Тема 6.

Магнитные возбуждения в твердом теле

Магнетизм – взаимодействие между движущимися зарядами

Взаимодействие осуществляется магнитным полем

Источник магнитного поля - движение зарядов

Количественная характеристика магнитного поля – его напряженность *H*

$$dH = \frac{J}{cR^3}\left[ds \times \vec{R}\right] \qquad dF = \frac{J}{c}\left[ds \times H\right]$$

Для замкнутых токов

$$H = \frac{J}{c}\oint \frac{\left[ds \times \vec{R}\right]}{R^3} \qquad F = \frac{J}{c}\oint\left[ds \times H\right]$$

Магнетизм атомов

Способность атомов взаимодействовать с магнитным полем характеризуется магнитным моментом M

Для замкнутого контура с током $\vec{M} = I \cdot S \cdot \vec{n}$

Магнитный момент атома обусловлен микроскопическими токами, создаваемыми :

1) орбитальным движением электронов
2) спинами электронов и ядер

Одноэлектронные атомы

Орбитальный момент импульса электрона : $\left|\mathrm{P}_{\mathrm{el}}\right| = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$

Проекция момента на произвольную ось z : $\mathrm{P}_{\mathrm{elz}} = m_l \hbar$

Проекции на другие оси не определены $\boxed{\mathrm{P}_{ely}}$ $\boxed{\mathrm{P}_{elx}}$

Орбитальный магнитный момент электрона :

$$\left|\mathrm{M}_{\mathrm{el}}\right| = g_{el}\left|\mathrm{P}_{\mathrm{el}}\right| = \sqrt{l(l+1)}\,\mu_B \qquad \boxed{g_{el} = \frac{e}{2m}} \qquad \boxed{\mu_B = \frac{e}{2m}\hbar}$$

Магнитомеханическое отношение

Проекция магнитного момента на произвольную ось z :

$$\mathrm{M}_{\mathrm{elz}} = m_l \mu_B$$

Одноэлектронные атомы

Спин электрона : $\left|\mathrm{P}_{\mathrm{es}}\right| = \sqrt{\mathrm{s}(\mathrm{s}+1)}\,\hbar, \quad \mathrm{s} = \dfrac{1}{2}$

Проекция спина на произвольную ось z :

$$\mathrm{P}_{\mathrm{sz}} = m_s \hbar, \quad m_s = \pm\frac{1}{2} \qquad \boxed{\mathrm{P}_{\mathrm{sx}}} \quad \boxed{\mathrm{P}_{\mathrm{sy}}}$$

Спиновый магнитный момент электрона :

$$\left|\mathrm{M}_{\mathrm{es}}\right| = g_{es}\left|\mathrm{P}_{\mathrm{es}}\right| = \sqrt{\mathrm{s}(\mathrm{s}+1)}\,\frac{e}{m}\hbar = \sqrt{3}\,\mu_B \qquad \boxed{g_{es} = \frac{e}{m}}$$

Магнитомеханическое отношение

Проекция магнитного момента на произвольную ось z :

$$\mathrm{M}_{\mathrm{esz}} = \pm\mu_B$$

Одноэлектронные атомы

Спин-орбитальное взаимодействие $\longrightarrow$ $\vec{P}_a = \vec{P}_{el} + \vec{P}_{es}$

Полный момент импульса электрона и его проекция

$$\left|P_a\right| = \sqrt{j(j+1)}\,\hbar \qquad P_{az} = m_j \hbar \qquad j = l + s,\; m_j = m_l + m_s$$

Полный электронный магнитный момент атома :

$$\left|M_a\right| = \frac{1}{2}\frac{e}{m}\sqrt{j(j+1)} = \sqrt{j(j+1)}\,\mu_B$$

Поправки к энергии – тонкая структура уровней

$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}\left[1 + \frac{e^4}{\hbar^2 n^2}\left\{\frac{n}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4}\right\}\right]$$

Магнетизм многоэлектронных атомов

Многоэлектронный атом можно рассматривать в приближении самосогласованного центрально-симметричного электрического поля.

Квантовое состояние определяется электронной конфигурацией т.е. числом электронов с заданными l и n

Все состояния с данным n –составляют электронную оболочку. Замкнутая оболочка – электронный слой

Max число таких состояний 2(2 l +1)

$$nl^{2(2l+1)}$$

например 1p → 6 эквивалентных сост.

Заполнение оболочек *e*

K	**$1s^2$**	**2 электрона**
L	**$2s^2$, $2p^6$**	**8 электронов**
M	**$3s^2$, $3p^6$, $3d^{10}$**	**18 электронов**
N	**$4s^2$, $4p^6$ $4d^{10}$, $4f^{14}$**	**32 электрона**

Уровни энергии в сложный атомах обозначают большими буквами латинского алфавита

Многоэлектронные атомы

Полный орбитальный момент атома

$$\left|\mathrm{P}_{\mathrm{aL}}\right| = \sum_{i=1}^{Z} \mathrm{P}_{\mathrm{el_i}} = \sqrt{L(L+1)}\,\square \qquad \mathrm{P}_{\mathrm{aLz}} = m_L \square \qquad \boxed{\mathrm{L} = \sum_{i=1}^{Z} l_i}$$

Полный магнитный орбитальный момент атома

$$\left|\mathrm{M}_{\mathrm{aL}}\right| = \sqrt{L(L+1)}\,\mu_B$$

Полный спиновый момент атома

$$\left|\mathrm{P}_{\mathrm{aS}}\right| = \sum_{i=1}^{Z} \mathrm{P}_{\mathrm{es_i}} = \sqrt{S(S+1)}\,\square \qquad \mathrm{P}_{\mathrm{aSz}} = m_S \square \qquad \boxed{\mathrm{S} = \sum_{i=1}^{Z} m_{s_i}}$$

Полный спиновый магнитный орбитальный момент атома

$$\left|\mathrm{M}_{\mathrm{aS}}\right| = 2\sqrt{S(S+1)}\,\mu_B$$

Многоэлектронные атомы

Полный момент атома $\vec{P}_a = \vec{P}_{eL} + \vec{P}_{eS}$ $\quad \left|P_a\right| = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar$

Его проекция $P_{az} = m_J \hbar \quad m_J = 0, \pm 1 \ldots . \pm J \quad J = L + S$

Спин-орбита

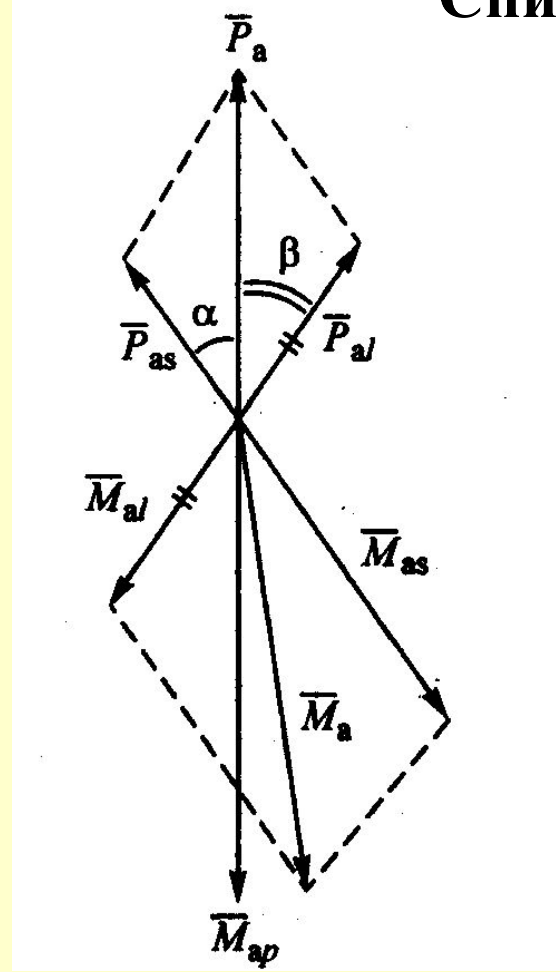
Тяжелые атомы: J-J связь

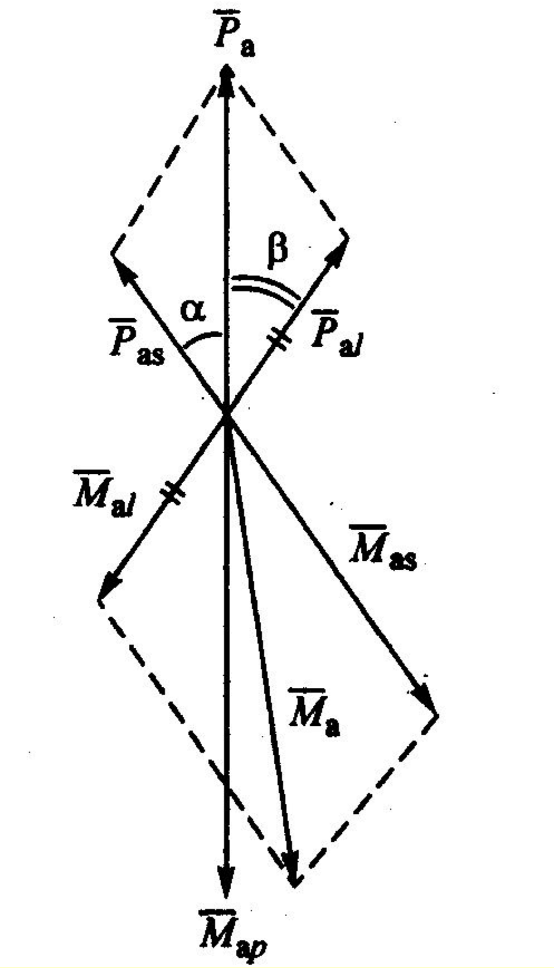
$$\vec{P}_e = \vec{P}_{el} + \vec{P}_{es} \qquad \vec{P}_a = \sum_{i=1}^{Z} \vec{P}_{e_i}$$

$$\vec{M}_a = \vec{M}_{aL} + \vec{M}_{aS}$$

$\mathbf{M_a}$ **не антипараллелен** $\mathbf{P_a}$

$$\frac{M_{aS}}{P_{aS}} = 2\frac{M_{aL}}{P_{aL}}$$





Проекция магнитного момента, на направление механического момента

$$M_{aP} = M_{aL}\cos(P_{aL}P_a) + M_{aS}\cos(P_{aS}P_a)$$

$$M_{aP} = M_{aL}\cos(\beta) + M_{aS}\cos(\alpha)$$

Из геометрических соображений:

$$\cos(\alpha) = \frac{S(S+1)+J(J+1)-L(L+1)}{2\sqrt{S(S+1)J(J+1)}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{L(L+1)+J(J+1)-S(S+1)}{2\sqrt{L(L+1)J(J+1)}}$$

$$M_{aP} = [1+\frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}]\sqrt{J(J+1)}\mu_B$$

Многоэлектронные атомы

$$\left|\mathrm{M}_{\mathrm{aP}}\right| = g_J \sqrt{J(J+1)}\ \mu_B \qquad g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$g_J = 1$ *для* $S = 0$ $\quad g_J = 2$ *для* $L = 0$ **Фактор Ланде**

Проекция магнитного момента на внешнее магнитное поле

$$\mathrm{M}_{\mathrm{aPz}} = g_J m_J \mu_B \qquad m_J = 0, \pm 1 \ldots. \pm J$$

Эффективный магнитный момент атома

$$(\mathrm{M}_{\mathrm{aPz}})_{\max} = g_J J \mu_B$$

Магнитные моменты атомных ядер

Аналогия протона с электроном не проходит !!!

$$\left|\mathrm{M_p}\right| = 2{,}79\mu_{яB} \qquad \left|\mathrm{M_n}\right| = -1{,}9\mu_{яB}$$

$$\mu_{яB} = \frac{e}{2m_p}\hbar$$ **Ядерный магнетон Бора** $\mu_{яB} << \mu_B$

Спин ядра $\left|\mathrm{P_я}\right| = \sqrt{I(I+1)}\,\hbar \qquad I = 0,\ 1/2,\ 1,\ 3/2,\ 2, ...$

Магнитный момент ядра $\left|\mathrm{M_я}\right| = g_я\sqrt{I(I+1)}\ \mu_{яB}$

$$\left|\mathrm{M_я}\right| \neq \sum\left|\mathrm{M}_{\mathrm{n}i}\right| + \left|\mathrm{M}_{\mathrm{p}i}\right|$$

Проекция магнитного момента ядра

$$\mathrm{M}_{я\mathrm{Z}} = g_я m_I\ \mu_{яB}$$

$$m_I = 0,\ \pm 1/2,\ ......\pm I$$

Основы теории магнетизма т.т.

Все тв.тела. в магнитом поле *H* – приобретают магнитный момент, т.е. намагничиваются

Вектор намагниченности $\mathrm{I_m}$ - магнитный момент ед. объема

$$\vec{\mathrm{I}}_{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{M}}{V} = H_i$$

Направление I

$$\vec{\mathrm{I}}_{\mathrm{m}} \uparrow\uparrow H \qquad \vec{\mathrm{I}}_{\mathrm{m}} \uparrow\downarrow H$$

Напряженность поля внутри магнетика - индукция

$$B = H + H_i \qquad \mathrm{I}_m = \kappa \cdot H$$

Магнитная восприимчивость

$$B = H + \kappa \cdot H = (1+\kappa)H$$

$$1 + \kappa = \mu \longleftarrow$$ **Магнитная проницаемость**

феноменология

По магнитным свойствам все вещества делятся на:

Диамагнетики к <0 и не зависит от Т и Н ($\mu < 1$)

Парамагнетики к >0 не зависит Н, зависит от Т ($\mu > 1$)

Ферромагнетики к $>>0$ и зависит от Н :

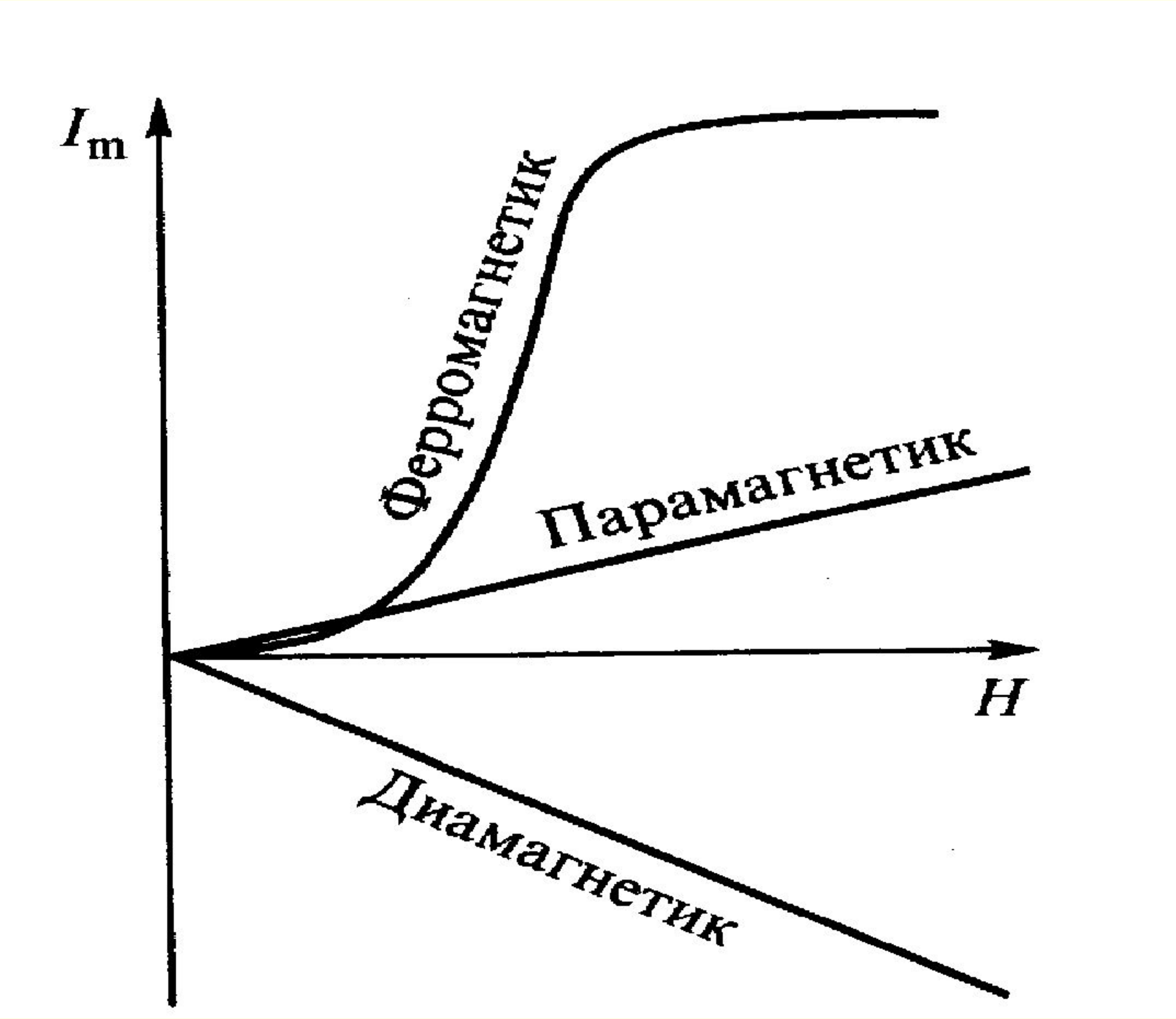
ферромагнетики,

антиферромагнетики

ферримагнетики

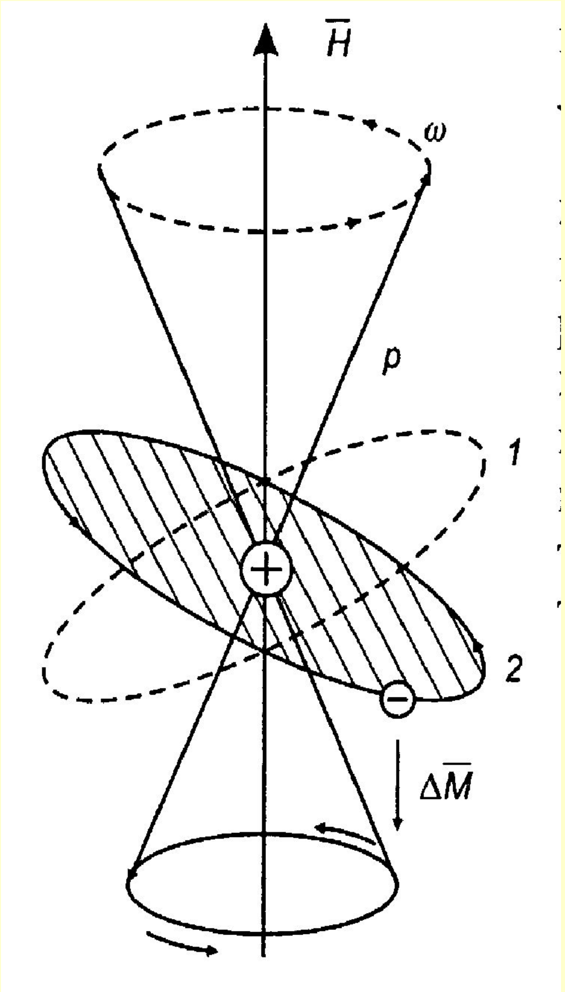
Причины – Изменение магнитного момента атомов во внешнем магнитном поле,
Взаимодействие магнитных моментов атомов

Основы теории магнетизма



Диамагнетизм – к <0 и не зависит от Т и Н (μ < 1)

Теорема Лармора – влияние Н на движение электрона в атоме – прецессия вокруг направления Н с частотой $\Omega = eH/2m$



Прецессия электронной орбиты эквивалентна току I = - eν = - e Ω/ 2π

Связанный с током магнитный момент

M = I·S

$$M = I\pi r^2 = \frac{-e^2 H}{4m} r^2$$

В атоме содержащем Z электронов суммарный ток I = (- eZ) Ω/ 2π = -Ze²H/4πm

$$M = I\pi\langle r_s^2\rangle = \frac{-e^2HZ}{4m}\langle r_s^2\rangle$$

Для тв.тела. с N атомов на ед. объема:

$$\kappa = \frac{MN}{V}\frac{1}{H} = -\frac{e^2 ZN}{4m}\langle r_s^2\rangle$$

$$\boxed{\langle r_s^2\rangle = \frac{2}{3}\langle r^2\rangle}$$

Диамагнетизм есть всегда, но проявляется в атомах с нулевым собственным магнитным моментом

Парамагнетизм к >0 не зависит H, зависит от T ($\mu > 1$)

Имеет место в т.т. состоящих из атомов с ненулевым собственным магнитным моментом

В отсутствие внешнего H моменты атомов распределены случайно и $\langle M_a \rangle = 0$

В магнитном поле моменты стремятся ориентироваться по полю

Энергия момента, отклоненного от поля на угол Θ :

$W_m = -M_a \cdot H \cdot \cos(\Theta)$ $\longrightarrow$ $W \to \min$ при $\Theta = 0$

Тепловое движение наоборот, разупорядочивает моменты

Надо найти среднее значение $\langle M_{aH} \rangle$ под действием поля и температуры

Вероятность того, что момент ориентирован под углом Θ+ dΘ к магнитному полю

$\eta = C \cdot \exp(M_a \cdot H \cdot \cos(\Theta)/kT)\sin(\Theta)$ $d\Theta$

Среднее значение проекции момента на направление H

$$M_H = M_a \frac{\int_0^{\pi} \cos(\Theta) \cdot \exp(\frac{M_a \cdot H \cdot \cos(\Theta)}{kT}) \cdot \sin(\Theta) d\Theta}{\int_0^{\pi} \exp(\frac{M_a \cdot H \cdot \cos(\Theta)}{kT}) \cdot \sin(\Theta) d\Theta}$$

Парамагнетики

$$\beta = \frac{M_a H}{kT}$$

$$M_H = M_a\left[cth\left(\frac{M_a H}{kT}\right) - \frac{kT}{M_a H}\right] \longrightarrow M_H = M_a\left[cth(\beta) - \frac{1}{\beta}\right]$$

Для β<<1 cth(β) - 1/ β = β/3

Для *N* атомов намагниченность I_m равна $N \cdot M_H$

$$I_m = \frac{1}{3} N M_a \beta = \frac{N M_a^2 H}{3kT}$$

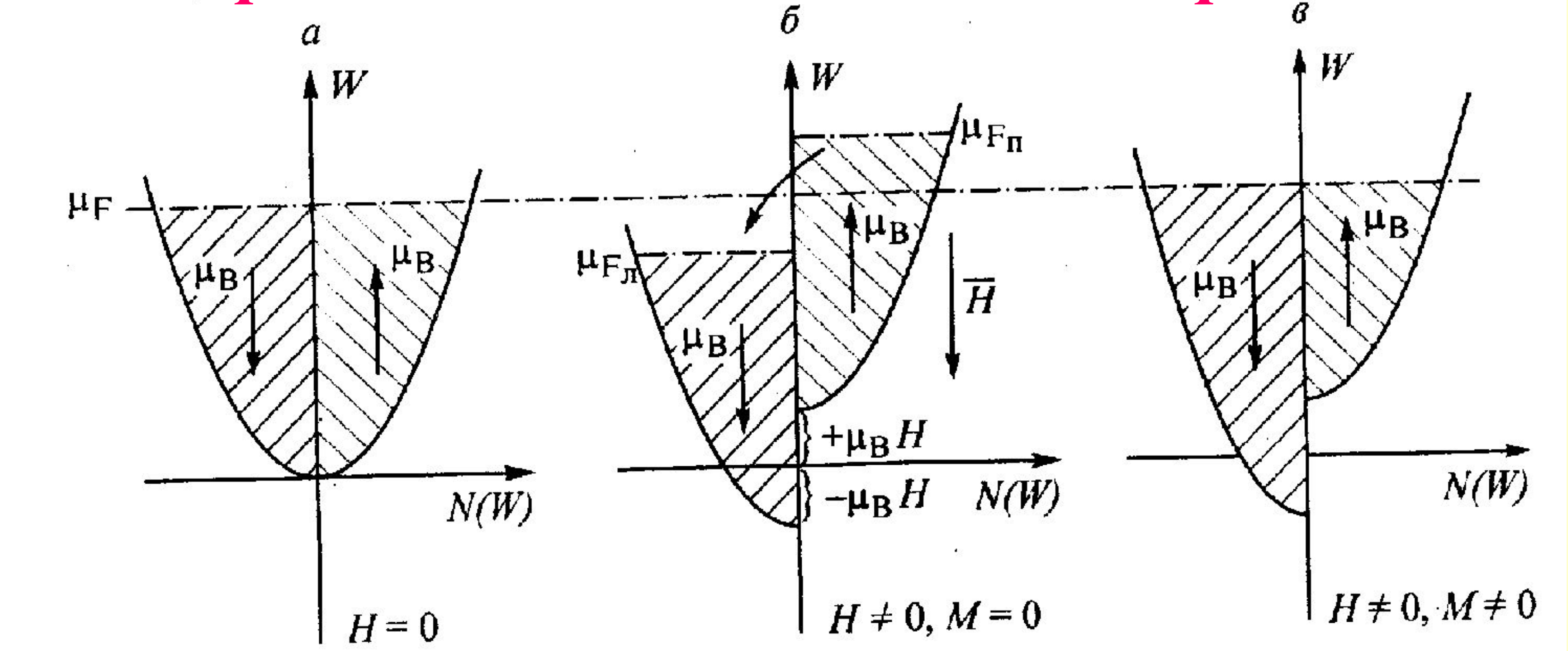
$\kappa = I_m/H \longrightarrow \kappa = N \cdot M_a^2/3kT \longrightarrow \kappa = C/T$

Закон Кюри к =С/Т

$C = N \cdot M_a^2/3k$ – постоянная Кюри

Закон Кюри - Вейса к =С/(Т- Θ)

Парамагнетизм свободных электронов



$$\Delta n_+ = C \cdot \exp\left[\frac{\mu_B H}{kT}\right] \qquad \Delta n_- = C \cdot \exp\left[-\frac{\mu_B H}{kT}\right]$$

$$\Delta n \cong \frac{kT}{\mu_F} n$$

Число электронов вблизи уровня Ферми

$$\frac{M}{V} = \mu_B(\Delta n_+ - \Delta n_-) \qquad \Delta n = \Delta n_+ + \Delta n_-$$

$$I_m = C \cdot \mu_B \cdot \left[\exp\left[\frac{\mu_B H}{kT}\right] - \exp\left[-\frac{\mu_B H}{kT}\right]\right]$$

$$\Delta n = C \cdot \left[\exp\left[\frac{\mu_B H}{kT}\right] + \exp\left[-\frac{\mu_B H}{kT}\right]\right]$$

$$\boxed{\beta = \frac{\mu_B H}{kT}}$$

$$C = \frac{\Delta n}{\exp\left[\frac{\mu_B H}{kT}\right] + \exp\left[-\frac{\mu_B H}{kT}\right]}$$

$$\boxed{I_m = \Delta n \cdot \mu_B \frac{\exp(\beta) - \exp(-\beta)}{\exp(\beta) + \exp(-\beta)} = \Delta n \cdot \mu_B th(\beta)}$$

$$\beta << 1 \quad \Rightarrow \quad th(\beta) \approx \beta$$

$$I_m = \Delta n \cdot \mu_B th(\beta) = \frac{\Delta n \cdot \mu_B^2 H}{kT}$$

$$\kappa_e = \frac{I_m}{H} = \frac{\Delta n \cdot \mu_B^2}{kT}$$

$$\boxed{\Delta n \cong \frac{kT}{\mu_F} n}$$

$$\kappa_e = \frac{n \cdot \mu_B^2}{\mu_F}$$

Магнитная восприимчивость е не зависит от Т

Ферромагнетики

к >>0 и зависит от Н

Домены - области спонтанной намагниченности
параллельная ориентация магнитных моментов

Источники образования доменов:
Не скомпенсированный спин электронных оболочек
Обменное взаимодействие электронов

Электростатическая природа!!!!

Тождественность частиц

в.ф. системы, получающиеся при перестановке пары одинаковых частиц отличаются множителем *exp*(*iϕ*),

Двойная перестановка

$$\psi = \psi \cdot \exp(2i\varphi) \Leftrightarrow \exp(i\varphi) = \pm 1$$

Для систем с S=n/2 В.Ф. Антисимметрична - Меняет знак при при нечетном числе перестановок

Для систем с S=n В.Ф. Симметрична – Не меняет знак при любом числе перестановок

Принцип Паули

В.ф. Системы двух невзаимодействующих электронов

$\Psi_{I}(1,2) = \Psi_{\alpha}(1)\cdot\Psi_{\beta}(2)$ $\quad\quad$ $\Psi_{II}(1,2) = \Psi_{\alpha}(2)\cdot\Psi_{\beta}(1)$

$\Psi = c_1\cdot\Psi_{I} + c_2\cdot\Psi_{II}$ в.ф. Антисимметрична т.е. $c_1 = - c_2$

$\Psi_{анти}(1,2) = [1/\sqrt{2}]\cdot[\Psi_{\alpha}(1)\cdot\Psi_{\beta}(2)-\Psi_{\alpha}(2)\cdot\Psi_{\beta}(1)]$

Если электроны в одном состоянии то

$\Psi_{\alpha} = \Psi_{\beta} \Rightarrow \Psi_{анти}(1,2)\equiv 0$

Обменное взаимодействие

$$\psi(1,2) = \Phi(r_1, r_2)\cdot S(sz_1, sz_2)$$

$$\boxed{\hat{U} = \frac{e^2}{r_{12}}}$$

$$\psi(1,2) \xleftrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_2 \;\; u \; sz_1 \leftrightarrow sz_2} -\psi(2,1)$$

$$\Phi(r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\psi_\alpha(r_1)\psi_\beta(r_2) \pm \psi_\alpha(r_2)\psi_\beta(r_1)\right\}$$

$$< U >= \int \Phi^* \hat{U} \Phi \, dv_1 dv_2$$

$$dv_1 = dx_1 dy_1 dz_1$$

$$dv_2 = dx_2 dy_2 dz_2$$

Введем обозначения:

$$\rho_\alpha(r_1) = -e\,\left|\psi_\alpha(r_1)\right|^2, \rho_{\alpha\beta}(r_1) = -e\psi^*_\alpha(r_1)\psi_\beta(r_1)$$

$$\rho_\beta(r_2) = -e\,\left|\psi_\beta(r_2)\right|^2, \rho^*_{\alpha\beta}(r_2) = -e\psi_\alpha(r_2)\psi^*_\beta(r_2)$$

Обменное взаимодействие

$$< U >= \int \frac{\rho_\alpha(r_1)\rho_\beta(r_2)}{r_{12}} dv_1 dv_2 \pm \int \frac{\rho_{\alpha\beta}(r_1)\rho^*_{\alpha\beta}(r_2)}{r_{12}} dv_1 dv_2$$

$\rho_\beta(r_1); \rho_\beta(r_1)$ **Плотность «размазанного» заряда**

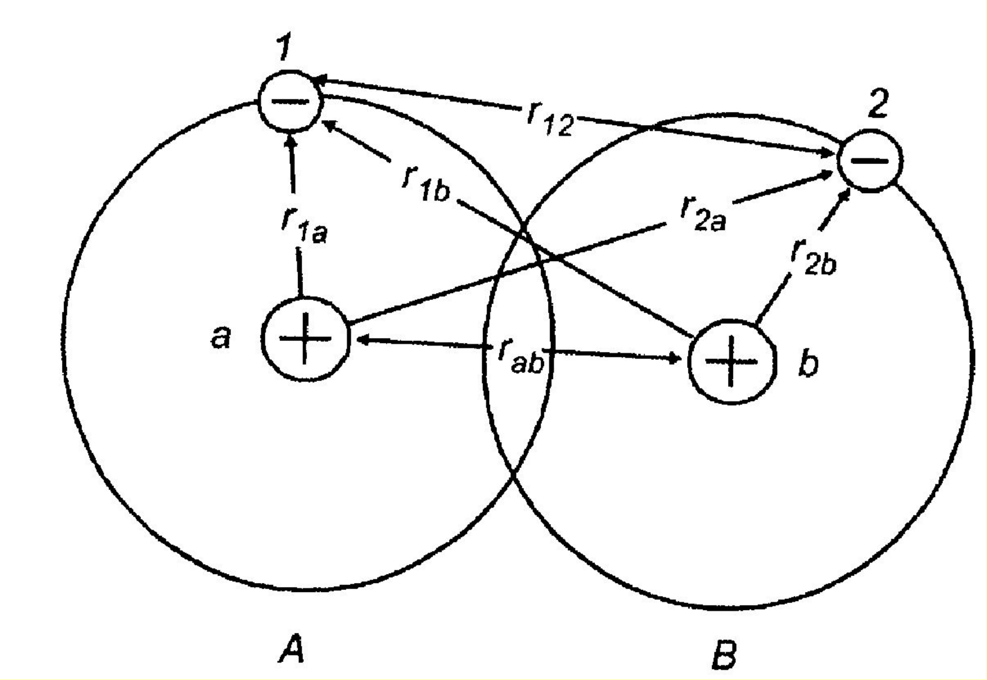
$$\left| \frac{\rho_{\alpha\beta}(r_1)\rho^*_{\alpha\beta}(r_2)}{e^2} \right|$$

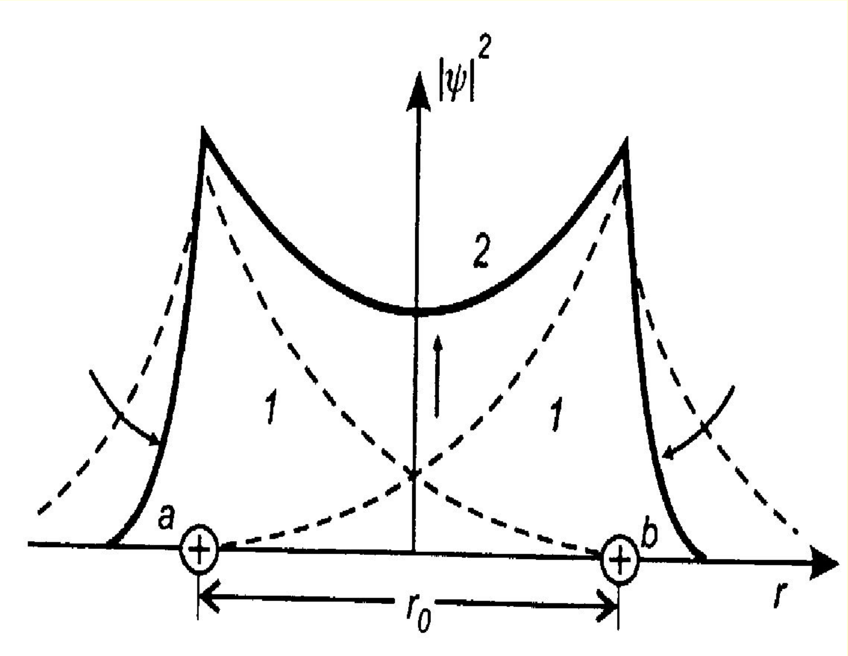
Вероятность нахождения частиц в одной и той же точке пространства

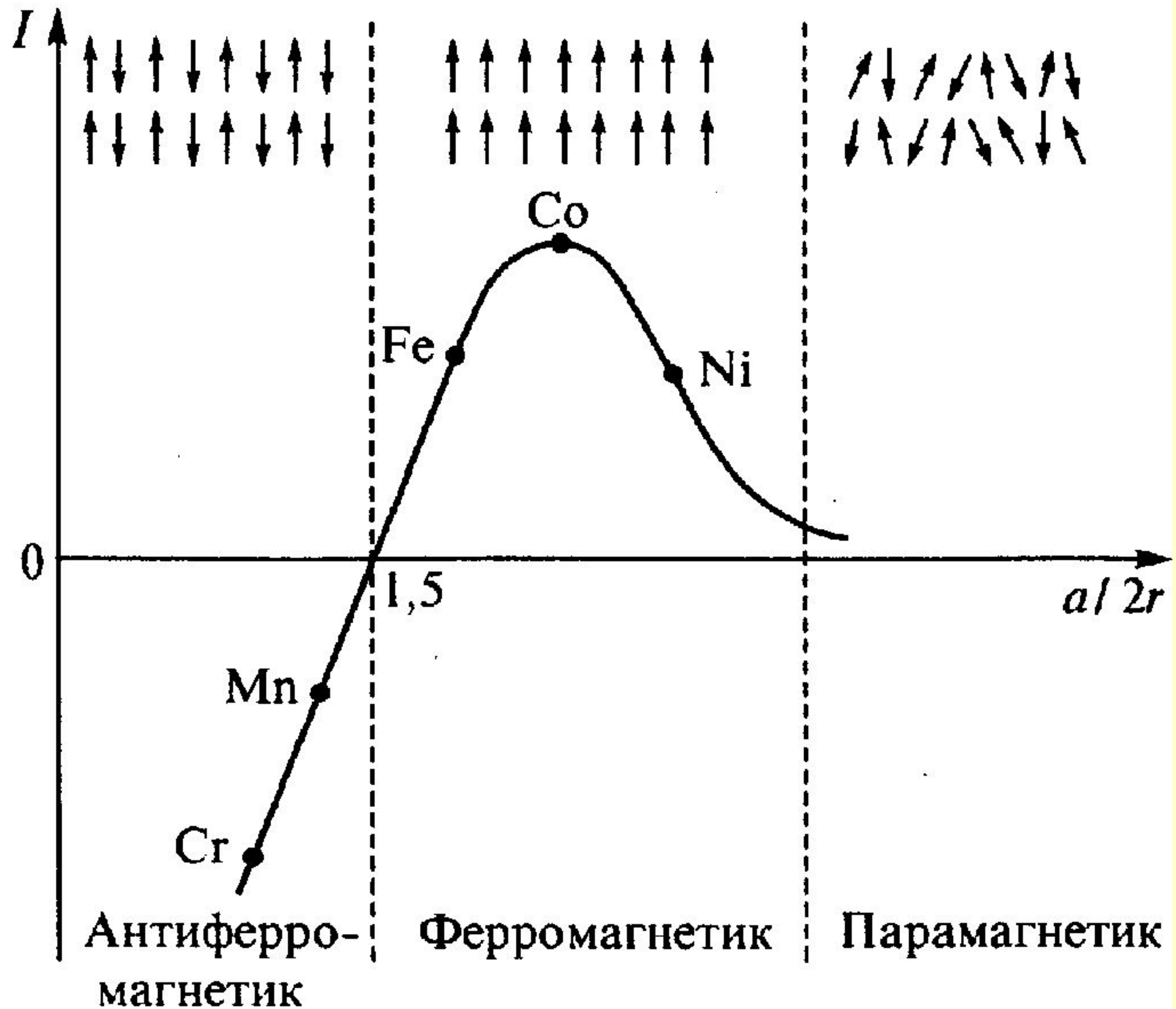
Обменное взаимодействие

$$W = -2I(S_1, S_2)$$

$$I = \int \left(\frac{e^2}{r_{ab}} + \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r_{1b}} - \frac{e^2}{r_{2a}} \right) \psi_a(1)\psi_a(2)\psi_b(1)\psi_b(2)\, dV_1 dV_2$$

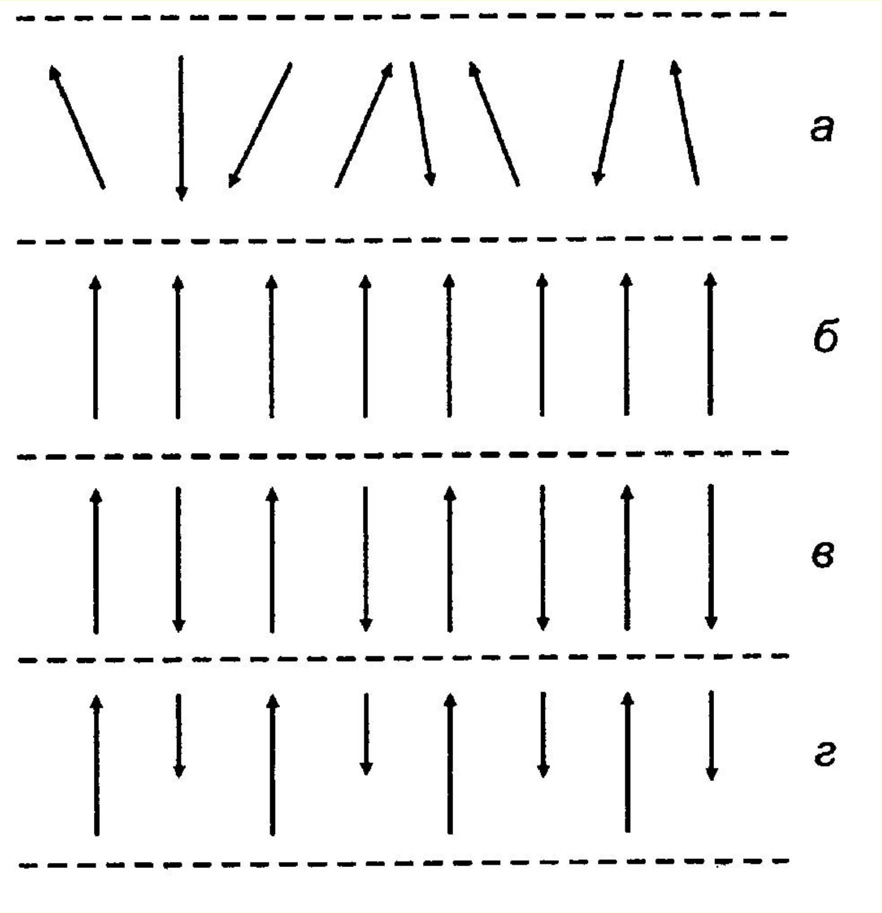





I
0
1,5
a / 2r
Co
Fe
Ni
Mn
Cr
Антиферро-
магнетик
Ферромагнетик
Парамагнетик

Ферримагнетики

Неравенство магнитных моментов атомов в различных подрешетках

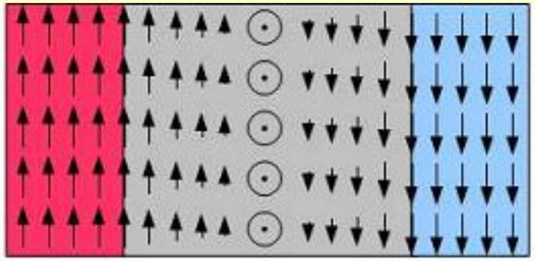


парамагнетик

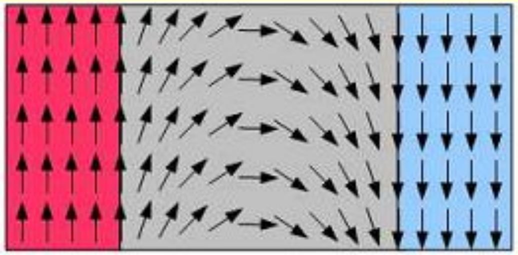
ферромагнетик

антиферромагнетик

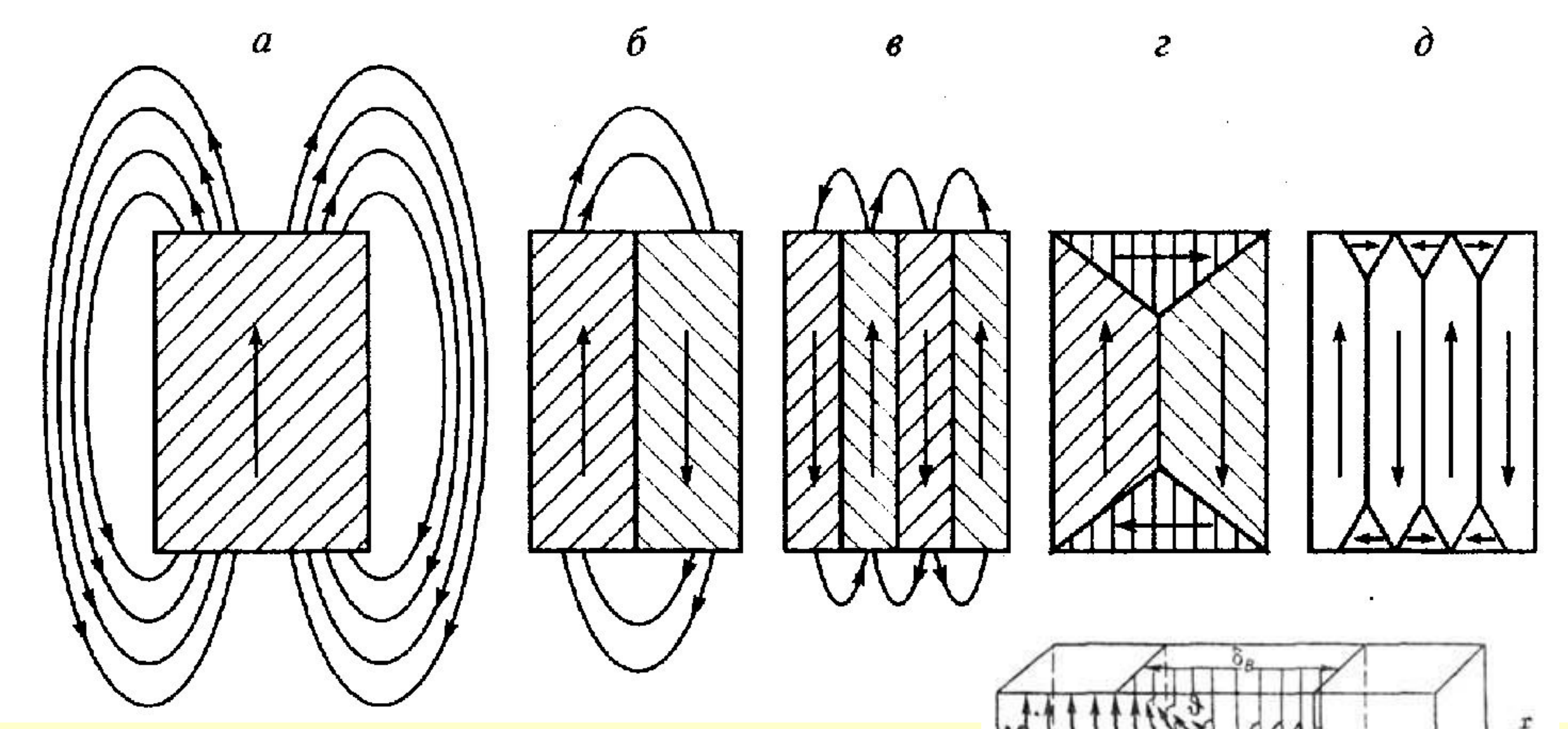
ферримагнетик

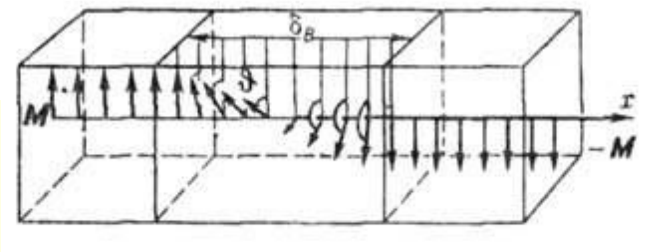


Доменая структура



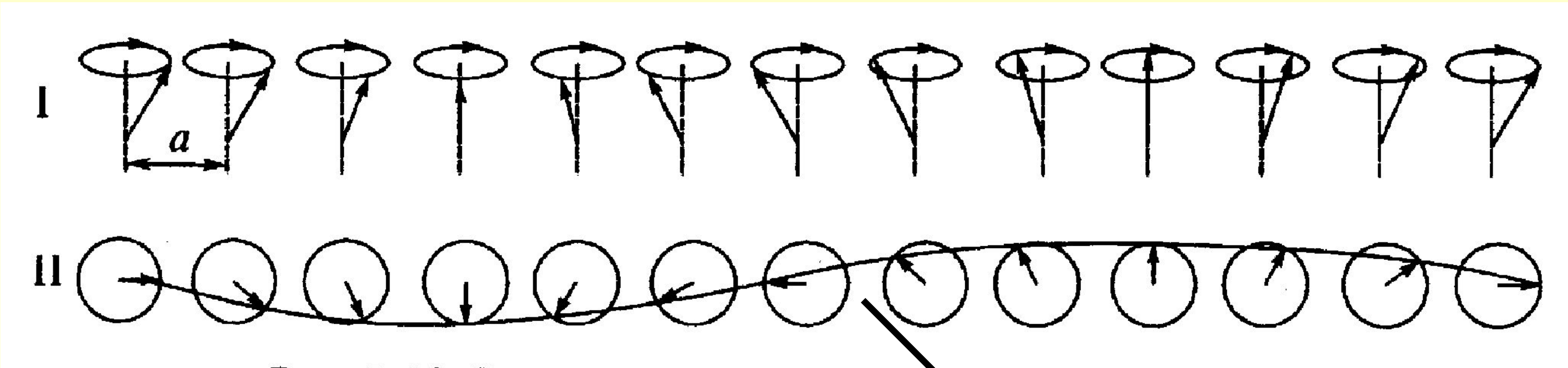
стенка Блоха





Спиновые волны

Отклонение спина, распространяющееся в пространстве



$$W_o = -2I \cdot N \cdot S^2$$

$$□\omega_m = 4 \cdot I \cdot S \cdot (1-\cos(ka))$$

$$ka \ll 1 \rightarrow 1-\cos(ka) = 0.5 \cdot (ka)^2 \longrightarrow □\omega_m = 2I \cdot S \cdot (ka)^2$$

$$n_{mk} = \frac{NU_k^2}{2S}$$

$$W_M = n_{mk} □ \omega_m$$