

# *Лекция № 2*

Тема: Погрешности измерений. Правила округления результатов измерений

*Вопросы:*

1. Понятие о погрешности измерений
2. Классификация погрешностей
3. Правила округления результатов измерений

## Цель лекции:

изучить понятие погрешность,  
классификацию погрешностей по  
различным признакам, а также  
правила округления результатов  
измерений

# Литература:

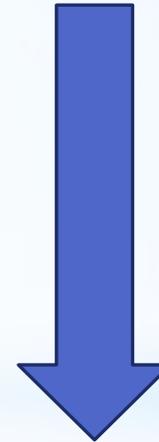
1. Информационно-измерительная техника и электроника: Учебное пособие для вузов/ Г.Г.Раннев под ред..-Академия, 2006. с. 275-282.
2. Э.Г. Атамалян. Приборы и методы измерения электрических величин. М.: Высшая школа, 2005г. С. 24-26; 38-41.
3. Электрические измерения (Под редакцией В.Н. Малиновского) – М.: Энергоатомиздат, 1985. с. 16-28

# 1. Понятие погрешности измерений

**ИЗМЕРЕНИЕ** – процесс экспериментального получения одного или более значений величины, которые могут быть обоснованно приписаны величине



**РЕЗУЛЬТАТ** (измерения величины)  
– множество значений величины, приписываемых измеряемой величине вместе с любой другой доступной и существенной информацией



**ПОКАЗАНИЕ** – значение величины, формируемое средством измерений или измерительной системой.

**ИЗМЕРЕННОЕ ЗНАЧЕНИЕ** – значение величины, которое представляет результат измерения

**ОПОРНОЕ ЗНАЧЕНИЕ** - значение величины, которое используют в качестве основы для сопоставления со значениями величин того же рода.

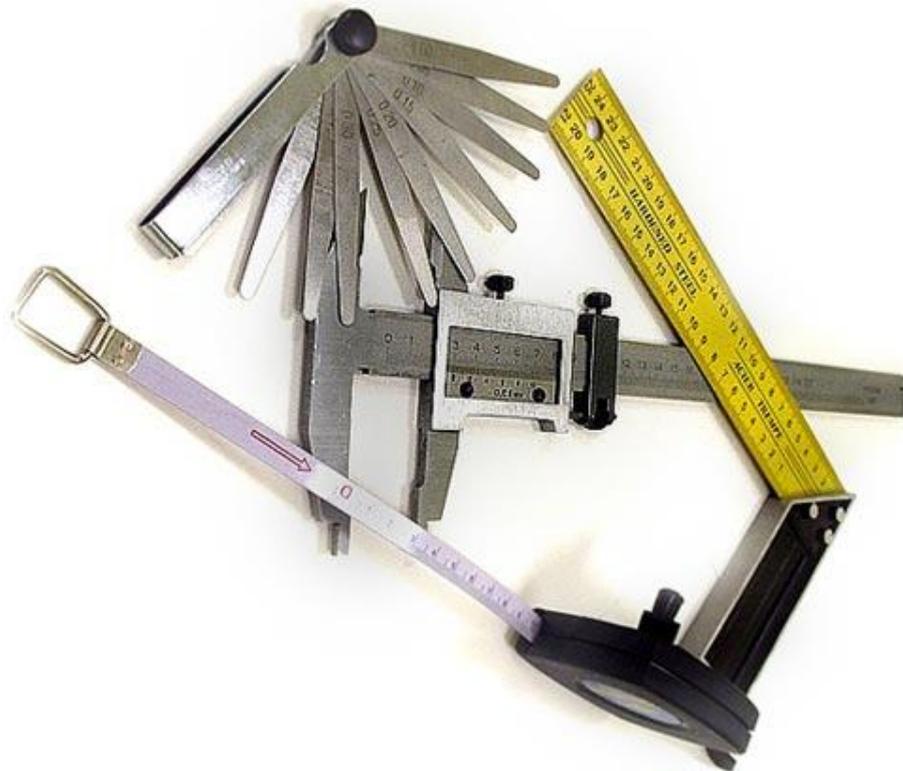
**ИСТИННОЕ ЗНАЧЕНИЕ** – значение величины, которое соответствует определению измеряемой величины



**ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ** - значение величины, полученное экспериментальным путем и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него

**ПОГРЕШНОСТЬ (результата измерения)** - разность между измеренным значением величины и опорным значением величины.

$$\Delta = X_{\text{ИЗМ.}} - X_{\text{ОПОР.}}$$



## Постулаты метрологии

Первый постулат метрологии  $\alpha$ : в рамках принятой модели объекта исследования существует определённая ФВ и её истинное значение.

*Например, если считать, что деталь представляет цилиндр (модель - цилиндр), то она имеет диаметр, который может быть измерен.*

Второй постулат  $\beta$ : истинное значение измеряемой величины постоянно.

Идеализация, принятая при построении модели объекта измерения, обуславливает несоответствие между параметром модели и реальным свойством объекта, которое называется **пороговым**. Принципиально понятие «пороговое несоответствие» устанавливается третьим постулатом  $\gamma$ : существует несоответствие измеряемой величины исследуемому свойству объекта (пороговое несоответствие измеряемой величины). Оно принципиально ограничивает достижимую точность измерений при принятом определении измеряемой **ФВ**.

## 1 Постулаты теории измерений

Поскольку принципиально невозможно построить абсолютно адекватную модель объекта измерения, то нельзя устранить пороговое несоответствие между измеряемой **ФВ** и описывающим её параметром модели объекта измерений.

**Следствие  $\gamma_1$** : истинное значение измеряемой величины отыскать невозможно.

Модель можно построить лишь при наличии априорной информации об объекте измерения. При этом, чем больше информации, тем более адекватной будет модель и соответственно точнее и правильнее будет выбран её параметр, описывающий измеряемую **ФВ**. Следовательно, увеличение априорной информации уменьшает пороговое несоответствие.

**Следствие  $\gamma_2$** : достижимая точность измерения определяется априорной информацией об объекте измерения.

Т.е. при отсутствии априорной информации измерение принципиально невозможно. В то же время максимально возможная априорная информация заключается в известной оценке измеряемой величины, точность которой равна требуемой. В этом случае необходимости в измерении нет.

## 2 Классификация погрешностей



## 2 Классификация погрешностей

**абсолютная** - разность между показанием средства измерений и истинным (действительным) значением измеряемой ФВ

$$\Delta X = X_{\text{изм}} - X_{\text{д}}$$

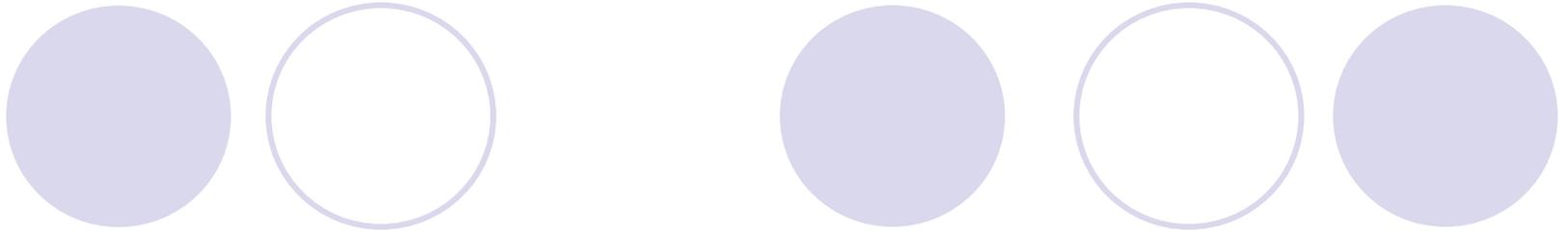
по форме  
(способу)  
выражения

**относительная** - погрешность средства измерений, выраженная отношением абсолютной погрешности средства измерений к результату измерений или к действительному значению измеренной физической величины.

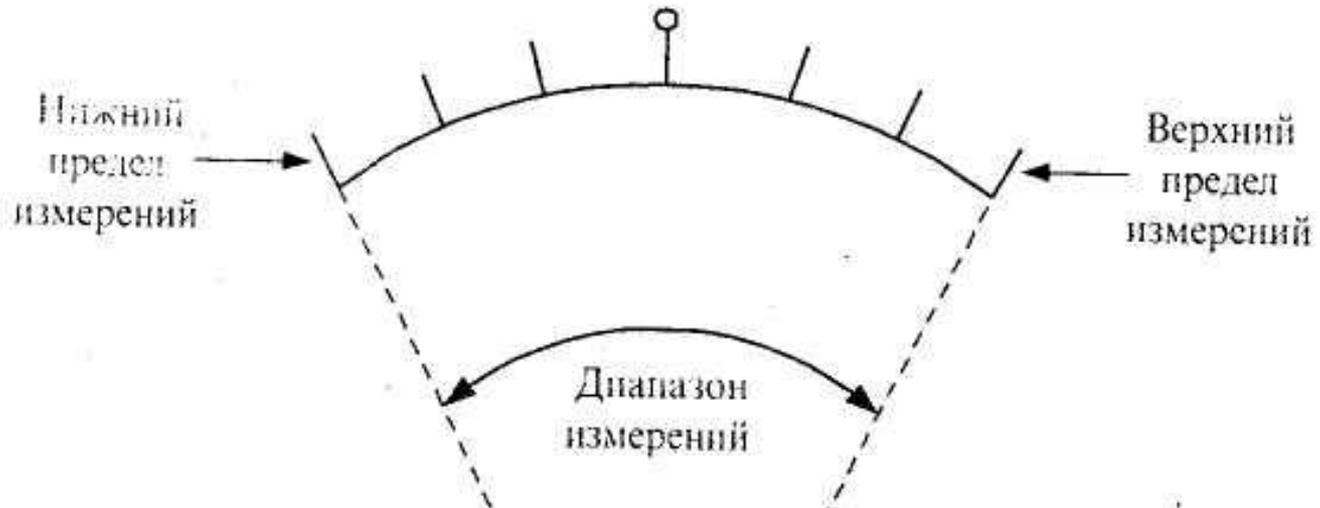
$$\delta = \frac{\Delta X}{X_{\text{изм}}} \cdot 100\%$$

**приведенная** - относительная погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности средства измерений к условно принятому значению величины, постоянному во всем диапазоне измерений или в части диапазона

$$\gamma = \frac{\Delta X}{X_{\text{н}}} \cdot 100\%$$



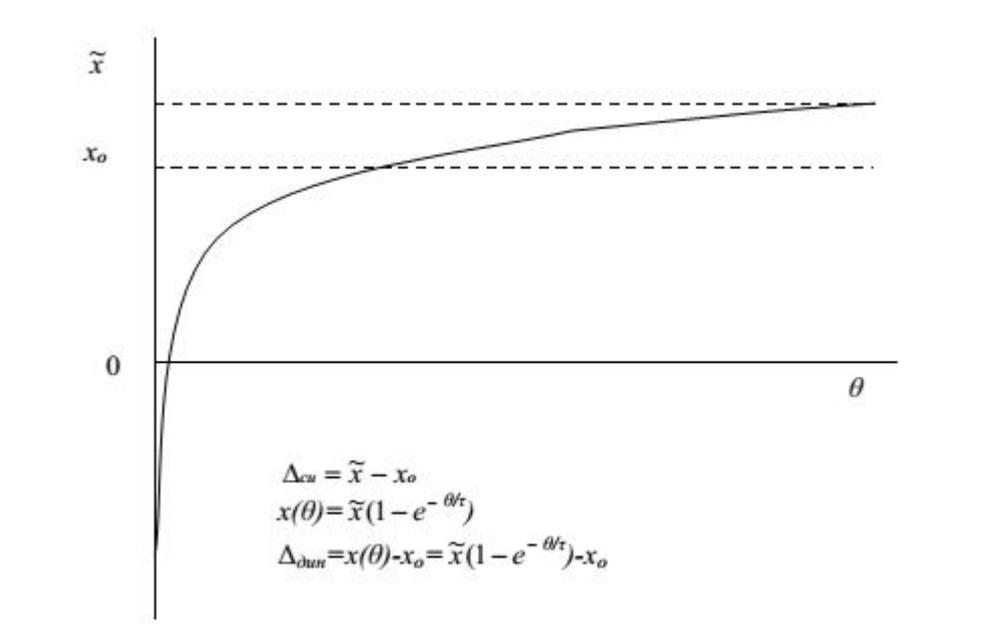
Нормирующее значение прибора чаще всего принимается равным верхнему пределу измерений для данного средства измерений (в случае, если нижний предел — нулевое значение односторонней шкалы прибора). В случае двузначного отсчетного устройства (шкалы) прибора нормирующее значение отнесено к диапазону измерений.



Двузначное отсчетное устройство

- В зависимости от характера изменения измеряемых величин погрешности СИ делят на **статические** и **динамические**.
- **Статическая** погрешность имеет место при измерении постоянных **ФВ** (например, отклонение указателя).
- **Динамическая** погрешность появляется при измерении непостоянных во время измерения **ФВ**. Она обусловлена инерционными свойствами **СИ** (например, измерение силы или давления во время работы механизма; измерение шероховатости поверхности движущимся датчиком и т.д.)

*Например, измеряется температура (рис.1). Термометр нагревается не мгновенно, а по какому-то закону, например, по экспоненте.*



По зависимости абс погрешности от значений измеряемой величины различают погрешности:

- **аддитивные  $\Delta_a$** , не зависящие от значения измеряемой величины (**неточная установка нуля у стрелочных приборов**);
- **мультипликативные  $\Delta_m$** , которые прямопропорциональны измеряемой величине (**измерение отрезков времени отстающими или спешащими часами**);
- **нелинейные  $\Delta_n$** , имеющие нелинейную зависимость от измеряемой величины.

Эти погрешности применяют в основном для описания МХ СИ.

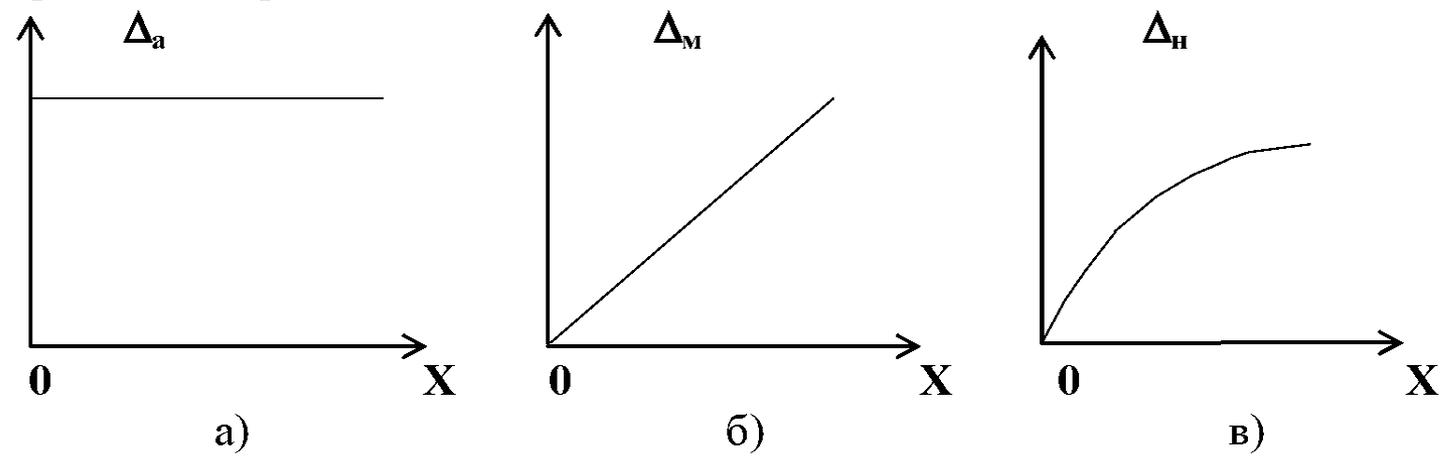
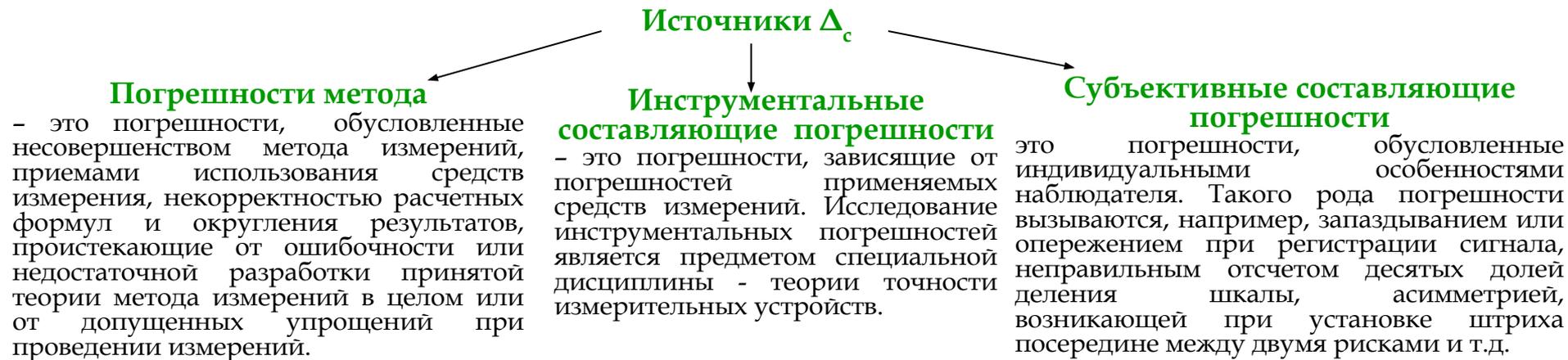


Рис. 2 Аддитивная (а); мультипликативная (б); нелинейная (в)

## По характеру проявления

различают **систематическую** ( $\Delta_c$ ) и **случайную** ( $\overset{0}{\Delta}$ ) составляющие погрешности измерений, а также **грубые погрешности** (промахи).

**Систематическая погрешность измерения** ( $\Delta_c$ ) – это составляющая погрешности результата измерений, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины.



**Случайная погрешность измерения** ( $\overset{0}{\Delta}$ ) – составляющая погрешности результата измерений, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях, проведенных с одинаковой тщательностью, одной и той же физической величины.

В процессе измерения оба вида погрешностей проявляются одновременно, и погрешность измерения можно представить в виде суммы:

$$\Delta = \Delta_c + \overset{0}{\Delta}$$

**Грубые погрешности (промахи)** возникают из-за ошибочных действий оператора, неисправности СИ или резких изменений условий измерений, например, внезапное падение напряжения в сети электропитания.

- По **характеру проявления** СтП подразделяются на **постоянные, прогрессивные и периодические**.
- **Постоянные СтП** – это погрешности, длительное время сохраняющие своё значение (например, погрешности большинства мер – гирь, концевых мер длины, погрешности градуировки шкал измерительных приборов и др.).
- **Прогрессивные СтП** – непрерывно возрастающие или убывающие погрешности (например, погрешности вследствие износа контактирующих поверхностей деталей СИ, постепенное падение напряжения источника тока и др.).
- **Периодические СтП** – это такие, которые периодически изменяют значение и знак. Обычно они встречаются в угломерных приборах с круговой шкалой из-за несовпадения центра шкалы с осью её вращения.

Рис. 3 Постоянная и переменная СтП

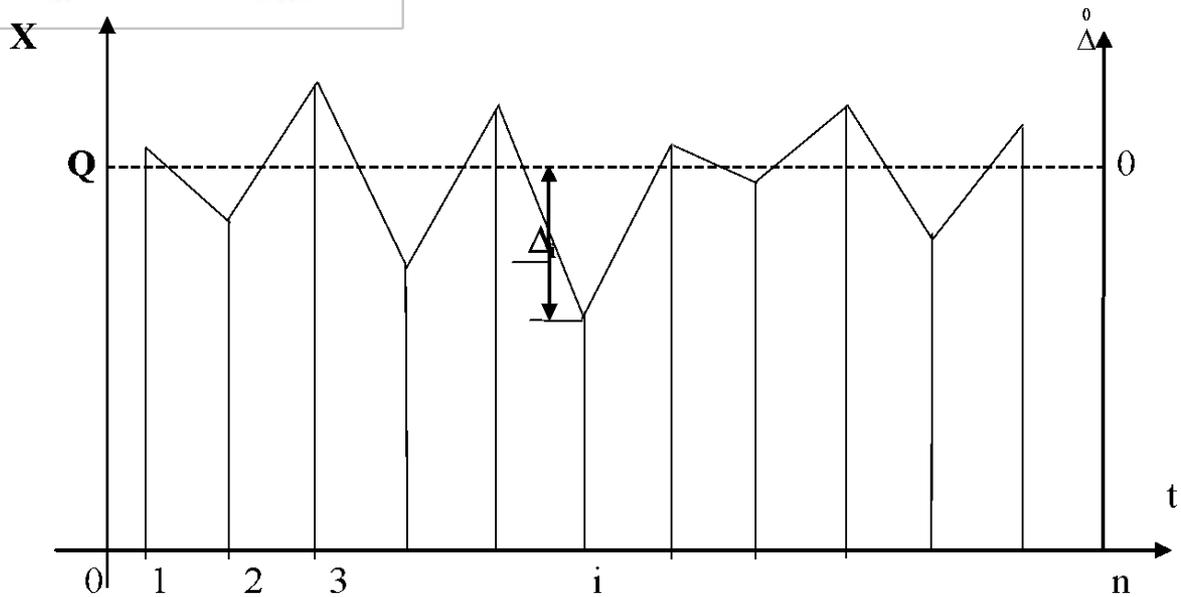
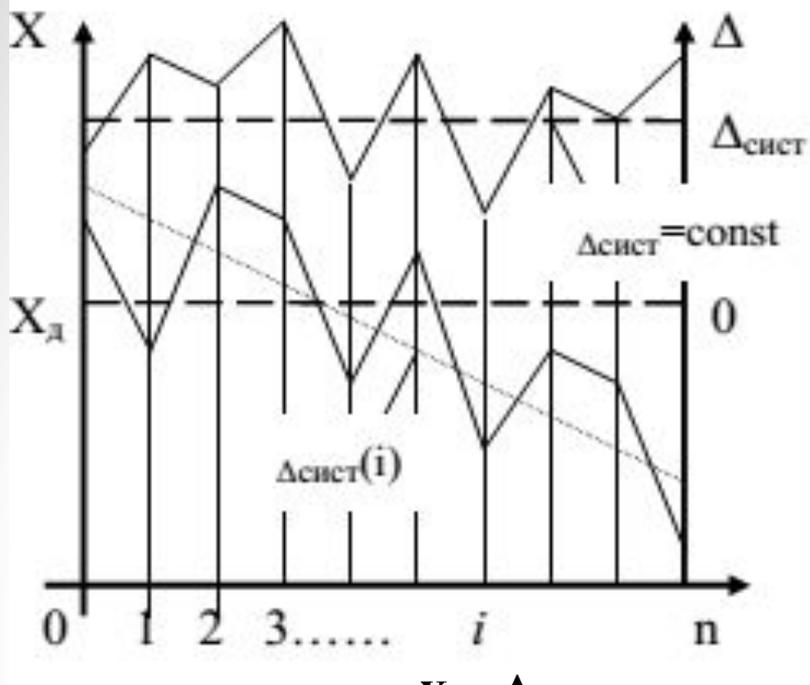


Рис.4 Изменение **СП** от измерения к измерению

## Исключение СтП путем введения поправок.

Внесение поправок в результат измерения применяется, если в результате поверки обнаружилось, что, *например, вольтметр дает заниженные показания.* Тогда определяется поправочный коэффициент и результат измерения умножается на этот коэффициент. Обычно на разных диапазонах измерения поправочные коэффициенты разные. Иногда таблицу поправочных коэффициентов завод-изготовитель прилагает к паспорту прибора.

Результаты наблюдений, полученные при наличии систематических погрешностей, называются **неисправленными**, обозначаемые штрихом над символом справа.

Наиболее распространённым случаем внесения поправок является алгебраическое сложение их с неисправленным результатом измерения. Поправка  $C = -\Delta_c$ , величина одноименная измеряемой и определяемая экспериментально или в результате специальных теоретических исследований. Они задаются в виде таблиц, графиков или формул. Реже применяется поправочный коэффициент  $k = 1,01; 1,02; 1,03...$  или  $k = 0,99; 0,98; 0,97...$

Результат измерения  $x$  записывается как **исправленный**

$$x = x' + c = x' - \Delta_c \text{ или}$$

$$x = x' k = x'(1 + c/x') = x' + c = x' - \Delta_c$$

Введением одной поправки устраняется влияние только одной составляющей **СтП**. Для устранения всех составляющих в результат измерения приходится вводить множество поправок. При этом вследствие ограниченной точности определения поправок накапливаются **СП** и дисперсия результата измерения увеличивается.

Поправку имеет смысл вводить до тех пор, пока она уменьшает доверительные границы погрешности.

При весьма малых дисперсиях поправок может показаться, что введение любой поправки повышает достоверность результата. Однако в практических расчётах погрешность результата обычно выражается не более чем двумя значащими цифрами, поэтому поправка, если она меньше пяти единиц младшего разряда, следующего за последним десятичным разрядом погрешности результата, всё равно будет потеряна при округлении, и вводить её не имеет смысла.

## Виды СтП по причинам возникновения

1) **Инструментальная** погрешность возникает из-за несовершенства СИ.

Наличие «люфта», «зазора», «мёртвого», «свободного», «холостого» хода, трение в соединениях подвижных деталей, несовершенство технологии изготовления (в основном погрешности градуировки шкалы), износ и старение материалов, деформация и коррозия, перегрузка прибора и т.д. являются источниками инструментальных погрешностей.

Эта погрешность, в свою очередь, делится на **основную и дополнительную**.

**Основная** – это погрешность в условиях принятых за нормальные (температура, давление, влажность, напряжение питания и т.д.), т.е. при нормальных значениях влияющих величин.

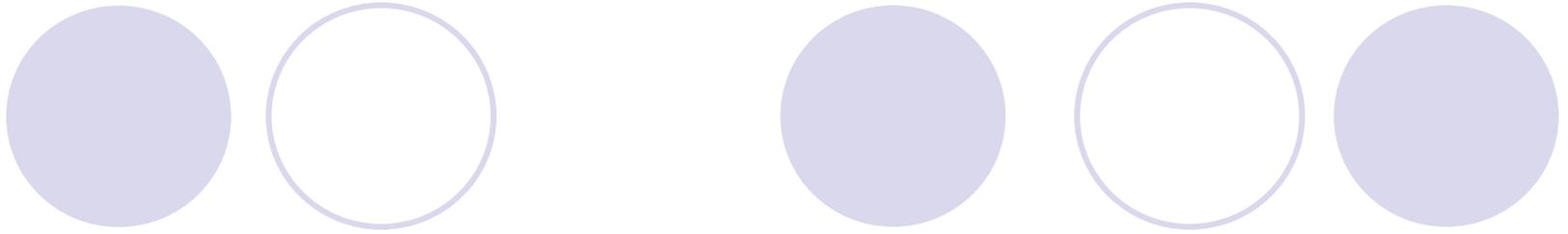
**Дополнительная** – погрешность, возникающая из-за отличия значений влияющих величин от нормальных, которые задаются в эксплуатационных документах.

Основные инструментальные погрешности не могут быть устранены. Дополнительные погрешности могут быть устранены проверкой, ремонтом, созданием нормальных условий.

2) **Методическая** – погрешность измерения, возникающая из-за несовершенства метода измерения (её ещё называют **теоретической**). Эта погрешность может возникать от:

- принципиальных недостатков метода измерения;
- неполноты знаний о происходящих при измерении процессах;
- неточности применяемых расчетных формул.

3) **Субъективная (личная)** погрешность измерения вызвана ошибкой в формировании оператором результата измерения (например, неправильное определение цены деления прибора). Грубые промахи – это тоже погрешности оператора.



В большинстве нормативно-технических документов на средства измерений за **нормальные значения** принимаются следующие:

- температура окружающей среды  $(293 \pm 5)$  К;
- относительная влажность  $(65 \pm 15)$  % ;
- атмосферное давление  $(100 + 4)$  кПа  $(750 + 30)$  мм рт. ст.);
- напряжение питающей электрической сети  $(220 + 4,4)$  В с частотой  $(50 + 0,5)$  Гц.

## Виды СтП по причинам возникновения

**4) Погрешности согласования (из-за изменения условий измерений)** возникают из-за влияния измерительных приборов на свойство объекта.

*Например, измерение электрического сопротивления при помощи амперметра и вольтметра (рис. 5 а, б).*

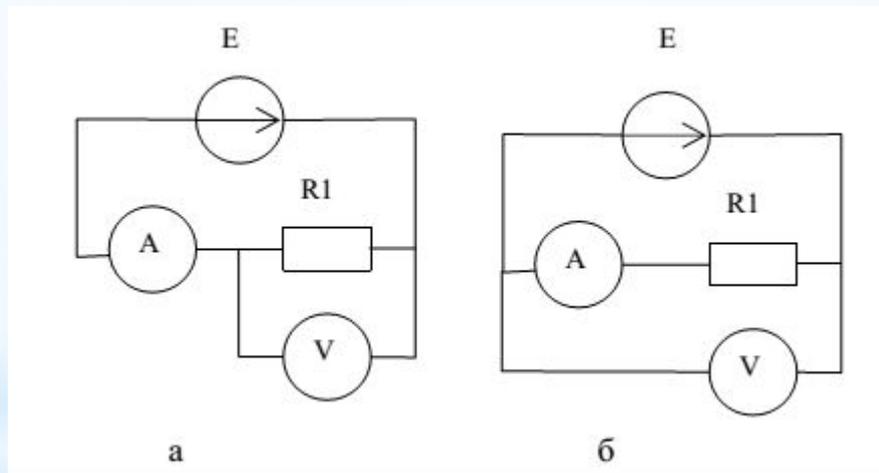


Рис.5 Косвенное измерение сопротивления резистора

## Виды СтП по причинам возникновения

**5) Погрешности вычислений (округления)** возникают из-за округления и приближенных вычислений.

*Например,  $\pi$  принимаем равным 3,14, а табличное значение 3,1415926536*

Для оценки влияния округления результата измерения  $Y$  представим его в виде

$$Y = A_1 10^R + A_2 \cdot 10^{R-1} + A_3 \cdot 10^{R-2} + A_S \cdot 10^P, \quad (5)$$

где  $A_1, A_2, \dots, A_S$  – десятичные цифры и старшая из них  $A_1 \neq 0$ ;  $R, P, S$  – целые числа, причём  $R - P = S - 1$ .

**Абс** погрешность округления  $\Delta = 0,5 \cdot 10^P$ .

Для оценки **отн** погрешности округления достаточно учесть в знаменателе лишь первый член суммы, т.е.

$$\delta(\%) = \frac{100 \Delta}{A_1 10^R} = \frac{100 \cdot 10^P}{A_1 10^R} = \frac{100}{2A_1} 10^{1-S}$$

## От метода передачи размера единицы

**ПОГРЕШНОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ЕДИНИЦЫ** (величины) – погрешность измерений при передаче единицы величины, включающая погрешности метода передачи единицы величины и эталона, от которого осуществляется передача, а также случайные погрешности эталона (средства измерений), которому осуществляется передача единицы величины.

**ПОГРЕШНОСТЬ МЕТОДА ПЕРЕДАЧИ ЕДИНИЦЫ ВЕЛИЧИНЫ; ПОГРЕШНОСТЬ МЕТОДА ПОВЕРКИ; ПОГРЕШНОСТЬ МЕТОДА КАЛИБРОВКИ** – составляющая погрешности измерений при передаче единицы величины, обусловленная несовершенством применяемого метода поверки или калибровки.

### 3 ПРАВИЛА ОКРУГЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ И ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

**1.** Абс погрешность результата измерения указывается с двумя значащими цифрами, если первая из них равна **1** или **2**, и с одной – если первая цифра равна **3** или более.

**2.** Результат измерения округляется до того же десятичного знака, которым оканчивается округлённое значение абс погрешности. Если десятичная дробь в числовом значении результата измерений оканчивается нулями, то нули отбрасываются до того разряда, который соответствует разряду числового значения абс погрешности.

Пример: Число 999,99872142 при погрешности  $\pm 0,000005$  следует округлять до 999,998721.

**3.** Если цифра старшего из отбрасываемых разрядов  $< 5$ , то остальные цифры не изменяются. Лишние цифры в целых числах заменяются нулями а в десятичных дробях отбрасываются.

Пример: При сохранении четырех значащих цифр число 283435 должно быть округлено до 283400; число 384,435 – до 384,4.

### 3 ПРАВИЛА ОКРУГЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ И ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

**4.** Если цифра старшего из отбрасываемых разрядов  $\geq 5$ , но за ней следуют отличные от нуля цифры, то последнюю оставляемую цифру увеличивают на 1.

**Пример:** При сохранении трех значащих цифр число 17,58 округляют до 17,6; число 18598 – до 18600; число 352,521 – 353.

**5.** Если отбрасываемая цифра = 5, а следующие за ней цифры неизвестны или нули, то последнюю сохраняемую цифру числа не изменяют, если она чётная, и увеличивают на 1, если она нечётная (правило Гаусса).

**Пример:** При сохранении трех значащих цифр число 264,50 округляют до 264; число 645,5 – до 646.

**6.** Округление производится лишь в окончательном ответе, а все предварительные вычисления производят с одним – двумя лишними знаками.

- **Отн** погрешность обычно выражают в % и записывают не более чем с двумя – тремя значащими цифрами.

## ВЫВОДЫ:

1. Определение погрешности измерения, т.е. оценка достоверности результата измерения – одна из основных задач метрологии.
2. Все погрешности делятся на погрешности измерения и погрешности средств измерительной техники.
3. Погрешности средств измерительной техники отражают несовершенство средства измерительной техники, а погрешности измерения – несовершенство метода измерения.
4. Суммарная погрешность носит случайный характер и поэтому требует для своей оценки использования методов теории вероятности и математической статистики.