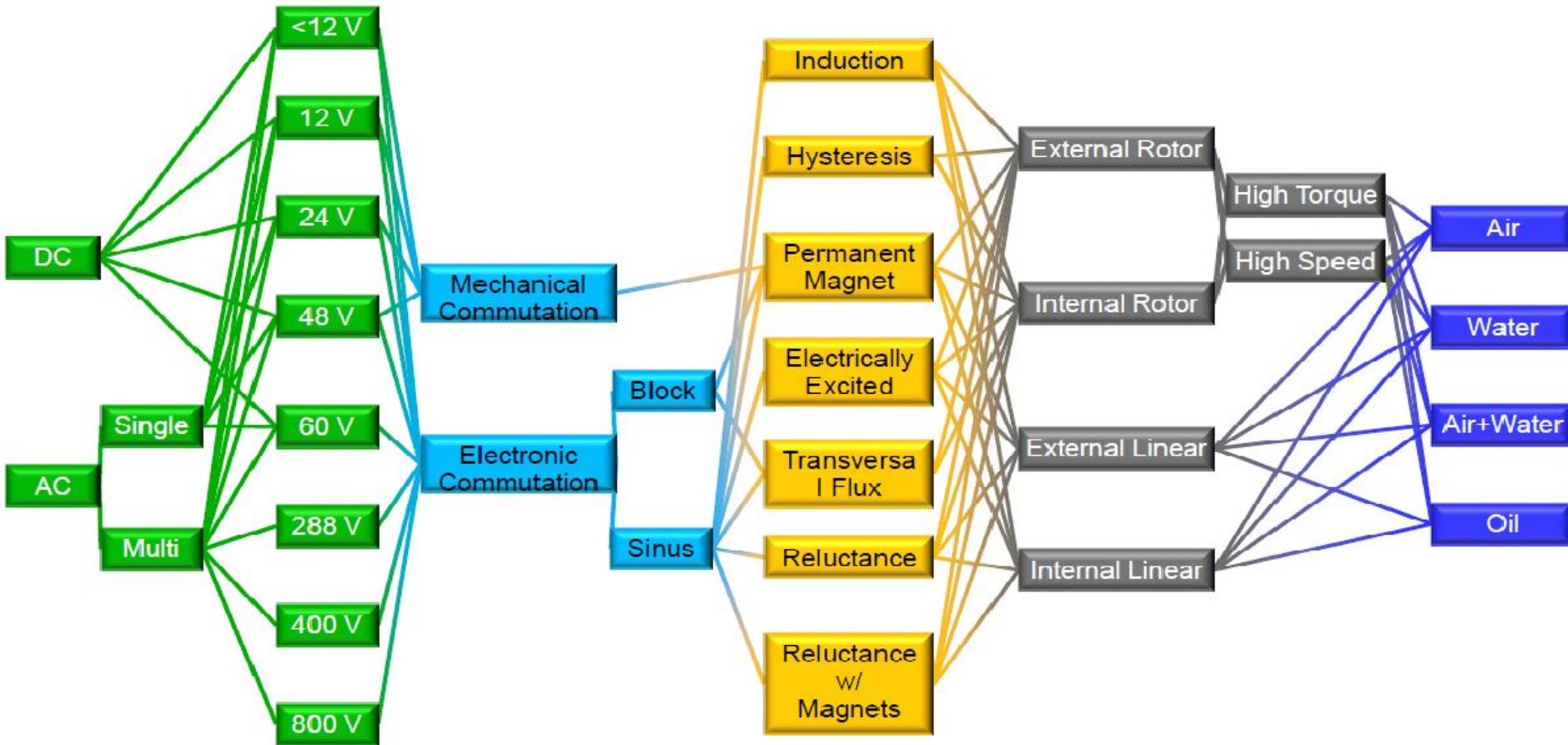


Южный
полюс S1

Магнитные
силовые
линии

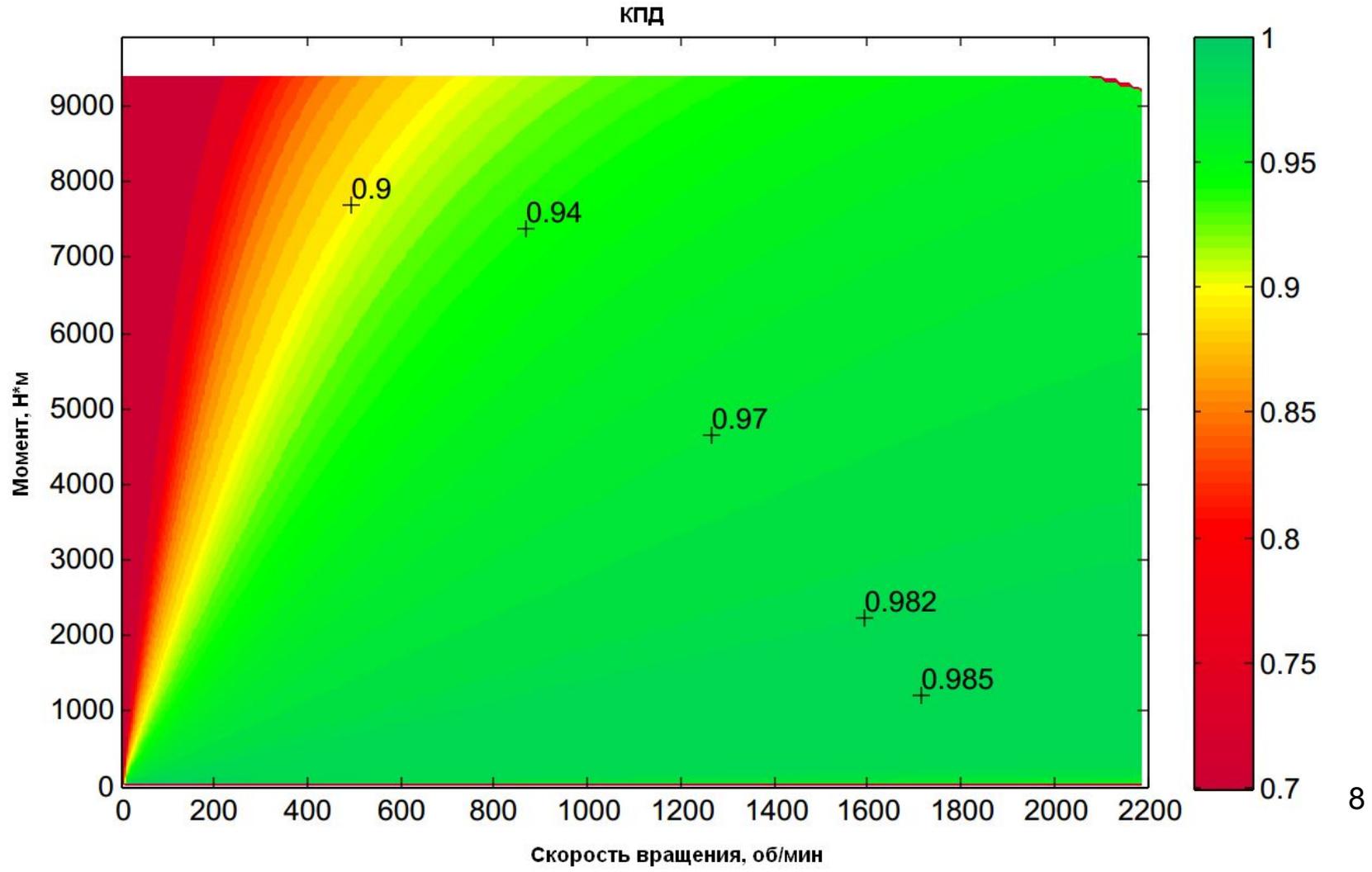
Какие электродвигатели существуют?

AVL E-DRIVE
E-Machine Diversity



Преимущества предлагаемых группой АМТ&С решений

Результаты моделирования синхронного двигателя.
КПД до 98.5%. А у бензинового 25%!

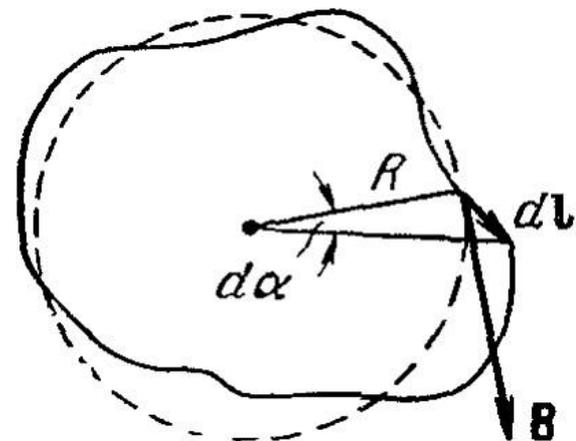


Циркуляция вектора магнитной индукции

В природе не обнаружено магнитных зарядов, поэтому силовые линии магнитного поля не имеют ни начала, ни конца. Они либо замкнуты, либо уходят в бесконечность. Вычислим циркуляцию вектора \mathbf{B} . По определению циркуляция это:

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l}$$

Сначала рассмотрим случай, когда контур лежит в плоскости, перпендикулярной к прямому току (см. рис. где ток перпендикулярен плоскости чертежа и направлен от наблюдателя). В любой точке контура вектор \mathbf{B} направлен по касательной к окружности, которая проходит через эту



Профессор Lesley Cohen обнаружила движение магнитных зарядов (дефектов) в системах типа искусственного спинового льда (сотовые двухмерные структуры на основе кобальта)

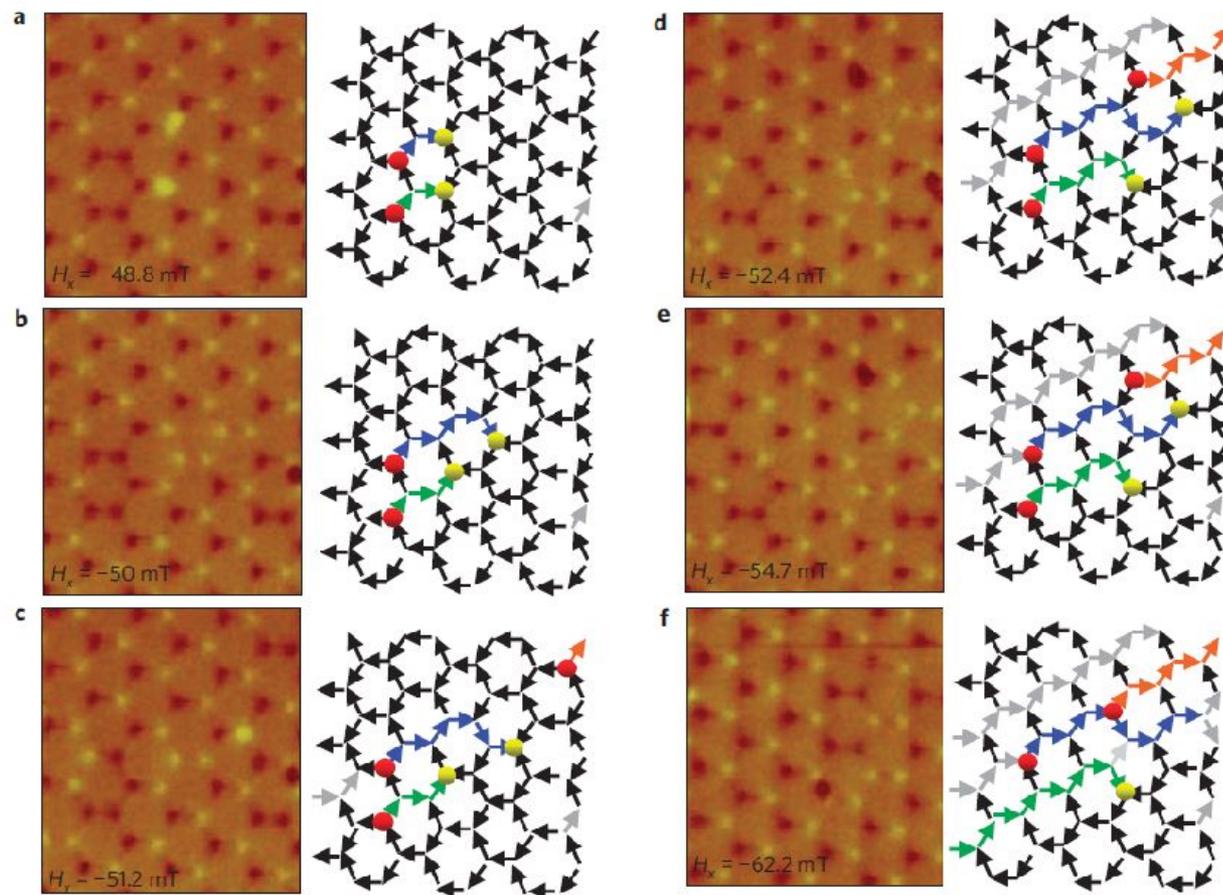
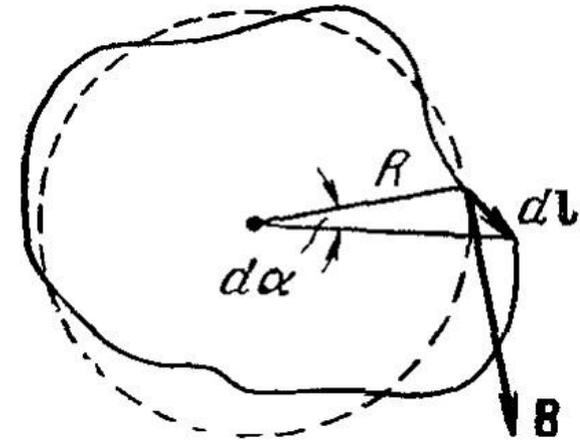


Figure 4 | The movement of magnetic charge. MFM images in zero field after the labelled conditioning fields. **a**, Two 3-in monopole defects with $Q = +3q$ form (bright yellow spots, yellow dots), with strings of head-tail spins (blue and green) to opposite magnetic charges $\Delta Q = -2q$ (red dots). Further bar flips are required to make the schematic (right) match the observed data; the grey arrows indicate a (non-unique) trial solution. **b**, The $\Delta Q = +2q$ magnetic charges hop to the right, changing from $Q = +3q$ to $Q = +q$. **c-f**, Another $\Delta Q = -2q$ magnetic charge appears, tracing its own (orange) string to the left, until it is blocked by the blue string of the $\Delta Q = +2q$ carrier.

Циркуляция вектора магнитной индукции

Воспользовавшись свойством скалярного произведения векторов, $\mathbf{B}d\mathbf{l}$ можем заменить на Bdl_B , где dl_B – проекция dl на направление \mathbf{B} . Но dl_B можно представить в виде $Rd\alpha$, где R – расстояние от прямого тока до dl , $d\alpha$ – угол, на который поворачивается радиальная прямая при перемещении вдоль контура на отрезок dl . Отсюда, учитывая выражение **для связи \mathbf{B} и постоянного тока \mathbf{I}** , для циркуляции \mathbf{B} получим:

$$\oint \boxtimes \boxtimes B d\mathbf{l} = \oint B dl_B = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b} b d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint d\alpha$$



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}$$

Циркуляция вектора магнитной индукции

Определим чему равен интеграл $\oint d\alpha$. 2 случая:

а) контур охватывает ток (верхний рисунок), тогда при обходе радиальная прямая все время поворачивается в одну сторону и этот интеграл равен 2π и

б) если ток не охватывается контуром

(нижний рисунок) радиальная прямая сначала движется в одну сторону (участок 1-2), а затем в другую (участок 2-1), таким образом интеграл в этом случае равен 0. Таким образом, для циркуляции \vec{B}

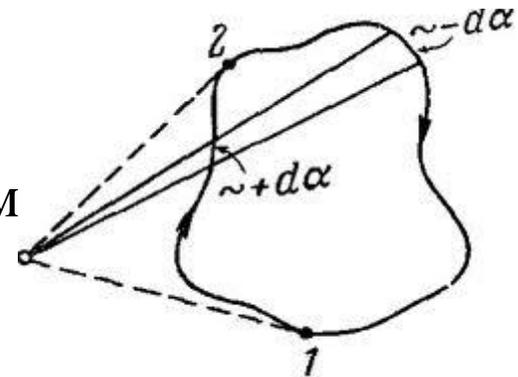
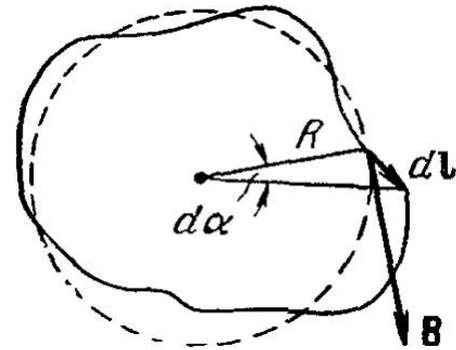
можем записать

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

Если контур произвольной формы охватывает несколько проводов с токами циркуляция вектора \vec{B} определяется как:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_k$$

Таким образом, сформулируем теорему о циркуляции: **циркуляция вектора \vec{B} по некоторому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых контуром, помноженной на μ_0 .**



Циркуляция вектора магнитной индукции

При рассмотрении электростатического поля была сформулирована теорема о циркуляции вектора напряженности электрического поля: **циркуляция вектора напряженности электростатического поля по любому замкнутому контуру равна нулю**.

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$$

В случае же магнитного поля циркуляция вектора **магнитной индукции отлична от нуля**. Таким образом, **электрическое и магнитное поля имеют принципиально различную природу**.

1. Как упоминалось, электрическое поле порождается зарядами, в отличие от магнитного, которое не имеет зарядов.
2. **Электростатическое поле потенциально**, и его можно определить потенциалом φ . Так как циркуляция вектора **\mathbf{B}** отлична от нуля, оно **не может быть аналогично охарактеризовано скалярным потенциалом**. Такое поле называется **вихревым или соленоидальным**.

Поле длинного соленоида

Воспользуемся теоремой о циркуляции вектора магнитной индукции для

определения поля внутри длинного соленоида (провод, навитый на

цилиндрический каркас). На рисунке показан такой соленоид и силовые

линии его поля. Для длинного соленоида можно считать, **что поле**

внутри снаружи соленоида

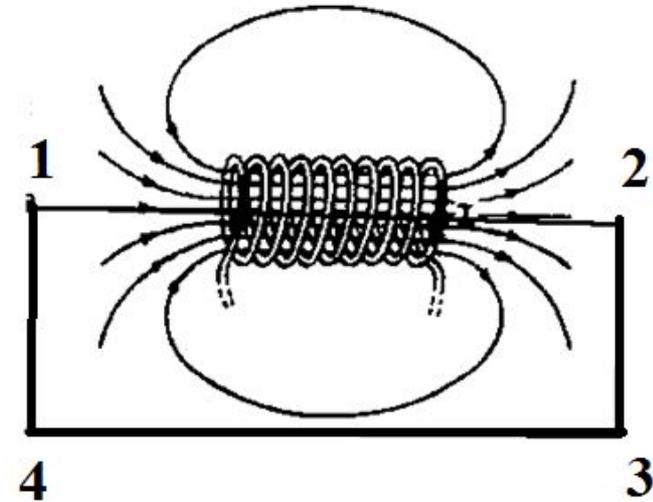
параллельно его оси. Возьмем

воображаемый прямоугольный контур 1-2-3-4-1, показанный на рисунке.

Циркуляция вектора B_i (i указывает номер витка с током) можно

представить в виде суммы

$$\oint_{1234} \vec{B}_i \cdot d\vec{l} = \int_{12} \vec{B}_i \cdot d\vec{l} + \int_{23} \vec{B}_i \cdot d\vec{l} + \int_{34} \vec{B}_i \cdot d\vec{l} + \int_{41} \vec{B}_i \cdot d\vec{l}$$

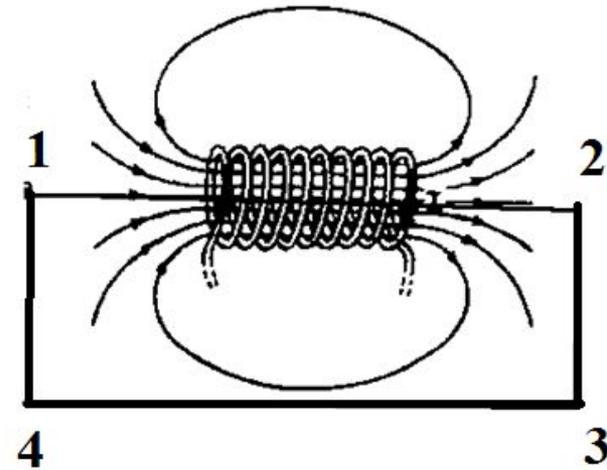


Поле длинного соленоида

В виду перпендикулярности вектора B_i сторонам 2-3 и 4-1, его циркуляция на этих участках равна нулю. Участок 3-4 можем удалить на бесконечность где $B = 0$. На участке 1-2 поле постоянно, поэтому можем убрать знак интеграла:

$$\oint_{1234} B_n dl = B_n l_s$$

где l_s — длина соленоида. Учитывая полученное выражение и то, что ток пересекает контур N раз, теорема о циркуляции вектора B примет вид: $B l_s = \mu_0 N I$, таким образом $\mathbf{B} = \mu_0 n \mathbf{I}$, где $n = N/l_s$



Электромагнитная индукция

Майкл Фарадей в 1831 году обнаружил, что при изменении потока магнитной индукции через поверхность, которая ограничена проводящим контуром, в контуре возникает электрический ток, который называется индукционным. Это явление называют **электромагнитной индукцией**.

Это значит, что при изменении магнитного потока в контуре возникает **ЭДС индукции ξ** :

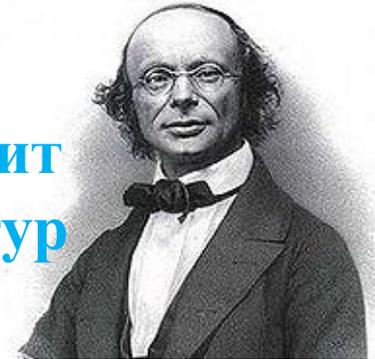
$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Данное выражение, называется **законом электромагнитной индукции**. **ЭДС индукции зависит только от скорости изменения потока Φ через контур** и не зависит от способа его изменения: изменение величины B , изменение площади контура или вращение контура относительно направления поля. Единицей измерения **магнитного потока** в СИ является вебер (Вб).

$$1 \text{ Вебер} = 1 \text{ Тесла} \times \text{м}^2$$



М.
Фарадей



В.
Вебер



Майкл Фарадей
1791 – 1867

Фарадей своим мысленным взором видел пронизывающие всё пространство силовые линии там, где математики видели центры сил, притягивающие на расстоянии. Фарадей видел среду там, где они не видели ничего, кроме расстояния.

...Некоторые из наиболее плодотворных методов исследования, открытых математиками, могли бы быть выражены в терминах представлений, заимствованных у Фарадея, значительно лучше, чем они выражались в их оригинальной форме.

Дж.К. Максвелл «Трактат об электричестве и магнетизме» 1873



Джеймс Максвелл
1831 – 1879

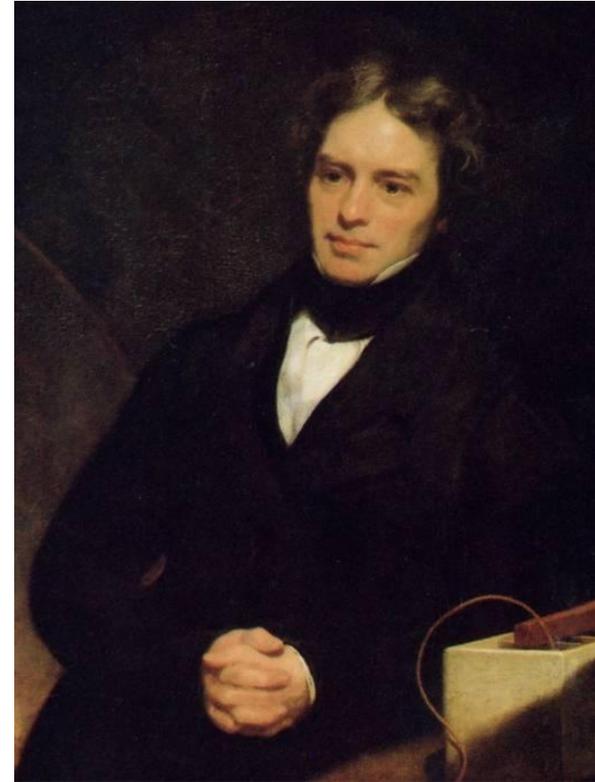
Электромагнитная индукция

(версия 1)



Королева Виктория:

Но зачем все это нужно?

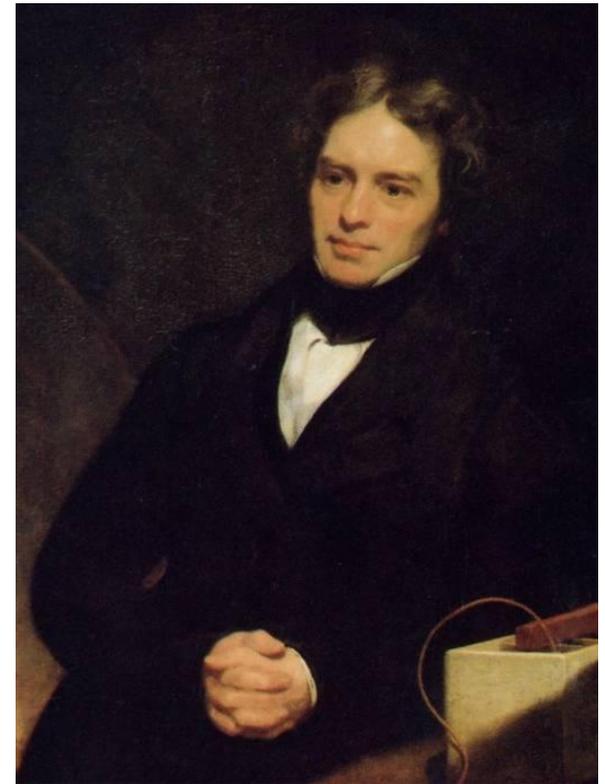


Фарадей: Ваше
Величество, Вы будете
получать с этого налоги!

Электромагнитная индукция



(версия 2)



Лорд Гамильтон (премьер):

«Хорошо, мистер Фарадей, всё это очень интересно, а какой от всего этого толк?»

Майкл Фарадей:

Какой толк? Да вы знаете, сэр, сколько налогов в казну эта штука со временем будет приносить?!

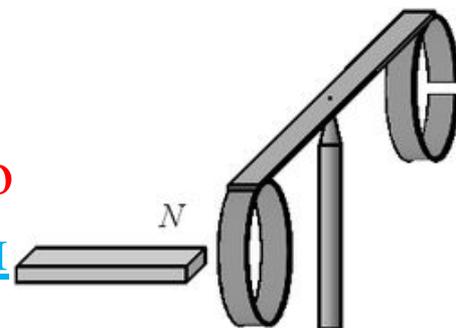
Правило Ленца



Знак «**минус**» в выражении законе электромагнитной индукции отражает **правило Ленца** (по имени русского физика Эмилия Ленца): **индукционный ток имеет такое направление, чтобы противодействовать причине, которая его вызывает.** Другими словами, ток в контуре направлен таким образом, чтобы магнитное поле, которое создается током, было **противоположно изменению внешнего поля.**

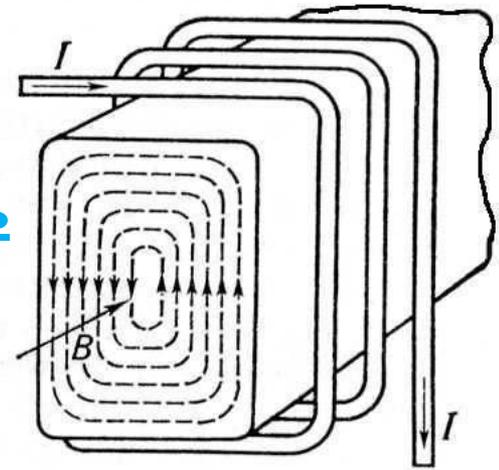
Э.
Ленц

Правило Ленца можно наглядно показать с помощью легкого алюминиевого кольца. **При приближении постоянного магнита сплошное кольцо отталкивается от него, а при удалении притягивается к магниту.** Результат опытов не зависит от полярности магнита. Если же удалять (или приближать) магнит в кольцо с прорезью, то кольцо остается неподвижным.



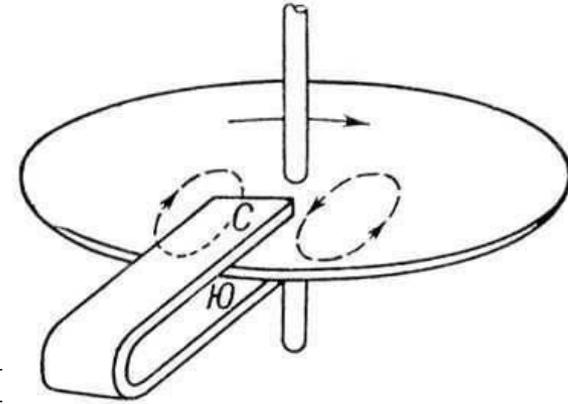
Токи Фуко

Индукционные токи могут возникать и в **массивных проводниках**. Такие токи называются **токами Фуко** или **вихревыми токами** (см. рисунок). Согласно правилу Ленца **токи Фуко протекают в проводниках так, чтобы противостоять причине, которая их вызывает**. Из-за этого движущиеся в магнитном поле проводники тормозятся действием токов Фуко с магнитным полем. Это используют **в тормозах грузовиков и злостными неплательщики электричества даже для остановки счетчиков!**

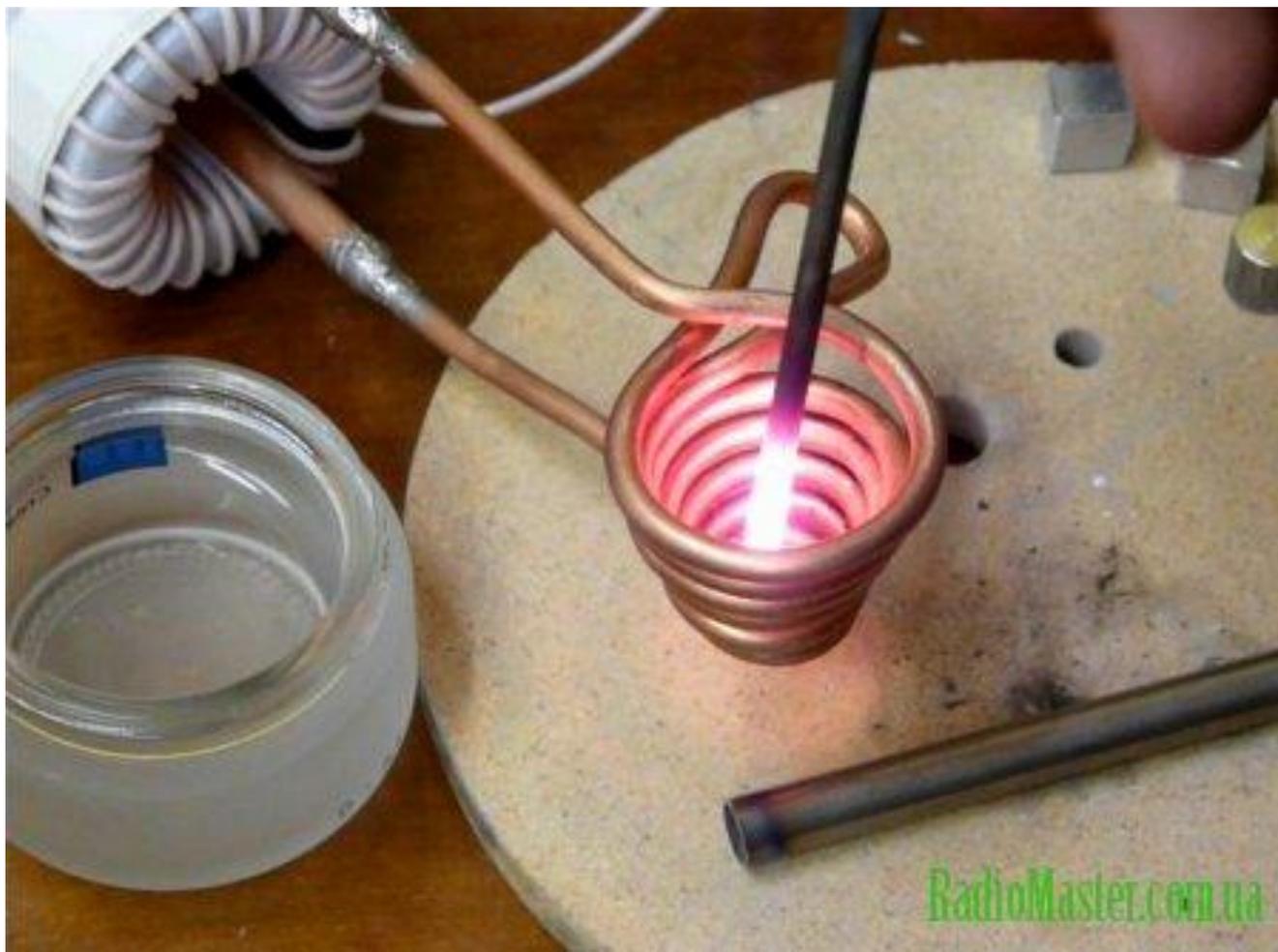


Токи Фуко

Нормально последнее свойство используется для **успокоения подвижных частей** измерительных приборов, в которых на движущейся части устанавливается проводник (например алюминиевая пластинка в счетчике). При движении пластинка оказывается между полюсами постоянного магнита и в ней возникают токи Фуко, приводящие к торможению системы (см. нижний рисунок). Токи Фуко также могут использоваться **для нагревания тел, например в индукционной печи (может быть даже ВТСП)**, (см. следующий слайд) где тело нагревается сильными токами Фуко.



По катушке протекает переменный ток высокой частоты. Соответственно, магнитный поток постоянно изменяется. Это вызывает появление токов Фуко в толще проводника, которыми обуславливается сильный нагрев проводника. По такому принципу работает индукционная печь а также ВЧ закалка.

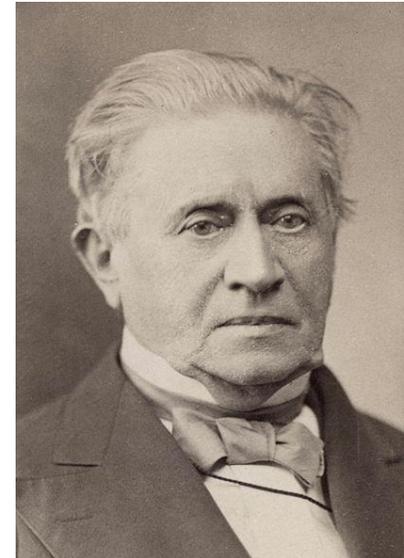


Самоиндукция

Электрический ток, текущий в контуре создает магнитный поток Φ . При изменении силы тока изменяется и магнитный поток из-за чего в контуре индуцируется ЭДС. Данное явление называется **самоиндукцией**. Из закона Био – Савара – Лапласа магнитная индукция B пропорциональна силе тока I , которое создает поле. Таким образом, **магнитный поток Φ , пропорционален току I , который его создает:**

$$\Phi = L \times I$$

Коэффициент пропорциональности L называется **индуктивностью или коэффициентом самоиндукции контура**. Единицей измерения индуктивности в СИ является по имени американского ученого Джозефа Генри. Контур имеет индуктивность 1 Гн, если в нем при силе тока в 1 А возникает магнитный поток в 1 Вб. $1 \text{ Гн} = 1 \text{ А} / 1 \text{ Вб}$.



Джозеф
Генри

ИНДУКТИВНОСТЬ

Изменение силы тока сопровождается появлением ЭДС

самоиндукции ξ_s :

$$\xi_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right)$$

Если индуктивность проводника не изменяется с течением времени ($dL/dt = 0$) выражение упростится:

$$\xi_s = -L\frac{dI}{dt}$$

где знак «минус» отражает правило Ленца.

Определим **ИНДУКТИВНОСТЬ ДЛИННОГО**

СОЛЕНОИДА. Ранее было показано, что при

протекании тока I в соленоиде создается

магнитное поле $B = \mu_0 nI$, **n – ЧИСЛО ВИТКОВ** на

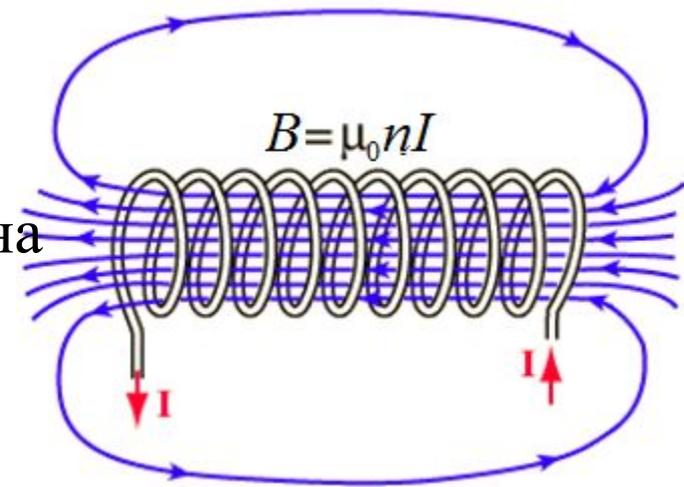
единицу длины. Отсюда, полный поток: $\Phi =$

$=nlBS = \mu_0 n^2 lSI$, где l – длина соленоида, S –

площадь поперечного сечения. Сравнивая с

выражением $\Phi = LI$, для **ИНДУКТИВНОСТИ**

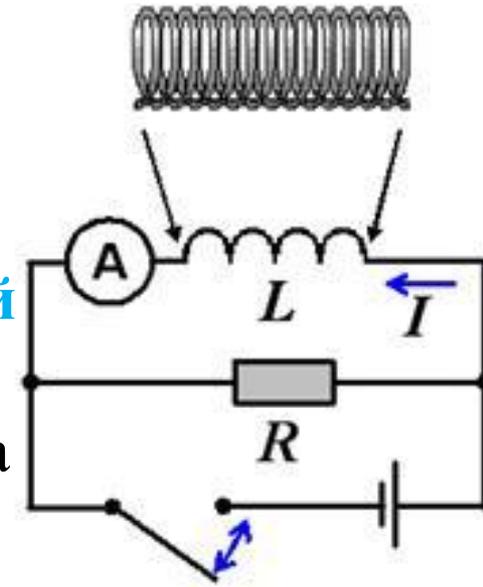
ДЛИННОГО СОЛЕНОИДА ПОЛУЧИМ: $L = \mu_0 n^2 lS$



Посмотрим опыт

Энергия магнитного поля

Возьмем электрическую цепь, которая состоит из источника постоянного тока, сопротивления и катушки индуктивности L . Когда ключ замкнут в соленоиде установится ток I , обуславливающий магнитное поле в соленоиде. **При размыкании ключа в цепи будет течь постепенно убывающий ток, который поддерживается ЭДС самоиндукции соленоида**. За время убывания тока сторонними силами будет совершена работа.



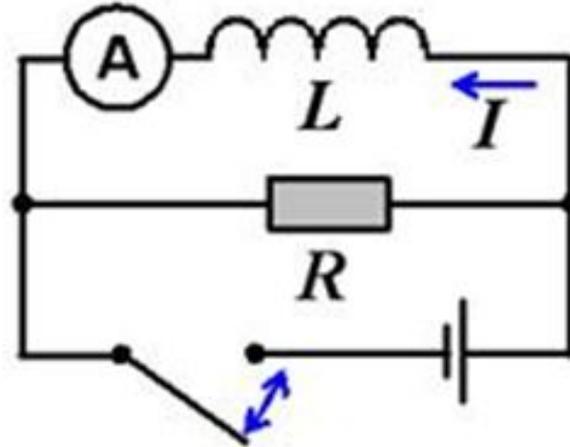
За малый промежуток времени dt работа сторонних сил: $dA = \xi_{сам} dq$, где $dq = Idt$, далее, используя выражение $\xi_{сам} = L dI/dt$ получим:

$$dA = -Idt L dI/dt = LI dI$$

Тогда **работа за все время убывания тока** до нуля определяется интегрированием

$$A = \int_I^0 (-LI dI) = \frac{LI^2}{2}$$

Энергия магнитного поля



На выполнение этой работы затрачивается энергия W соленоида (по закону сохранения энергии). Таким образом, энергия соленоида индуктивностью L с током I определяется выражением:

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

Энергия магнитного поля

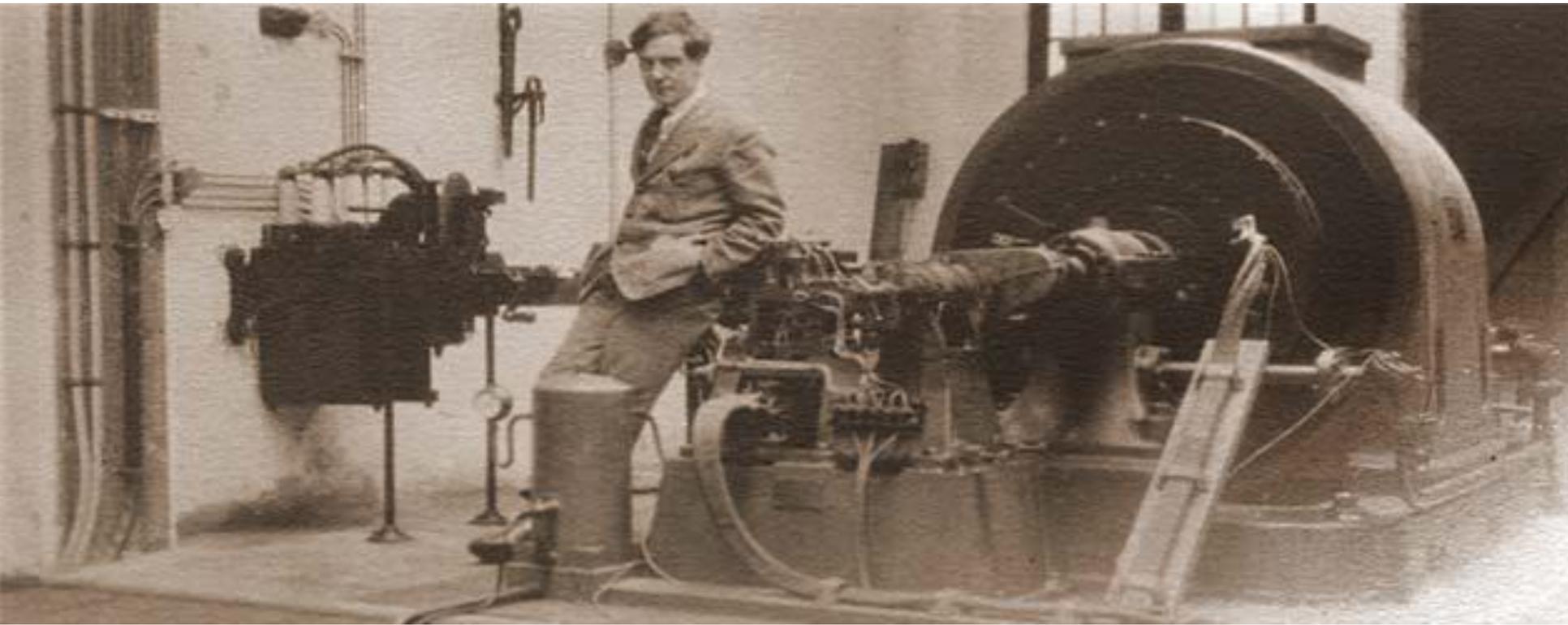
Оказывается, **что энергия W – это энергия магнитного поля соленоида.** Выразим энергию поля через индукцию B и физические размеры соленоида. Для этого в последнее выражение подставим формулу для индукции $B = \mu_0 nI$ и индуктивности $L = \mu_0 n^2 lS$. В результате получим **магнитную энергию:**

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0} lS$$

Таким образом для **плотности магнитной энергии** (энергия поля на единицу объема) можем записать:

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Пондемоторные силы



*"...Я пишу Вам это письмо в Каир, дабы рассказать, что мы уже сумели получить **поля, превышающие 270 000 Гс...** Мы не смогли пойти дальше, так как **разорвалась катушка**, и это произошло с оглушительным грохотом, который, несомненно, доставил бы Вам массу удовольствия, если бы Вы слышали его... Авария явилась наиболее интересной частью эксперимента ... тут вообще нет ничего пагубного для аппаратуры и даже для экспериментатора, если он держится на достаточном расстоянии.»*

П.Л. Капица Резерфорду, Кембридж. 17 декабря 1925 года.