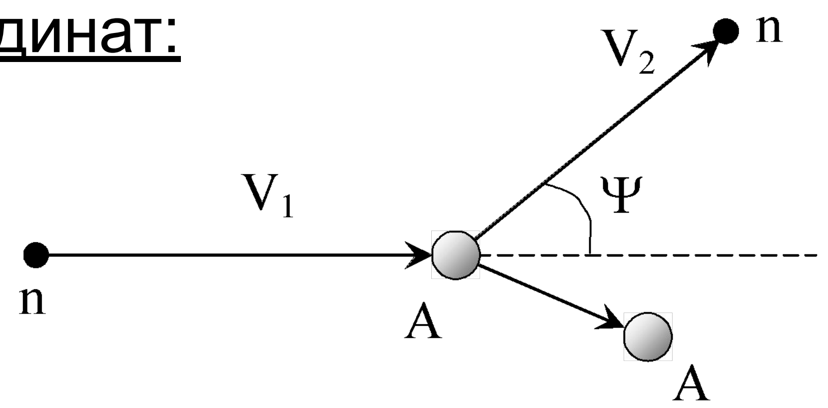
Замедление нейтронов

В лабораторной системе координат:

− ядро покоится (V=0),

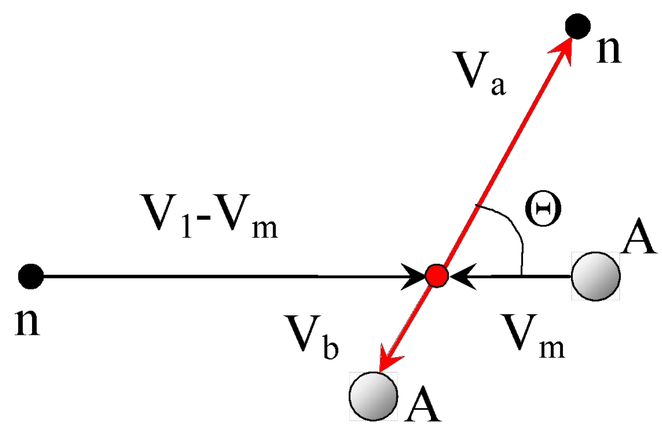
− нейтрон летит со скоростью V_1



В системе координат центра инерции:

− ядро летит со скоростью V_m,

− нейтрон летит со скоростью V_1- V_m



В лабораторной системе координат импульс равен:

$$I = 1 \cdot V_1$$

В системе координат центра инерции:

$$1 \cdot (V_1 - V_m) - A \cdot V_m = 0$$

V_m – скорость центра инерции
в лабораторной системе координат

ядро летит навстречу нейтрону со скоростью - $V_m = \dfrac{V_1}{(A+1)}$,

а нейтрон навстречу ядру со скоростью $V_1 - V_m = \dfrac{A \cdot V_1}{(A+1)}$

После столкновения:

скорость нейтрона – V_a
скорость ядра отдачи – V_b

Закон сохранения импульса

$$1\cdot V_a - A\cdot V_b = 0 \quad \text{или} \quad 1\cdot V_a = A\cdot V_b$$

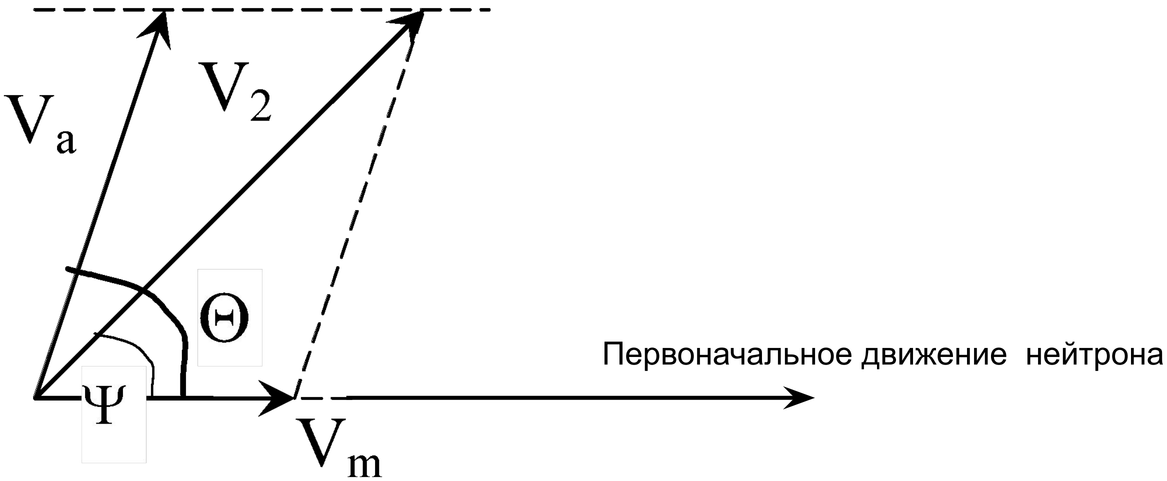
Закон сохранения энергии

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{A\cdot V_1}{A+1}\right)^2 + \frac{A}{2}\cdot\left(\frac{V_1}{A+1}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot V_a^2 + \frac{1}{2}\cdot A\cdot V_b^2$$

Решая получаем

$$V_a = \frac{A\cdot V_1}{A+1}\ ; \qquad V_b = \frac{V_1}{A+1}$$

Переходя к лабораторной системе координат



$$V_2^2 = V_m^2 + V_a^2 + 2 \cdot V_m \cdot V_a \cdot \cos\Theta$$

$$\Rightarrow \quad V_2^2 = \frac{V_1^2 \cdot (A^2 + 2 \cdot A \cdot \cos\Theta + 1)}{(A+1)^2}$$

Т.е.

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \frac{A^2 + 2 \cdot A \cdot \cos\Theta + 1}{(A+1)^2}$$

E_1 – энергия нейтрона до рассеяния
E_2 – энергия после рассеяния

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \frac{A^2 + 2 \cdot A \cdot \cos\Theta + 1}{(A+1)^2}$$

или $\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}\left[(1+\alpha) + (1-\alpha)\cdot\cos\Theta\right]$, где $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$

Водород!!!

<u>Отсюда следует, что:</u>

$\frac{E_{макс}}{E_1} = 1$ при $\cos\Theta = 1, \quad \Theta = 0$

$\frac{E_{мин}}{E_1} = \alpha$ при $\cos\Theta = -1, \quad \Theta = \pi$

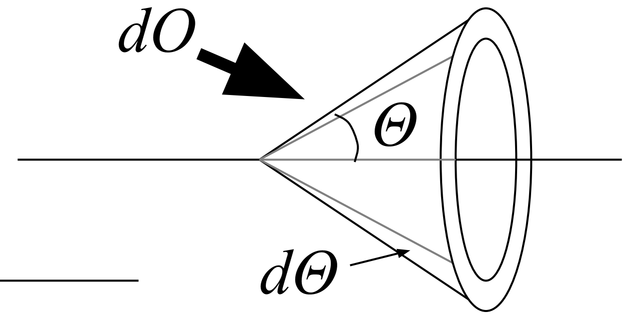
$$\frac{\Delta E_{макс}}{E_1} = \frac{E_1 - E_{мин}}{E_1} = 1 - \alpha$$

или $\alpha \cdot E_1 \le E_2 \le E_1$

При энергиях ниже нескольких Мэв упругое рассеяние сферически симметрично.

Поэтому справедливо соотношение:

$$p(\Theta)d\Theta = \frac{dO}{4\pi} = \frac{2\cdot\pi\cdot\sin\Theta d\Theta}{4\pi} = \frac{1}{2}\cdot\sin\Theta d\Theta$$



$p(E_2)dE_2$ - вероятность того что после рассеяния энергия нейтрона будет лежать в интервале - $E_2 \div E_2 + dE_2$

$$p(E_2)dE_2 = p(\Theta)\frac{d\Theta}{dE_2}dE_2$$

Поскольку $\dfrac{E_2}{E_1} = \dfrac{1}{2}\left[(1+\alpha)+(1-\alpha)\cdot\cos\Theta\right]$, то

$$\frac{d\Theta}{dE_2} = -\frac{2}{E_1\cdot(1-\alpha)\cdot\sin\Theta},$$

следовательно

$$\boxed{p(E_2)dE_2 = -\frac{dE_2}{E_1\cdot(1-\alpha)}}$$

Разумеется

$$\int_{E_1}^{\alpha E_1} p(E_2)dE_2 = -\frac{1}{E_1\cdot(1-\alpha)}\int_{E_1}^{\alpha E_1} dE_2 = 1$$

Средний логарифм потери энергии при одном столкновении

$$\xi = \overline{\ln\left(\frac{E_1}{E_2}\right)} = \frac{\int\limits_{E_1}^{\alpha E_1} \ln\left(\frac{E_1}{E_2}\right)\cdot p(E_2)dE_2}{\int\limits_{E_1}^{\alpha E_1} p(E_2)dE_2} = -\int\limits_{E_1}^{\alpha E_1} \ln\left(\frac{E_1}{E_2}\right)\cdot\frac{dE_2}{E_1(1-\alpha)}$$

Поскольку это равно 1 , а это равно $-\frac{dE_2}{E_1(1-\alpha)}$

Интегрируя получим:

$$\xi = \frac{1}{1-\alpha}\int\limits_1^{\alpha} \ln(x)dx = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln\alpha \qquad (\text{замена переменной } x \equiv \frac{E_2}{E_1})$$

или $\xi = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A}\ln\frac{A-1}{A+1}$, при $A > 10$ $\xi \approx \frac{2}{A+2/3}$

Среднее число столкновений с 2 Мэв до тепловой энергии

$$N = \frac{\ln\left(2 \cdot 10^6 / 0.0253\right)}{\xi}$$

	Массовое число	ξ	N
Водород	1	1.000	18
Дейтерий	2	0.725	25
Гелий	4	0.425	43
Литий	7	0.268	67
Берилий	9	0.209	86
Углерод	12	0.158	114
Кислород	16	0.120	150
Уран	238	0.00838	2172

Летаргия

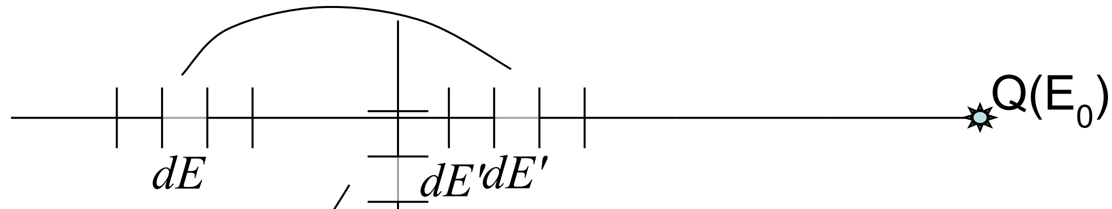
$$\Phi(U)dU = -\Phi(E)dE$$

$$U = \ln\left(\frac{E_0}{E}\right)$$

Обычно $E_0 = 2\ \text{Мэв}$

Спектр замедляющихся нейтронов в системе без поглощения

(рассеяние на водороде, A=1, α=0, ξ=1)



$\Phi(E')\cdot\Sigma_s(E')dE'$ - число актов рассеяния в 1 сек в 1 см^3 при энергии E' в интервале dE'

$F(E')\equiv\Phi(E')\cdot\Sigma_s(E')$ - плотность столкновений

Поскольку

$$p(E_2)dE_2 = -\frac{dE_2}{E_1\cdot(1-\alpha)}$$

Доля нейтронов рассеянных в интервал dE в результате рассеяния в dE' $= F(E')dE'\cdot\dfrac{dE}{E'}$

dE

Полное число нейтронов рассеянных в интервал dE в результате предшествующего рассеяния

$$=\int_E^{E_0}\frac{F(E')dE'}{E'}dE \qquad (1)$$

Кроме этого, источник даёт Q нейтронов в 1 сек в 1 см^3 с энергией E_0

и полное число нейтронов рассеянных в интервал dE в результате первого столкновения

$$=\frac{Q}{E_0}dE \qquad (2)$$

Условие стационарности - $F(E)\,dE$ = (1) + (2)

(сколько рассеялось в интервал dE, столько и ушло из этого интервала в результате рассеяния, поскольку поглощение отсутствует)

Спектр замедляющихся нейтронов в системе без поглощения

(рассеяние на водороде, A=1, α=0, ξ=1)

$$F(E) = \frac{Q}{E_0} + \int_E^{E_0} \frac{F(E')}{E'}\, dE' \qquad (3)$$

Продифференцировав по E, получим $\frac{dF(E)}{dE} = -\frac{F(E)}{E}$. Решение $F(E) = \frac{const}{E}$

Граничное условие – очевидно: $F(E_0) = \frac{Q}{E_0}$. Следовательно, $const = Q$, и $\boxed{F(E) = \frac{Q}{E}}$

Поскольку, $F(E) = \Phi(E)\cdot\Sigma_S(E)$, т $\boxed{\Phi(E) = \frac{Q}{E\cdot\Sigma_S(E)}}$

$$\Phi(E) = \frac{Q}{\Sigma_S \cdot E}$$

.

В общем случае при A > 1, можно показать, что $\boxed{\Phi(E) = \frac{Q}{\xi\cdot\Sigma_S\cdot E}}$ (4)

(для водорода ξ=1)

Плотность замедления - q

(на водороде, A=1, α=0, ξ=1)

q - число нейтронов в 1см^3 в 1 сек пересекающих при замедлении значение энергии *E*

Плотность столкновений при энергии E' в интервале dE' $= F(E')dE' = \Sigma_S(E')\cdot\Phi(E')dE'$

Доля нейтронов пересекающих E при столкновении при энергии E' $= \dfrac{E}{E'}$

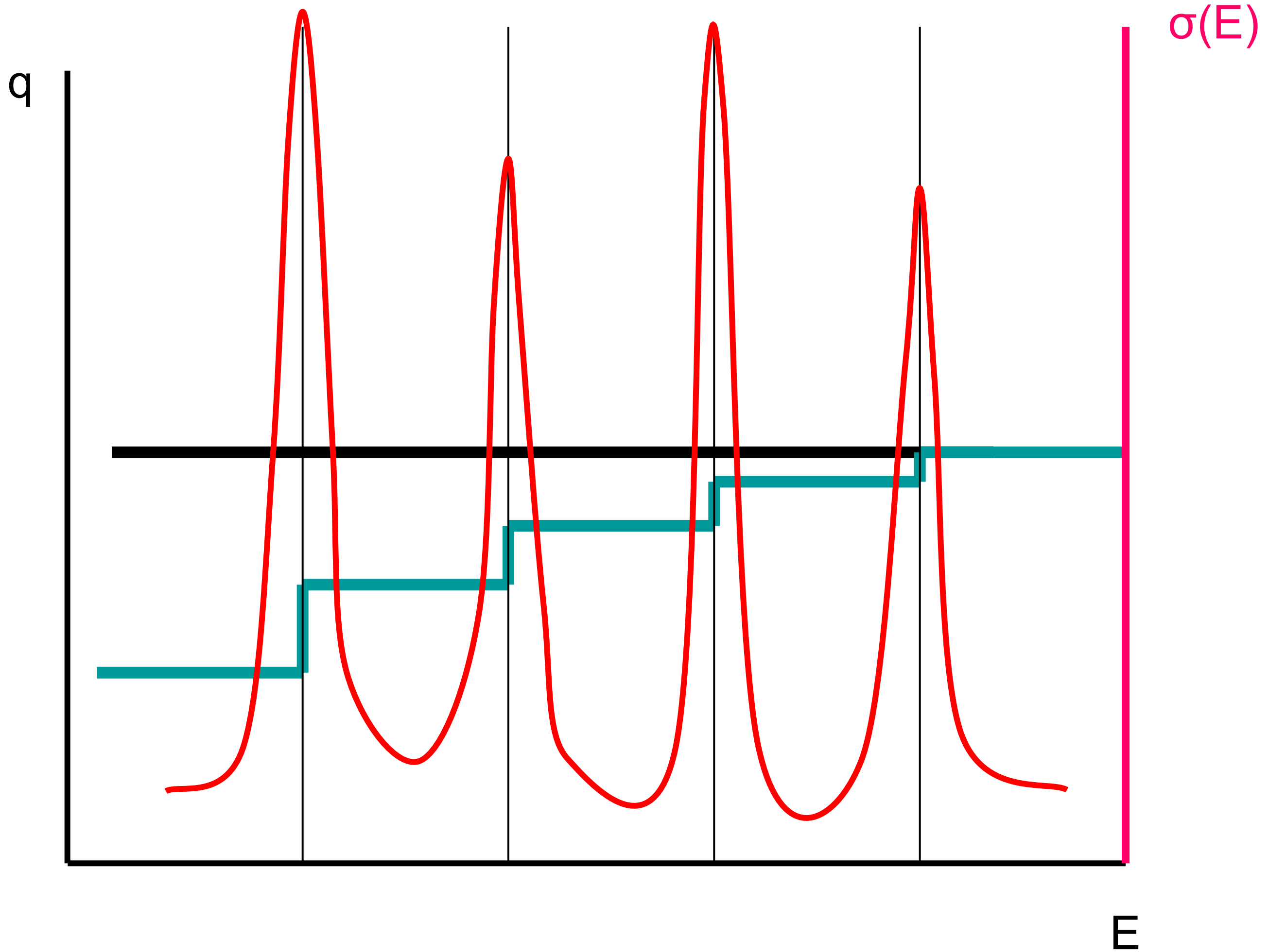
Число нейтронов замедляющихся за энергию E в результате предшествующего рассеяния $= E\cdot\int_E^{E_0}\dfrac{F(E')}{E'}dE'$ (5)

число нейтронов рассеянных за энергию E в результате первого столкновения $= \dfrac{Q\cdot E}{E_0}$ (6)

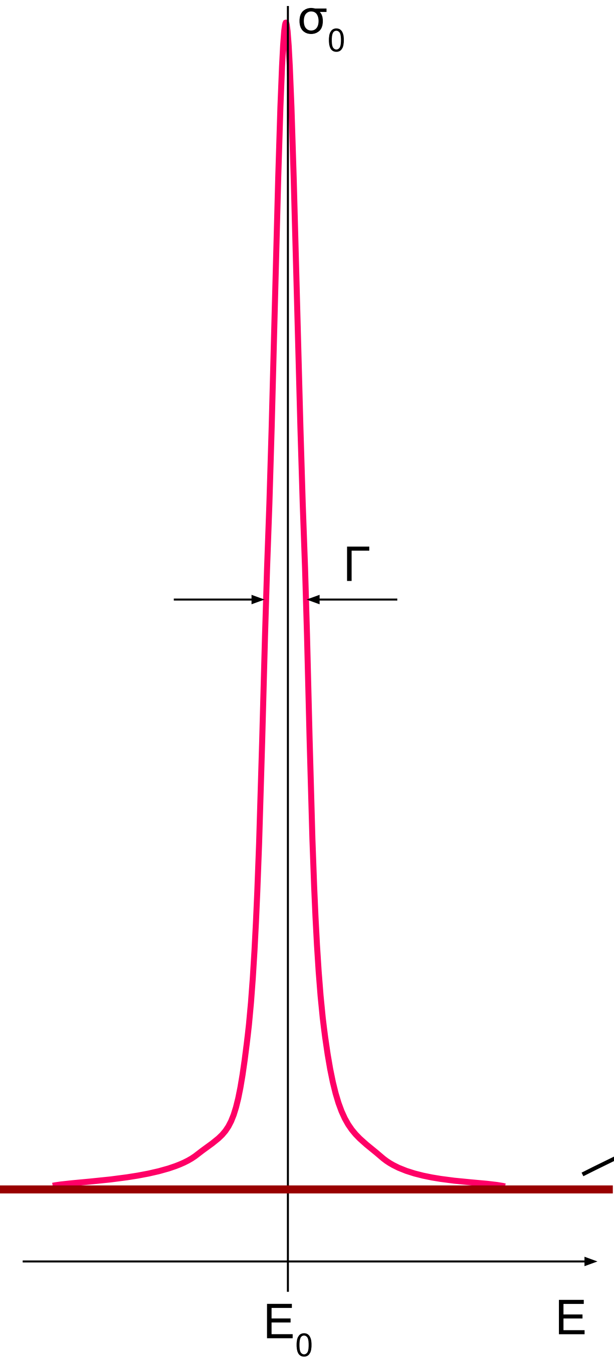
Следовательно, - <u>q = (5) + (6)</u> $= \dfrac{Q\cdot E}{E_0} + E\cdot\int_E^{E_0}\dfrac{F(E')}{E'}dE' = \dfrac{Q\cdot E}{E_0} + Q\cdot E\cdot\int_E^{E_0}\dfrac{dE'}{E'^2} = Q$

В среде без поглощения плотность замедления не зависит от энергии

т.е. q=Q



σ(E)
q
E



$$\sigma(E) = \sigma_0 \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{E - E_0}{\Gamma / 2} \right)^2}$$

$\Gamma = \Gamma_\gamma + \Gamma_f + \Gamma_n + \ldots.$ $\underline{\Gamma \ll E_0}$

Γ_γ - радиационная ширина

Γ_n - нейтронная ширина

Γ_f – ширина деления и т.д.

$$\sigma_\gamma^r(E) = \sigma(E) \cdot \frac{\Gamma_\gamma^r}{\Gamma_r}; \quad \sigma_f^r(E) = \sigma(E) \cdot \frac{\Gamma_f^r}{\Gamma_r}$$

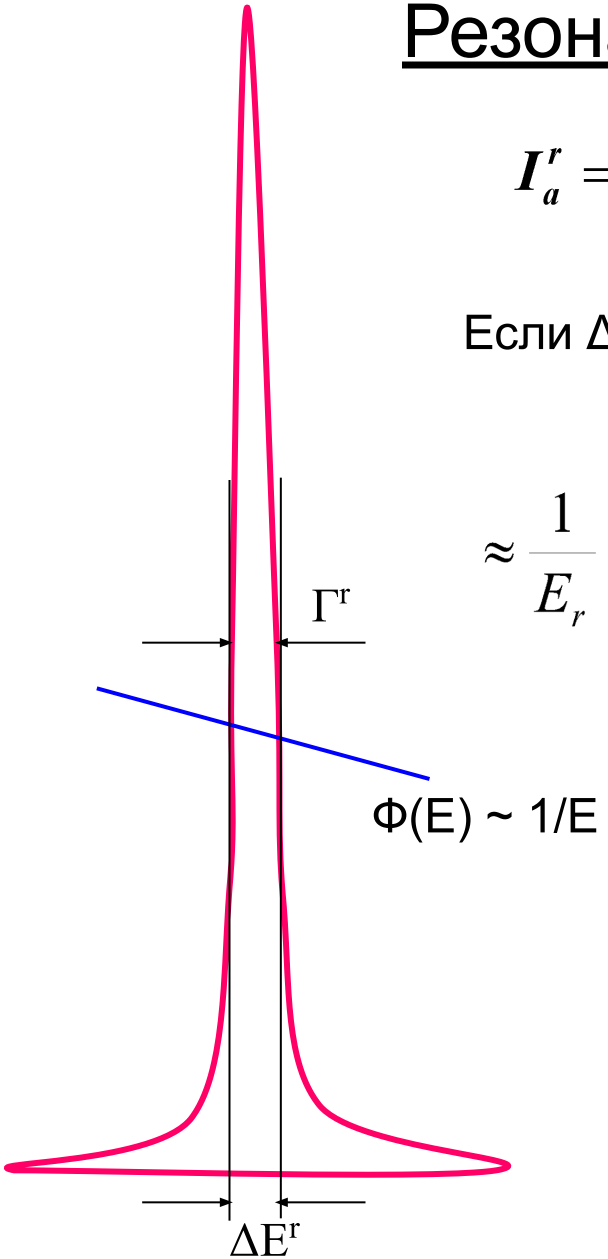
$$\sigma_\gamma(E) = \sigma_\gamma^r(E) + \sigma_p$$

Резонансный интеграл поглощения

$$I_a^r = \int\limits_{\Delta E} \sigma_a^r(E)\cdot\Phi(E)dE = \int\limits_{\Delta E} \sigma_a^r(E)\cdot\frac{1}{E}dE$$

Если ΔE<< E_r , то $$I_a^r = I_\gamma^r \approx \frac{1}{E_r}\cdot\int\limits_{\Delta E}\sigma^r(E)\frac{\Gamma_\gamma^r}{\Gamma^r}dE \approx$$

$$\approx \frac{1}{E_r}\cdot\frac{\Gamma_\gamma^r}{\Gamma^r}\cdot\frac{\sigma_0^r\cdot\Gamma^r}{2}\cdot\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+x^2}dx = \frac{\pi\cdot\sigma_0^r\cdot\Gamma_\gamma^r}{2\cdot E_r}; \quad x = \frac{E-E_0}{\Gamma/2}$$



Полный резонансный интеграл

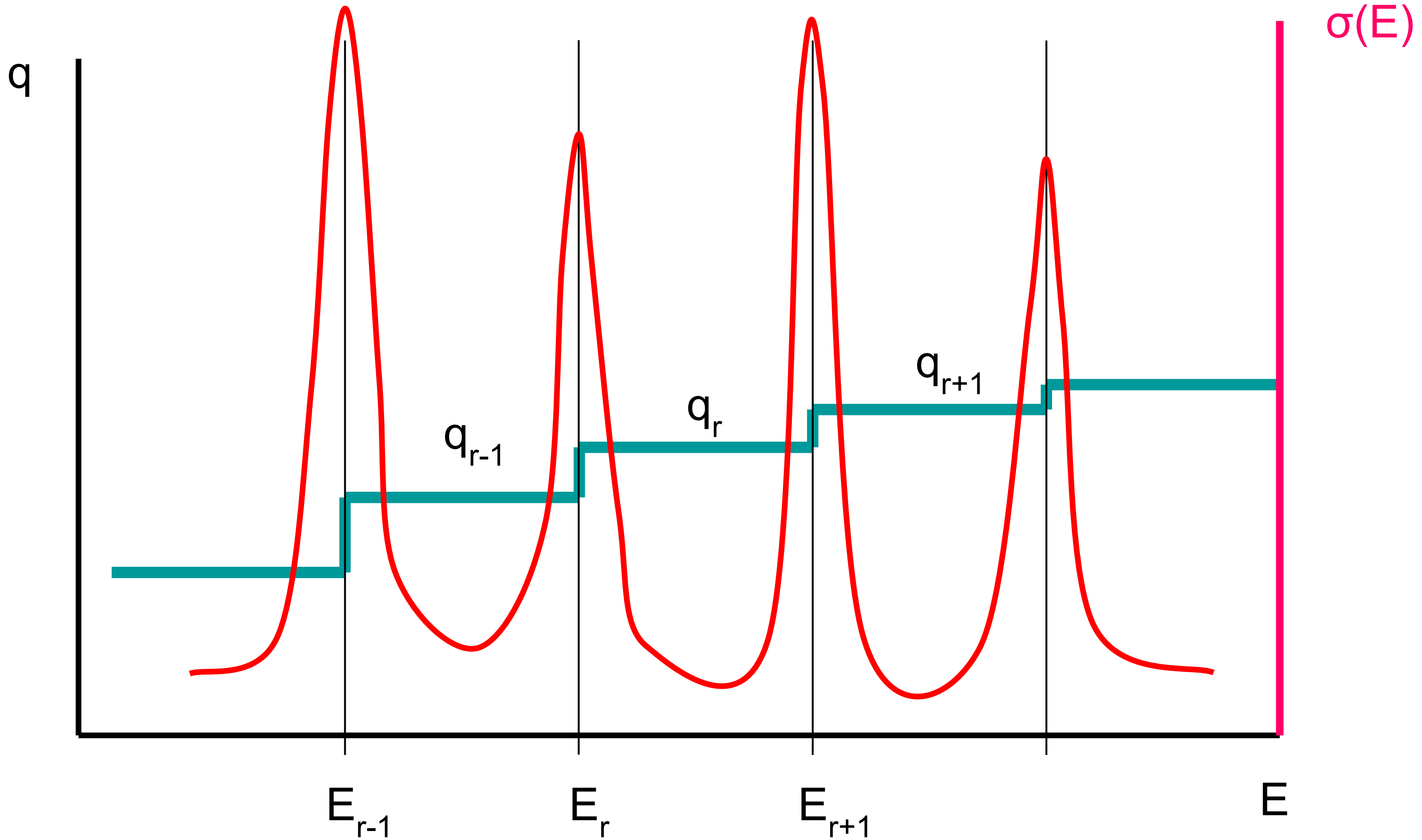
$$I = I_1 + I_2 + \ldots. + I_N = \sum_{r=1}^{n} I_r$$

Резонансный интеграл "бесконечного разбавления“

(резонансный интеграл в невозмущённом спектре Ферми)

$$I_{a\infty} = \sum_r I_a^r$$

Изотоп	I_∞, барн
Ag^{109}	1160
In^{115}	2640
Au^{197}	1558
Th^{232}	83
U^{238}	280



Вероятность избежать захвата на r-ом резонансе - $\varphi^r = \dfrac{q_{r-1}}{q_r} < 1$

Баланс нейтронов в окрестности r-го резонанса

$$q_{r-1} + \int_{\Delta E} \Sigma_a(E)\cdot\Phi(E)dE = q_r$$

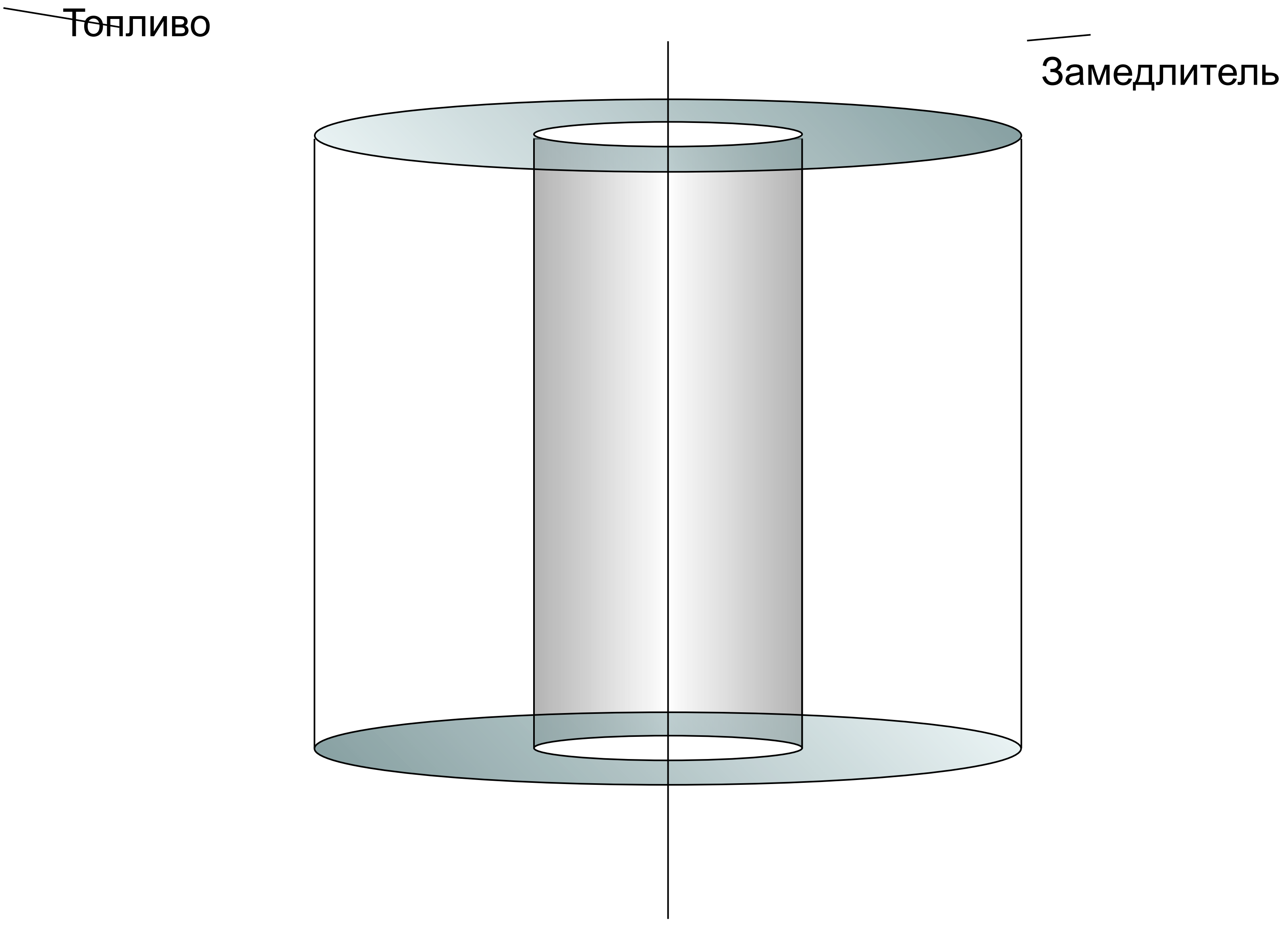
$$\frac{q_{r-1}}{q_r} + \frac{\int_{\Delta E} \Sigma_a(E)\cdot\Phi(E)dE}{q_r} = 1 \quad ; \qquad \varphi^r + P^r = 1$$

Если P^r не велико по сравнению с 1, то

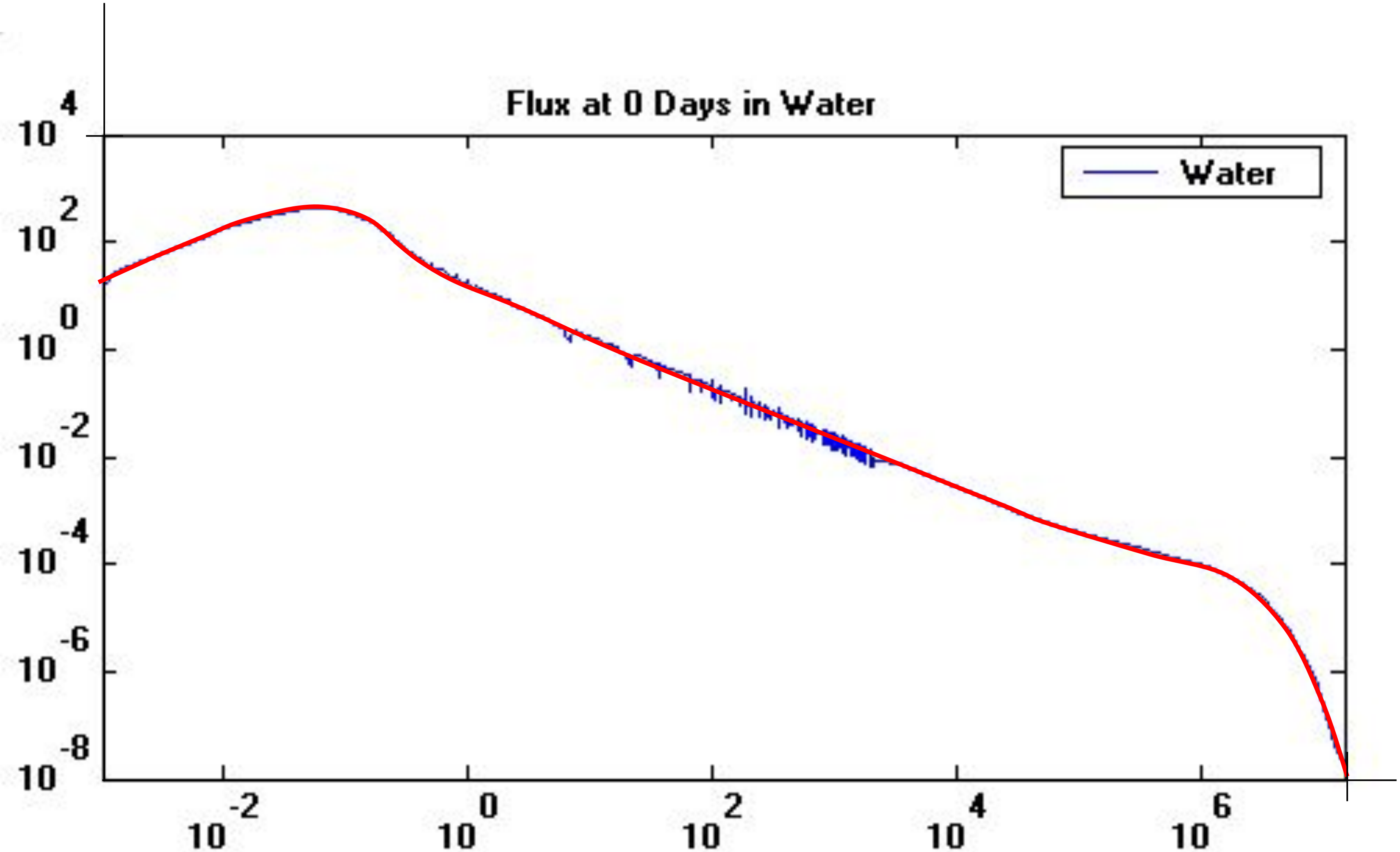
$$1 - P^r \approx e^{-P^r} \qquad \Rightarrow \qquad \varphi^r = e^{-P^r}$$

Вероятность избежать захвата на всех резонансах -

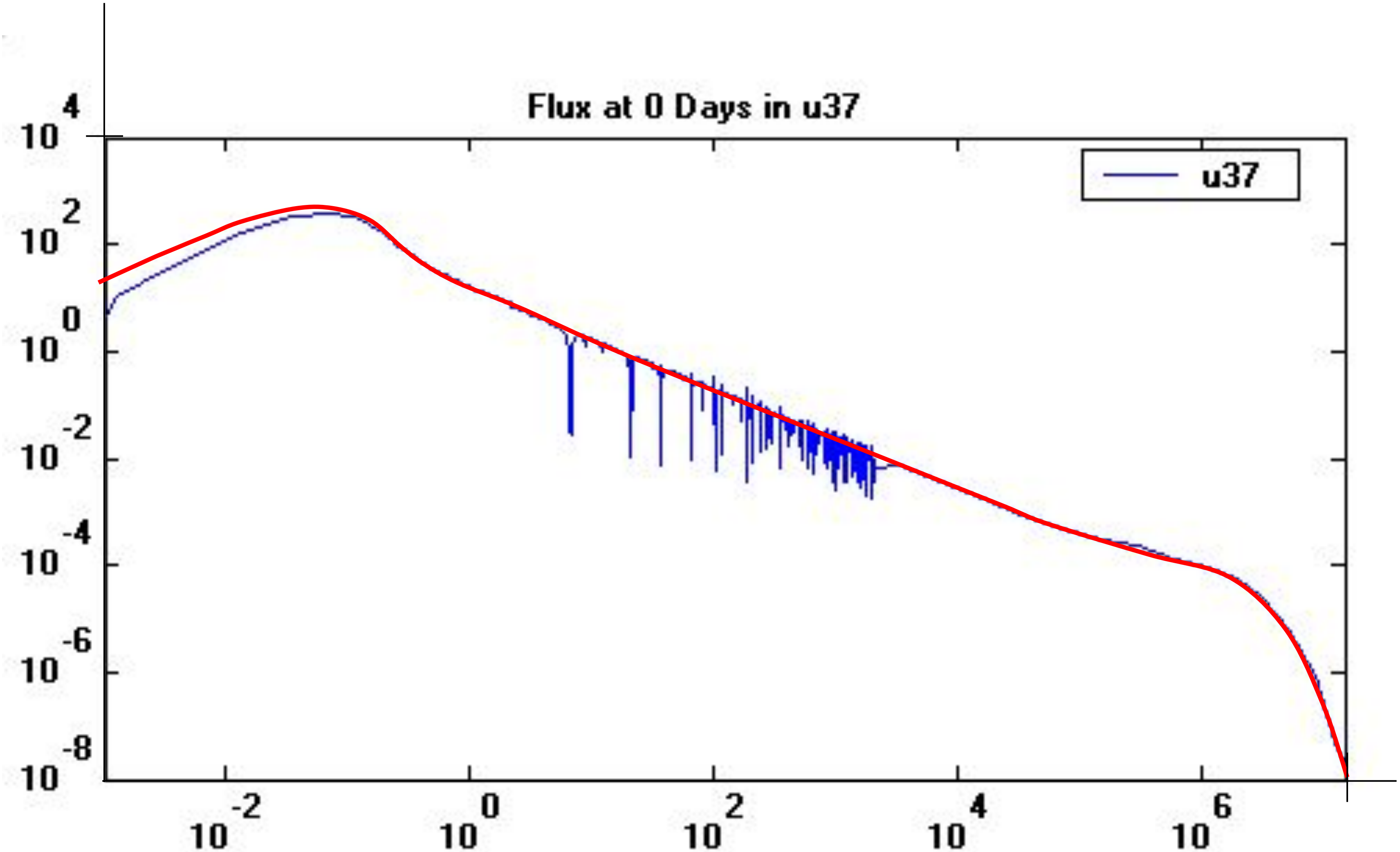
$$\varphi = \prod_r \varphi^r = e^{-\sum_r P^r}$$



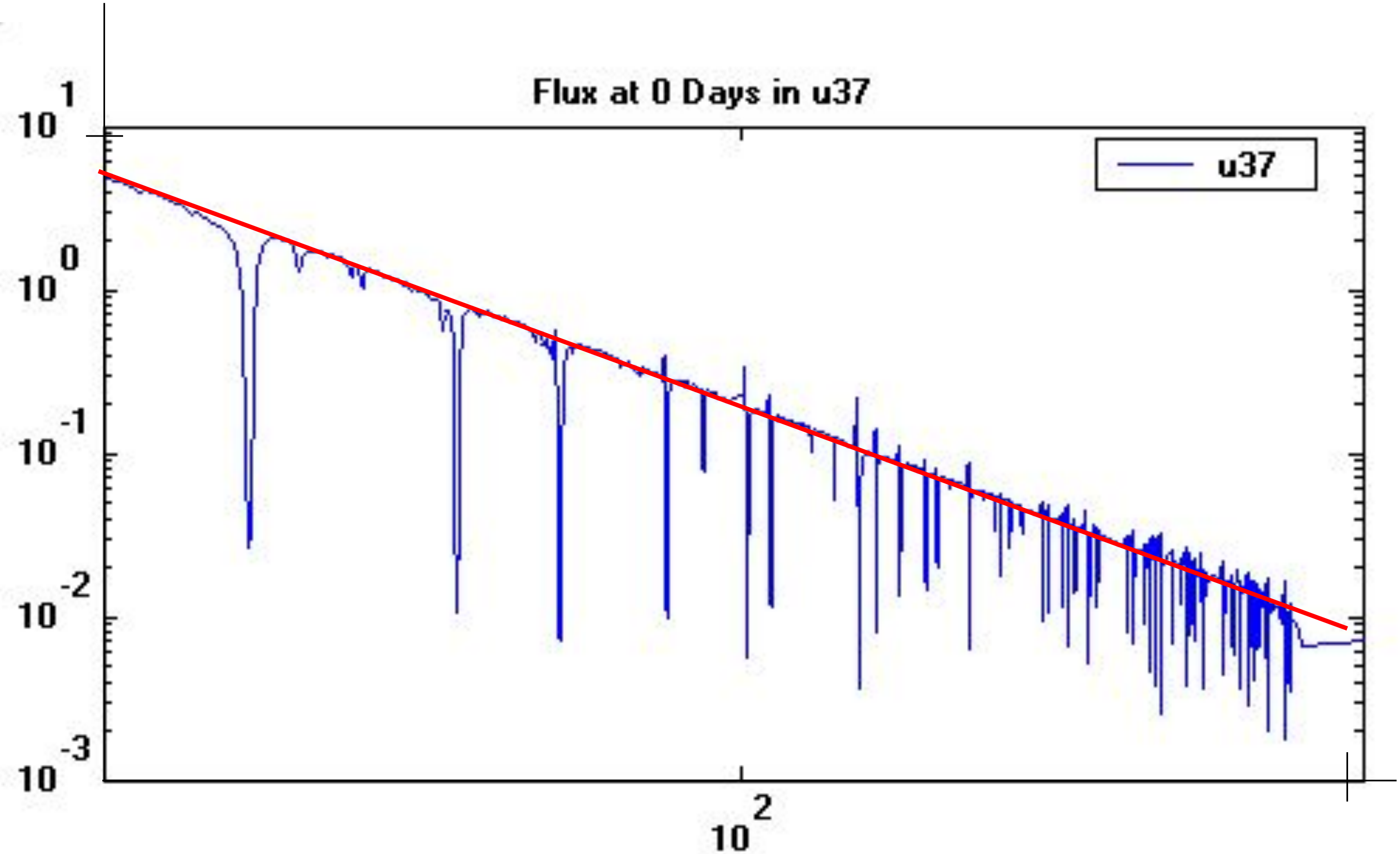
Топливо
Замедлитель



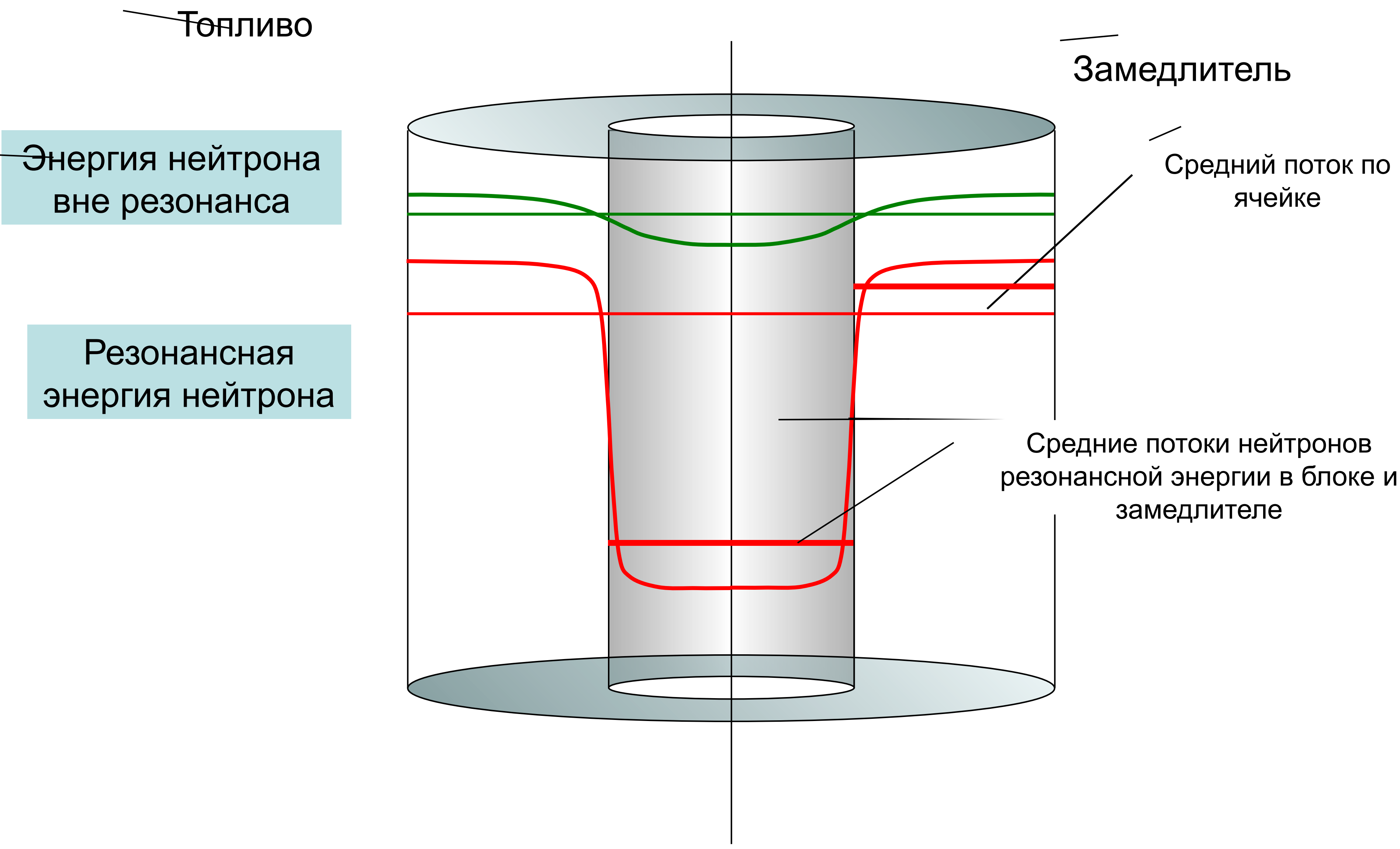
Flux at 0 Days in Water
Water
10^4
10^2
10^0
10^-2
10^-4
10^-6
10^-8
10^-2
10^0
10^2
10^4
10^6



Flux at 0 Days in u37
u37
10^4
10^2
10^0
10^-2
10^-4
10^-6
10^-8
10^-2
10^0
10^2
10^4
10^6



Flux at 0 Days in u37
u37
10^{1}
10^{0}
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{2}


Топливо
Замедлитель
Энергия нейтрона вне резонанса
Средний поток по ячейке
Резонансная энергия нейтрона
Средние потоки нейтронов резонансной энергии в блоке и замедлителе

Приближение узкого резонанса

$$q_r^{яч}(E) = \xi \cdot \Sigma_S^{яч} \cdot E \cdot \bar{\Phi}_{яч}(E) \cdot V_{яч}$$ - полный поток замедления в ячейке

$$\boldsymbol{P_r} = \frac{\int\limits_{V_{яч}} \int\limits_{\Delta E_r} \Sigma_a(\boldsymbol{E}) \cdot \Phi(\boldsymbol{E}, \vec{\boldsymbol{r}}) \boldsymbol{dEdV}}{\boldsymbol{q_r^{яч}}} = \frac{\int\limits_{V_{бл}} \int\limits_{\Delta E_r} \Sigma_a(\boldsymbol{E}) \cdot \Phi(\boldsymbol{E}, \vec{\boldsymbol{r}}) \boldsymbol{dEdV}}{\xi \cdot \Sigma_S^{яч} \cdot \boldsymbol{E} \cdot \bar{\Phi}_{яч}(\boldsymbol{E}) \cdot \boldsymbol{V_{яч}}} \approx \frac{\rho_{бл} \cdot V_{бл} \cdot \int\limits_{\Delta E_r} \sigma_a(E) \cdot \bar{\Phi}_{бл}(E) dE}{\xi \cdot \Sigma_S^{яч} \cdot E \cdot \bar{\Phi}_{яч}(E) \cdot V_{яч}}$$

$$\approx \frac{\rho_{бл} \cdot V_{бл}}{\xi \cdot \Sigma_S^{яч} \cdot V_{яч}} \cdot \underbrace{\int\limits_{\Delta E_r} \frac{dE}{E} \underbrace{\sigma_a(E) \cdot \frac{\bar{\Phi}_{бл}(E)}{\bar{\Phi}_{яч}(E)}}_{\sigma^r_{a\,эфф}}}_{I^r_{a\,эфф}}$$

Окончательно - $$\boxed{\varphi = e^{-\frac{V_{бл} \cdot \rho_{бл} \cdot I_{эфф}}{V_{яч} \cdot \xi \Sigma_{S\,яч}}}}$$, где $I_{эфф} = \sum_r I^r_{эфф}$

Эффективный резонансный интеграл поглощения

$I_{эфф}$ - зависит от температуры и вида гетерогенности

1. Гомогенная среда

$$I_{эфф} = 3.8 \cdot \left(\frac{\Sigma_S}{\rho_U} \right)^{0.42}$$

2. Одиночный цилиндрический блок в замедлителе

$$I_{эфф} = A + B \cdot \sqrt{\frac{S}{M}} \quad , \quad S - \text{см}^2, \quad M - \text{ граммы}$$

	A	B
$U_{мет}$	3.1	26.8
UO_2	4.45	26.3
UC	5.90	26.2
$Th_{мет}$	1.83	15.5
ThO_2	2.63	16.2
ThC	3.43	16,9

Эффективный резонансный интеграл поглощения

3. Кластерная структура

$$I_{эфф} = A + B \cdot \sqrt{\frac{S_{out} \cdot C_1 + S_{in} \cdot C_2}{M}}$$

C_1 и C_2 – поправки Данкова

4. «Теорема эквивалентности»

$$I_{эфф}(T, \sigma_P^*), \quad \sigma_P^* = \sigma_P^{бл} + \frac{1-C}{l_{бл}}$$

C – поправка Данкова

Температурная зависимость резонансного интеграла

$$I_{эфф}(T) = I_{эфф}(T_0) \cdot \left[1 + \left(A_t + B_t \frac{S}{M}\right) \cdot \left(\sqrt{T} - \sqrt{T_0}\right)\right]$$

	At	Bt
$U_{мет}$	0.0051	0.005
UO_2	0.0058	0.005
UC	0.0058	0.005
$Th_{мет}$	0.009	0.0
ThO_2	0.015	0.0
ThC	0.015	0.0