окончательно

$$\frac{1}{v}\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\vec{\Omega}\cdot\nabla\Phi+\Sigma(\vec{r},E)\cdot\Phi=\iint\Sigma_t(\vec{r},E')\cdot f(\vec{r};\vec{\Omega}',E'\to\vec{\Omega},E)\cdot\Phi'\cdot d\Omega dE+Q(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$$

Методы решения:

1. P_{IJ} приближение – метод ВПС (вероятности первых столкновений)

2. P_n приближение

Разложение Ф, Q и $f(\vec{r};\vec{\Omega}',E'\to\vec{\Omega},E)$ в ряд по полиномам Лежандра

$$f(\Omega'\to\Omega)=f(\mu_0)=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{2l+1}{4\pi}f_l P_l(\mu_0)$$

$$\Phi(x,\mu)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2m+1}{4\pi}\phi_m(x)P_m(\mu)$$

$$Q(x,\mu)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2m+1}{4\pi}Q_m(x)P_m(\mu)$$

3. S_n приближение (метод дискретных ординат)

$$\int f(\vec{r};\vec{\Omega}',E'\to\vec{\Omega},E)\cdot\Phi' d\Omega\cong\sum_m w_m\cdot\Phi'(\vec{r},\vec{\Omega}_m)$$

4. Метод Монте-Карло

$$\frac{dn}{d\tau} = \nabla D \nabla \Phi - \Sigma'a \cdot \Phi + Q$$

$$\Phi = v \cdot n$$

$$\frac{1}{\mathbf{V}} \cdot \frac{d\Phi}{d\tau} = \nabla D \nabla \Phi - \Sigma' a \cdot \Phi + Q$$

Пусть $\frac{d\Phi}{d\tau} = 0$

Тогда

$$- \nabla D \nabla \Phi + \Sigma'a \cdot \Phi = Q$$

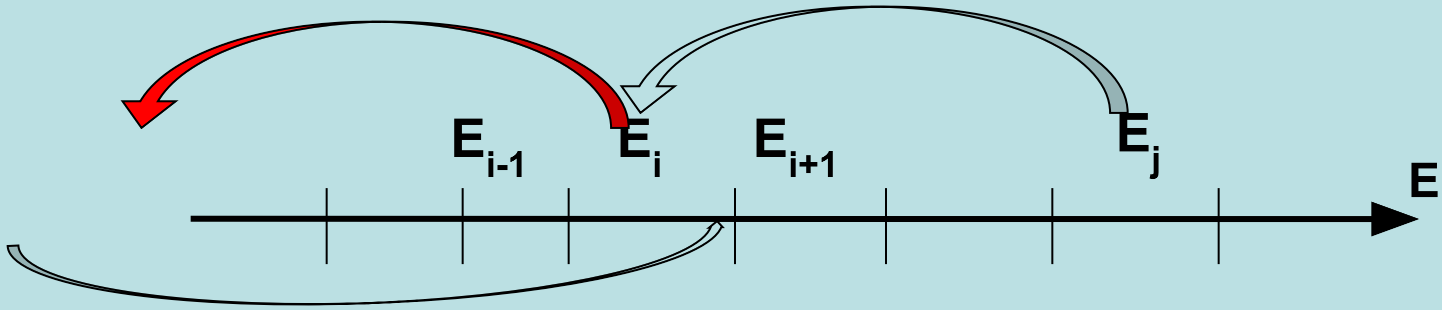
Уравнение условно-критического реактора

$$-\nabla D \nabla \Phi + \Sigma'a \cdot \Phi = Q \cdot \frac{1}{k}$$

k – эффективный коэффициент размножения

$$k = \frac{\int Q dv}{-\int \nabla D \nabla \Phi dv + \int \Sigma' a dv}$$

Замедление нейтронов при рассеянии



$$Q = Q_m + Q_{j \to i} + Q_\lambda + S_0$$

Q_m - источник мгновенных нейтронов деления;

$Q_{j \to i}$ - источник нейтронов за счет замедления из других групп в данную;

Q_λ – источник запаздывающих нейтронов;

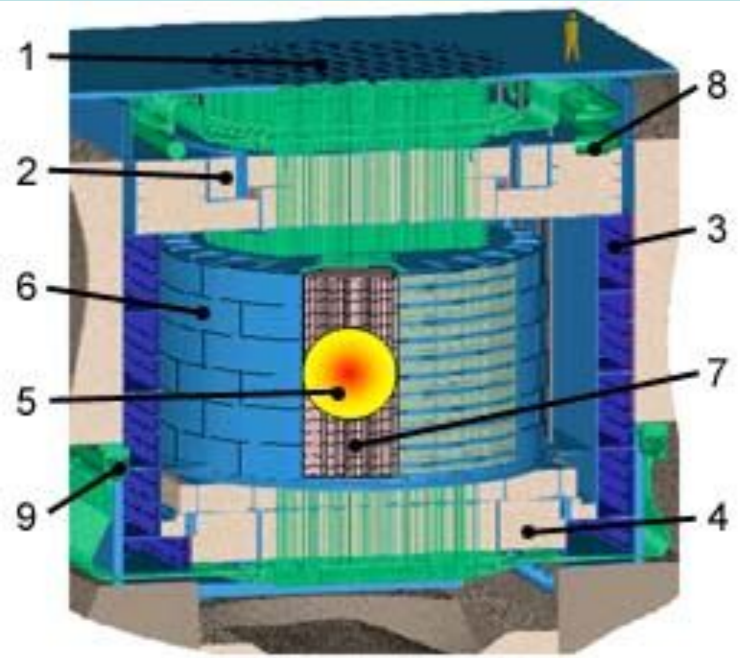
S_0 - источник "внешних" нейтронов, т.е. нейтроны этого источника не обусловлены цепной реакцией деления протекающей в ядерном реакторе.

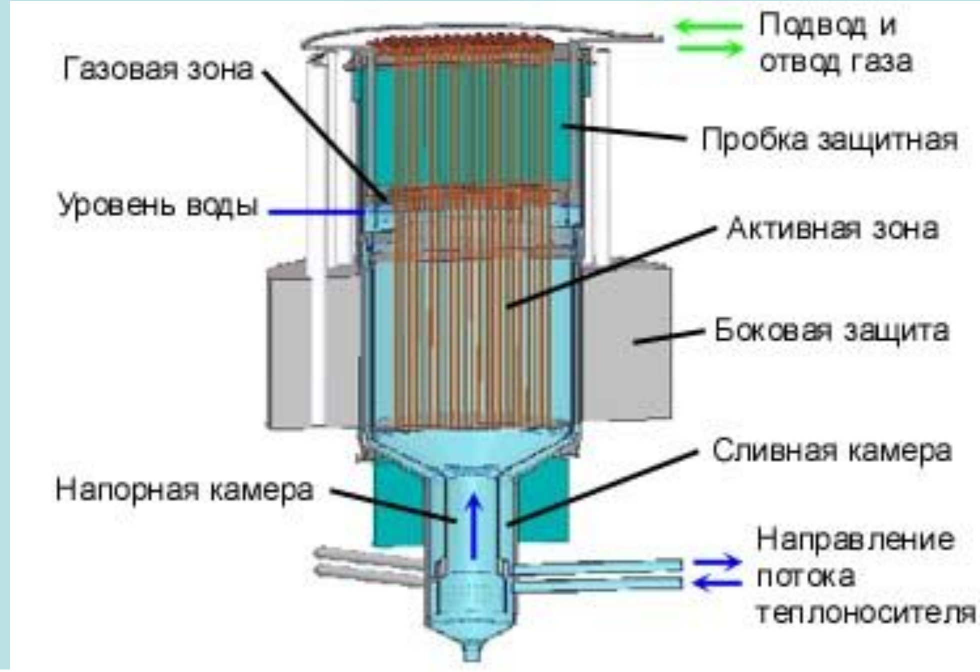
$$Q_m + Q_\lambda = \nu \cdot \Sigma_f \cdot \Phi$$

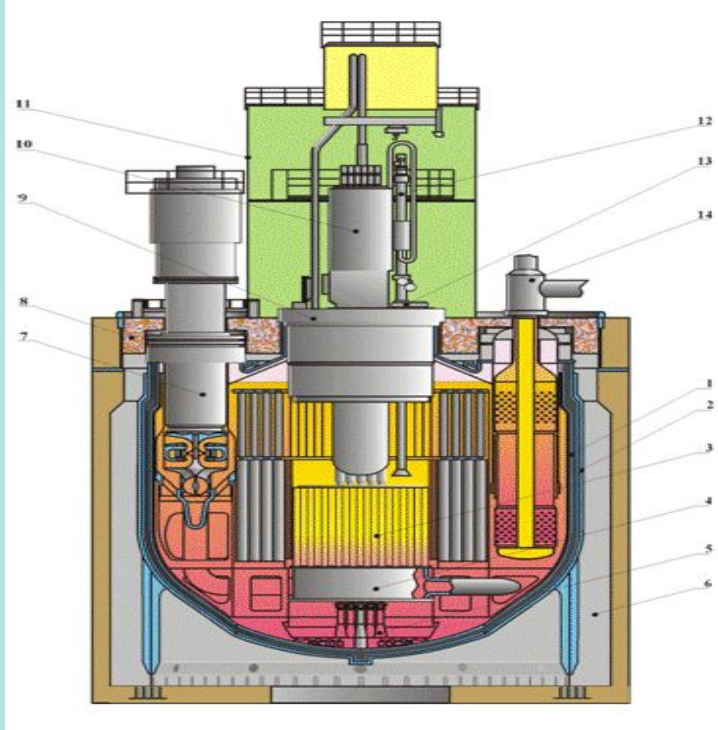
$$Q_{j \to i} = \Sigma_s \cdot \Phi \cdot P_{j \to i} \;\; ; \;\; \Sigma_{j \to i} = \Sigma_s \cdot P_{j \to i}$$

$$\Sigma'_a \cdot \Phi = \Sigma_a \cdot \Phi + \Sigma_s \cdot \Phi \cdot P_{i \to j}; \qquad \Sigma_s \cdot P_{i \to j} = \Sigma_d$$

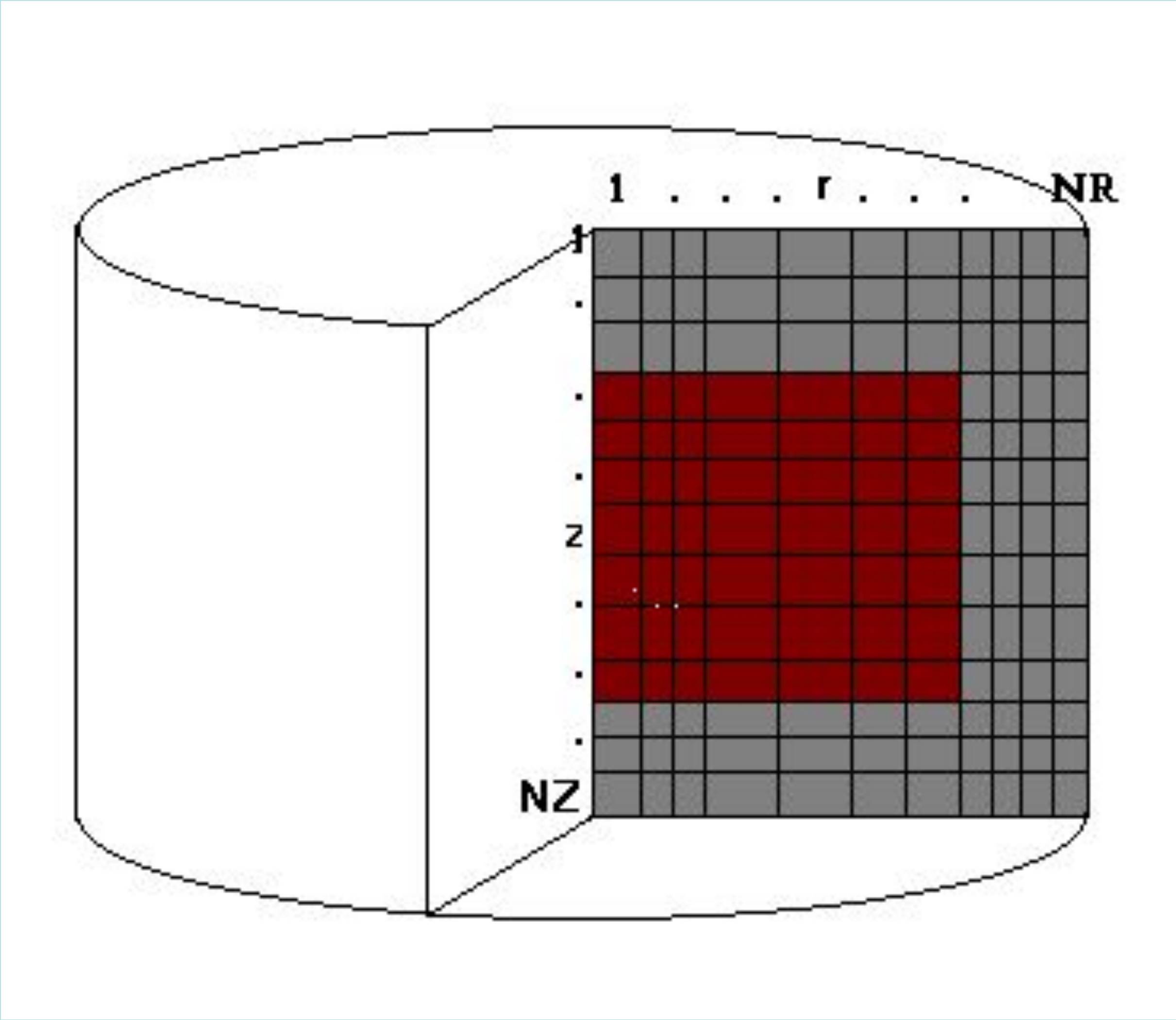
$$\Sigma'_a = \Sigma_a + \Sigma_d$$


1
8
2
3
6
5
7
9
4


Подвод и
отвод газа
Газовая зона
Пробка защитная
Уровень воды
Активная зона
Боковая защита
Сливная камера
Напорная камера
Направление
потока
теплоносителя


11
10
9
8
7
12
13
14
1
2
3
4
5
6

Сеточная модель реактора в R-Z геометрии



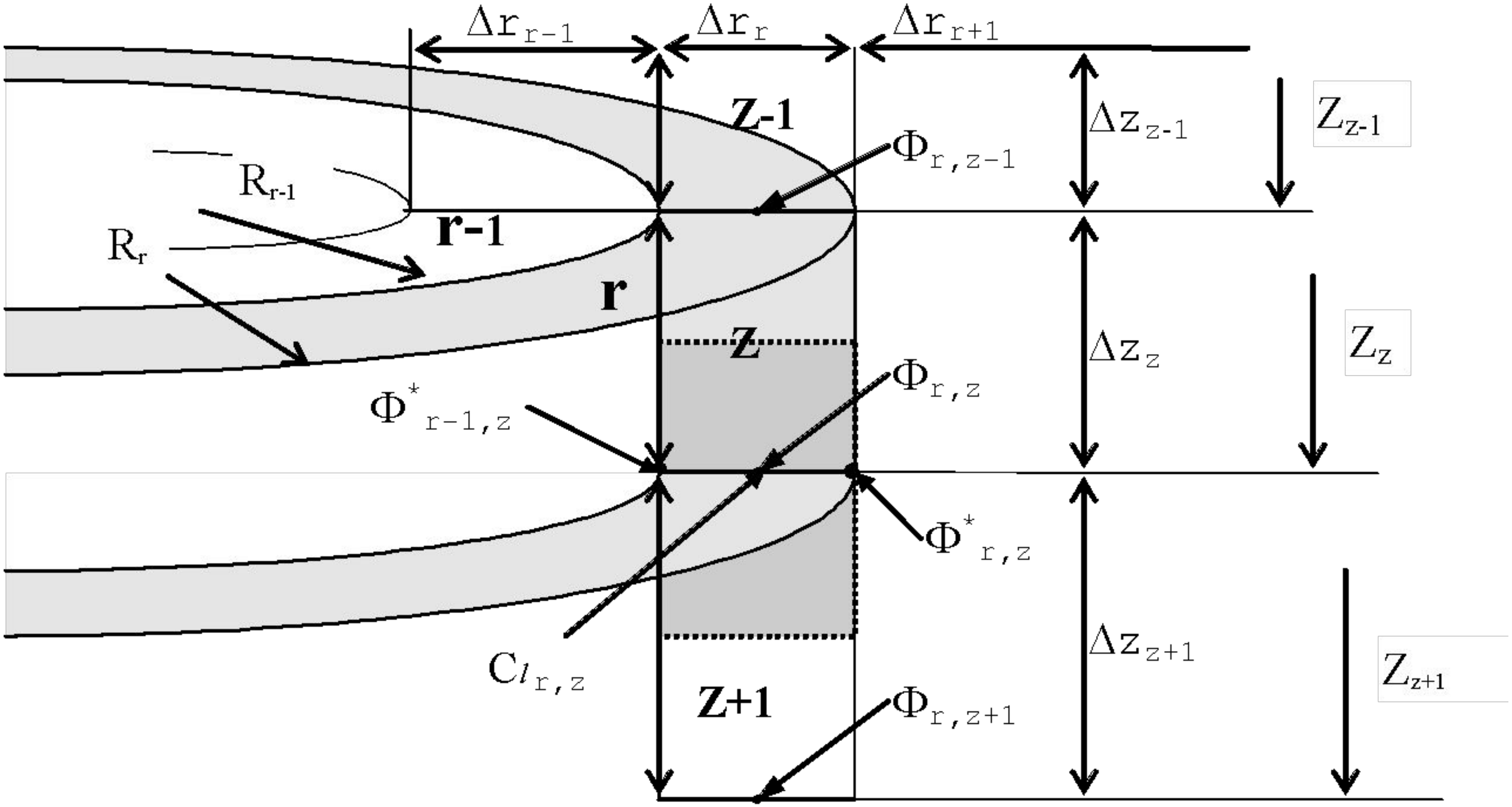

Δr r−1
Δr r
Δr r+1
Z-1
Φ r,z−1
Δz z-1
Z z-1
R r-1
R r
r-1
r
Z
Φ r,z
Δz z
Z z
Φ* r−1,z
Φ* r,z
C l r,z
Z+1
Φ r,z+1
Δz z+1
Z z+1

Рис. 1.2

$$\int_{V^*_{rz}} Q_i(\vec{\mathbf{r}})dv = \chi_i \cdot \sum_{j=1}^{NE}\left[\nu_j\Sigma_{fj,r,z}\cdot\frac{\Delta Z_z}{2} + \nu_j\Sigma_{fj,r,z+1}\cdot\frac{\Delta Z_{z+1}}{2}\right]\cdot\Phi_{j,r,z}\cdot\Delta S_r +$$

$$+\sum_{k=i+1}^{NE}\left[\frac{\Sigma^{k\to i}_{k,r,z}\cdot\Delta Z_z}{2}+\frac{\Sigma^{k\to i}_{k,r,z+1}\cdot\Delta Z_{z+1}}{2}\right]\cdot\Phi_{k,r,z}\cdot\Delta S_r + \left[\frac{S_{0i,r,z}\cdot\Delta Z_z}{2}+\frac{S_{0i,r,z+1}\cdot\Delta Z_{z+1}}{2}\right]\cdot\Delta S_r$$

$$\int_{V^*_{rz}}\left(\Sigma a_i(\vec{\mathbf{r}})+\Sigma d_i(\vec{\mathbf{r}})\right)\cdot\Phi_i(\vec{\mathbf{r}})dv = \left[\frac{\left(\Sigma a_{i,r,z}+\Sigma d_{i,r,z}\right)\cdot\Delta Z_z}{2}+\frac{\left(\Sigma a_{i,r,z+1}+\Sigma d_{i,r,z+1}\right)\cdot\Delta Z_{z+1}}{2}\right]\cdot\Phi_{i,r,z}\cdot\Delta S_r$$

Рассмотрим теперь член описывающий утечку - $\int\limits_{V^*rz} \nabla D_i(\mathbf{r}) \nabla \Phi_i(\mathbf{r}) dv$.

Согласно теореме Остроградского можно написать,

$$\int\limits_{V^*rz} \nabla D_i(\mathbf{r}) \nabla \Phi_i(\mathbf{r}) dv = \int\limits_{S^*} -J_i(s) ds$$

, где J**(s)** - полный ток нейтронов через единицу площади поверхности S*, которая ограничивает объем V^*_{rz}.

Последний интеграл можно записать в виде,

$$\int\limits_{S^*} -J_i(s) ds = \int\limits_{S_1} -J_{i_1}(s) ds + \int\limits_{S_2} -J_{i_2}(s) ds + \int\limits_{S_3} -J_{i_3}(s) ds + \int\limits_{S_4} -J_{i_4}(s) ds$$

Конечно-разностная аппроксимация указанных выше интегралов будет выглядеть:

$$\int_{S_1} -J_{i_1}(s)ds = D_{i,r,z} \cdot \frac{\Phi_{i,r,z-1} - \Phi_{i,r,z}}{\Delta Z_z} \cdot \Delta S_r$$

$$\int_{S_3} -J_{i_3}(s)ds = D_{i,r,z+1} \cdot \frac{\Phi_{i,r,z+1} - \Phi_{i,r,z}}{\Delta Z_{z+1}} \cdot \Delta S_r$$

$$\int_{S_2} -J_{i_2}(s)ds = D_{i,r,z} \cdot \frac{\Phi^*_{i,r,z} - \Phi_{i,r,z}}{\frac{\Delta r_r}{2}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_r \cdot \left(\frac{\Delta Z_z + \Delta Z_{z+1}}{2}\right)$$

$$\int_{S_4} -J_{i_4}(s)ds = D_{i,r,z} \cdot \frac{\Phi^*_{i,r-1,z} - \Phi^*_{i,r,z}}{\frac{\Delta r_r}{2}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \left(R_r - \Delta r_r\right) \cdot \left(\frac{\Delta Z_z + \Delta Z_{z+1}}{2}\right)$$

Поток нейтронов на границе $\Phi^*_{i, r, z}$

определяется исходя из условия равенства токов нейтронов на данной границе

$$D_{i, r, z} \cdot \frac{\Phi_{i, r, z} - \Phi^*_{i, r, z}}{\frac{\Delta r_r}{2}} = D_{i, r+1, z} \cdot \frac{\Phi^*_{i, r, z} - \Phi_{i, r+1, z}}{\frac{\Delta r_{r+1}}{2}}$$

__Отсюда,__

$$\Phi^*_{i, r, z} = \frac{D_{i, r, z} \cdot \Delta r_{r+1} \cdot \Phi_{i, r, z} + D_{i, r+1, z} \cdot \Delta r_r \cdot \Phi_{i, r+1, z}}{D_{i, r, z} \cdot \Delta r_{r+1} + D_{i, r+1, z} \cdot \Delta r_r}$$

$$\Phi^*_{i, r-1, z} = \frac{D_{i, r-1, z} \cdot \Delta r_{r+1} \cdot \Phi_{i, r-1, z} + D_{i, r+1, z} \cdot \Delta r_{r-1} \cdot \Phi_{i, r, z}}{D_{i, r-!, z} \cdot \Delta r_r + D_{i, r, z} \cdot \Delta r_{r-1}}$$

.

__Подставляя получим,__

$$\int_{S_2} - J_{i_2}(s)ds = \frac{2 \cdot D_{i, r+1, z} \cdot D_{i, r, z}}{D_{i, r, z} \cdot \Delta r_{r+1} + D_{i, r+1, z} \cdot \Delta r_r} \cdot (\Phi_{i, r, z} - \Phi_{i, r+1, z}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_r \cdot \left(\frac{\Delta Z_z + \Delta Z_{z+1}}{2}\right)$$

$$\int_{S_4} -J_{i_4}(s)ds = \frac{2 \cdot D_{i, r, z} \cdot D_{i, r-1, z}}{D_{i, r-1, z} \cdot \Delta r_r + D_{i, r, z} \cdot \Delta r_{r-1}} \cdot (\hat{o}_{i, r, z} - \hat{o}_{i, r-1, z}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot (R_r - \Delta r_r) \cdot \left(\frac{\Delta Z_z + \Delta Z_{z+1}}{2}\right)$$

Граничные условия

$$\Phi_{NR,z}=0, \quad z=1,\ldots,NZ$$

$$\Phi_{r,0}=0, \quad r=1,\ldots,NR$$

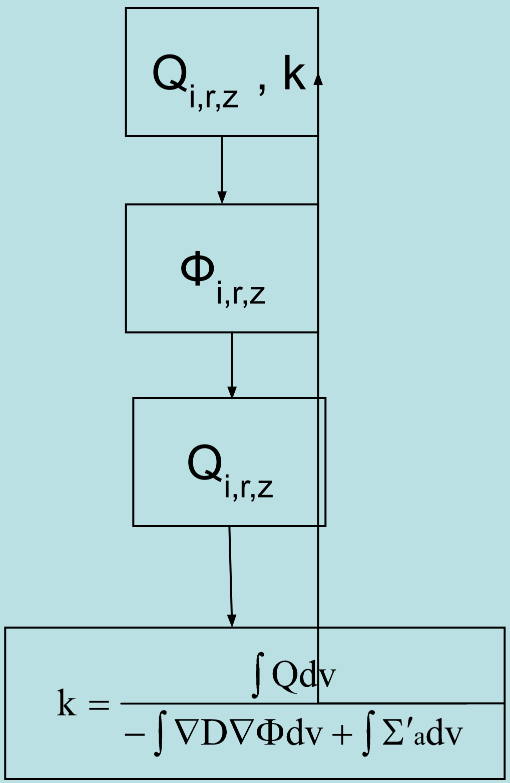
$$\Phi_{r,NZ}=0, \quad r=1,\ldots,NR$$

Нормировка потока нейтронов

$$W = a_f \cdot \sum_{i=1}^{NE}\sum_{r=1}^{NR}\sum_{z=1}^{NZ} \Sigma_{f\,\mathbf{i,r,z}} \cdot \Phi_{\mathbf{i,r,z}} \cdot \Delta V_{\mathbf{r,z}}$$

Итерации источника

$$a_1 \cdot \Phi_{i,r,z} + a_2 \cdot \Phi_{i,r-1,z} + a_3 \cdot \Phi_{i,r+1,z} + a_4 \cdot \Phi_{i,r,z-1} + a_5 \cdot \Phi_{i,r,z+1} = \frac{1}{k} \cdot Q_{i,r,z}$$



n=n+1

Выход из итераций

$$(\Phi^{n}_{i,r,z} - \Phi^{n-1}_{i,r,z}) / \Phi^{n}_{i,r,z} \leq \delta$$

$$(k^{n} - k^{n-1}) / k^{n} \leq \varepsilon$$