М.А. Киселёв

Курс «Ядерная энергетика и атомные реакторы»

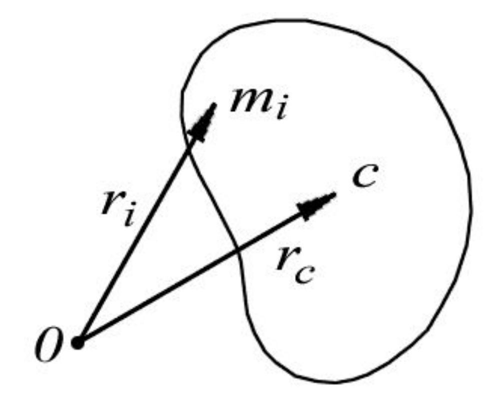
Лекция 6

Замедление нейтронов. Кинематика.

ДУ, 15 октября 2014

Система центра масс

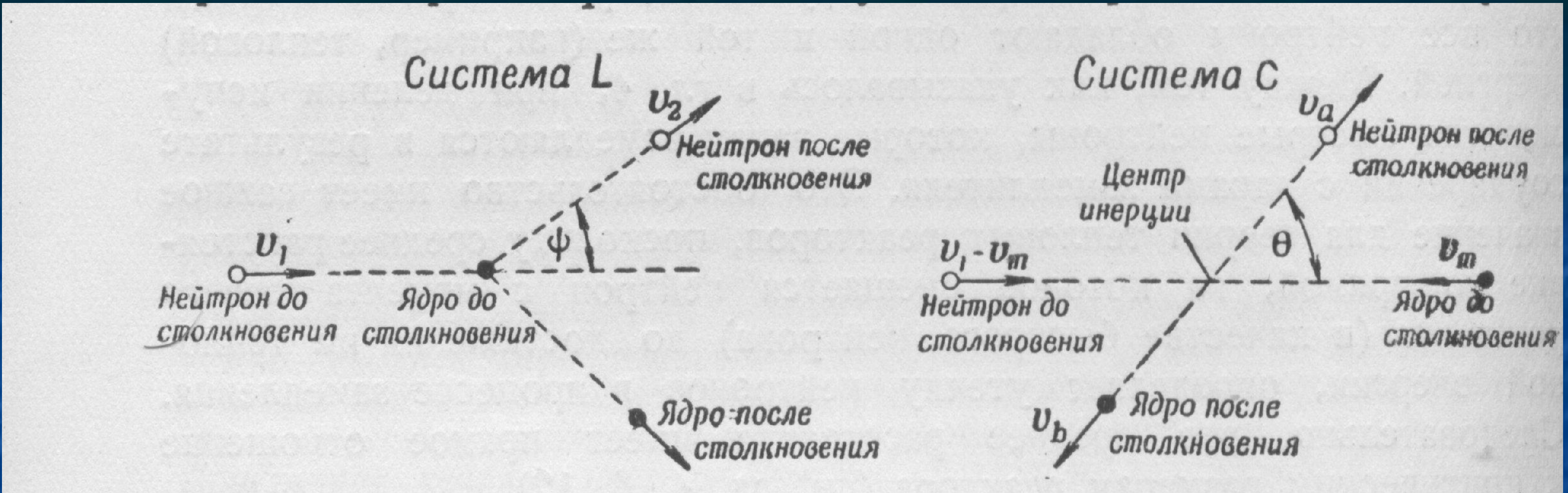
$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M},$$



$$\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M} = \frac{\sum \vec{p}_i}{M}.$$

$$\boxed{\vec{P}_c = M\vec{v}_c,}$$

Принцип относительности Галилея.
Если импульс сохраняется в одной инерциальной системе, то он сохраняется и в любой другой системе, движущейся относительно нее с произвольной скоростью прямолинейно и равномерно



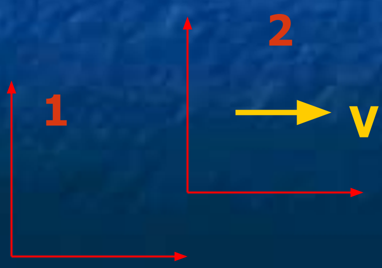
Фиг. 35. Рассеяние нейтрона в лабораторной системе координат (L) и в системе координат центра инерции (C).

$$\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M} = \frac{\sum \vec{p}_i}{M}.$$

Полагаем $m_n=1$

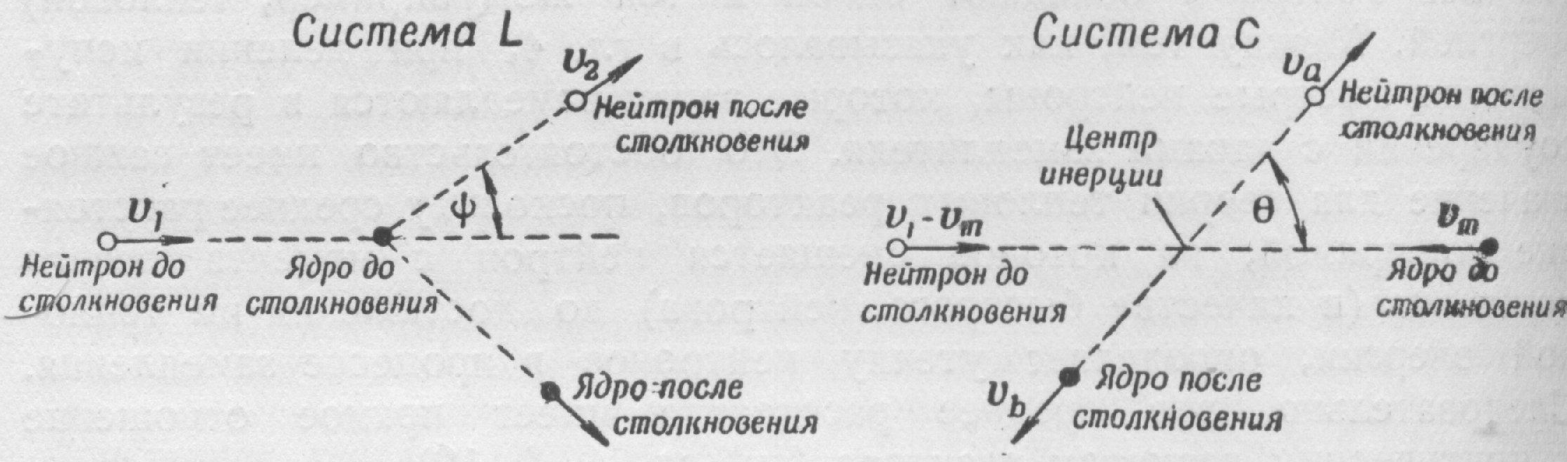
$$v_m = \frac{v_1}{A+1}$$

Если инерциальная система 2 движется со скоростью v относительно системы 1, то скорости частицы в этих системах связаны соотношением $\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{v}_2$



Отсюда скорость нейтрона в системе C равна $v_1 - v_m$

Скорость ядра в системе C равна $-v_m$



Фиг. 35. Рассеяние нейтрона в лабораторной системе координат (L) и в системе координат центра инерции (C).

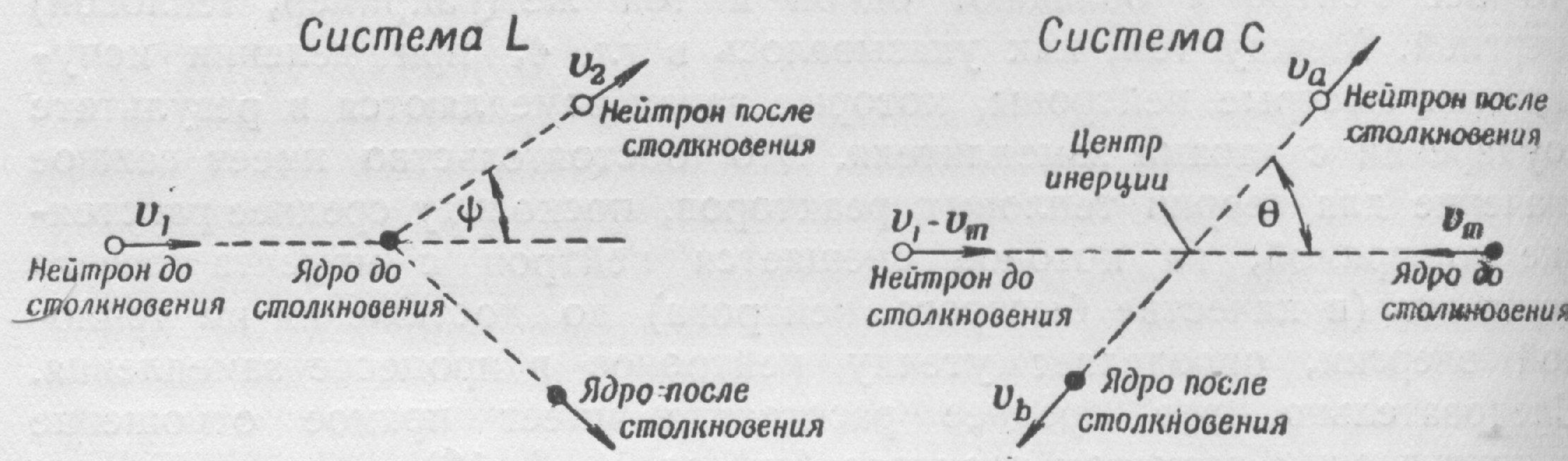
В системе C нейтрон и ядро движутся навстречу друг другу со скоростями

$$v_1 - v_m = \frac{A \cdot v_1}{A+1} \qquad v_m = \frac{v_1}{A+1}$$

и импульсами

$$\frac{A \cdot v_1}{A+1} \qquad \frac{A \cdot v_1}{A+1}$$

Полный импульс системы относительно центра инерции до столкновения равен 0. Он будет равен нуля и после столкновения в силу закона сохранения импульса



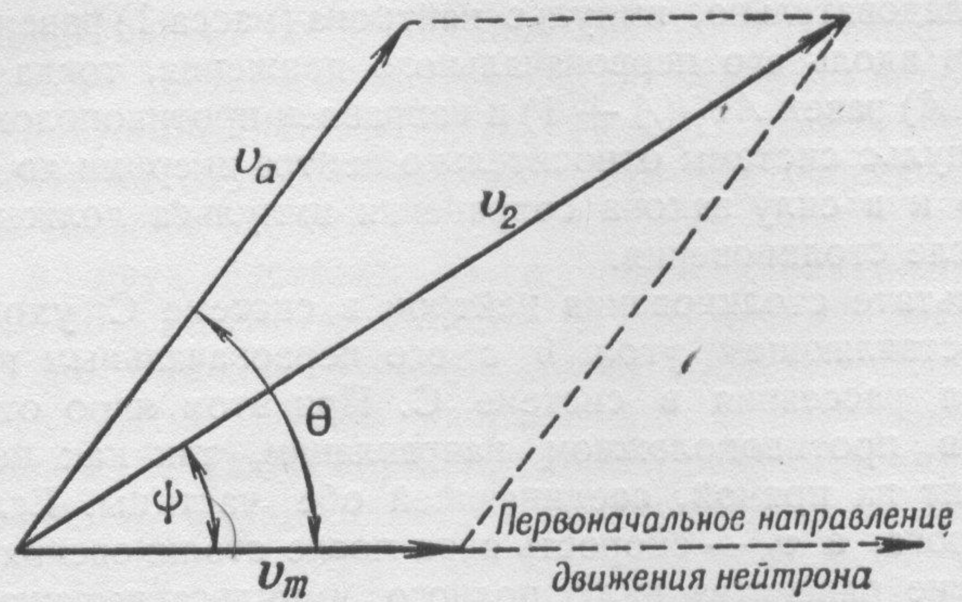
Фиг. 35. Рассеяние нейтрона в лабораторной системе координат (L) и в системе координат центра инерции (C).

Из закона сохранения импульса $v_a = A \cdot v_b$

Из закона сохранения энергии $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{A\cdot v_1}{A+1}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot A\cdot\left(\frac{v_1}{A+1}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot v_a^2 + A\frac{1}{2}\cdot v_b^2$

Решение системы $v_a = \frac{A\cdot v_1}{A+1}$ $v_b = \frac{v_1}{A+1}$

Энергия нейтрона после соударения



Фиг. 36. Преобразование от системы С к системе L.

$$v_2^2 = v_m^2 + v_a^2 + 2 v_m v_a \cos\Theta$$

$$v_2^2 = \left(\frac{v_1}{A+1}\right)^2 + \left(\frac{A \cdot v_1}{A+1}\right)^2 + \frac{2 \cdot A \cdot v_1^2}{(A+1)^2} \cdot \cos\Theta = \frac{v_1^2 \cdot \left(A^2 + 2A\cos\Theta + 1\right)}{(A+1)^2}$$

Изменение энергии нейтрона при рассеянии

Энергия нейтрона до рассеяния $E_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$

Энергия нейтрона после рассеяния $E_2 = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{A^2 + 2A\cos\Theta + 1}{(A+1)^2}$$ **(*)**

Определим $\alpha \equiv \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2} \cdot \left[(1+\alpha) + (1-\alpha) \cdot \cos\Theta \right]$$

Максимальная потеря энергии

Максимальная потеря энергии нейтрона происходит при θ=π

$$\frac{E_{\min}}{E_1} = \alpha \longrightarrow \frac{E_1 - E_{\min}}{E_1} = 1 - \alpha$$

Разлагая в ряд по степеням 1/A

$$\alpha = 1 - \frac{4}{A} + \frac{8}{A^2} - \frac{12}{A^3} + \dots$$

Для A ≥50

$$\alpha \approx 1 - \frac{4}{A} \qquad 1 - \alpha \approx \frac{4}{A}$$

Скользящий удар, Θ=0 – соответствует неизменной энергии нейтрона до и после соударения

Лобовой удар, Θ=п – соответствует максимальной потери энергии нейтроном. Потеря энергии будет зависеть от атомного номера ядра рассеивателя.

$$\frac{\Delta E_{max}}{E_1} = 1 - \alpha \approx \frac{4}{A}$$

Закон рассеяния

В системе центра инерции рассеяние нейтронов сферически симметрично для нейтронов с энергией меньше нескольких Мэв

Вероятность того, что нейтрон рассеялся под углом Θ

$$p(\Theta)\cdot d\Theta = \frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{2\pi\cdot\sin\Theta\cdot d\Theta}{4\pi} = \frac{1}{2}\cdot\sin\Theta\cdot d\Theta$$

Вероятность того, что нейтрон рассеялся с энергией E_2

$$p(\Theta)\cdot d\Theta = p(E_2)\cdot dE_2 \rightarrow \boxed{p(E_2)\cdot dE_2 = p(\Theta)\frac{d\Theta}{dE_2}\cdot dE_2}$$

где E_2 и Θ связаны соотношением

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}\cdot\left[(1+\alpha)+(1-\alpha)\cdot\cos\Theta\right] \rightarrow$$ Отсюда определяем $dE_2/d\Theta$

Используя значение производной

$$\frac{d\Theta}{dE_2} = -\frac{2}{E_1 \cdot (1-\alpha) \cdot \sin\Theta}$$

Получаем

$$p(E_2) \cdot dE_2 = -\frac{1}{E_1 \cdot (1-\alpha)} \cdot dE_2$$

Учитывая, что $\Delta E_{max} = E_1 \cdot (1-\alpha)$

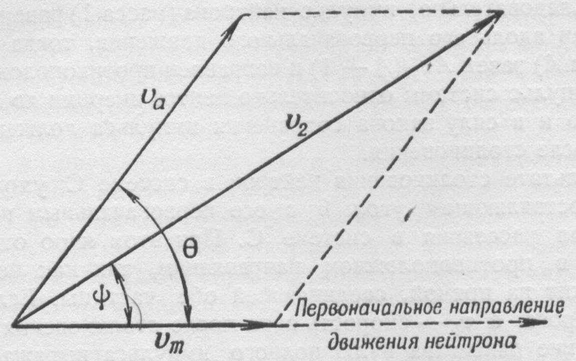
Получаем, что распределение нейтронов по энергиям не зависит от конечной энергии и определяется значением максимальной потери энергии

$$p(E_2) = \frac{1}{\Delta E_{max}}$$

Проверка правильности распределения

$$\int_{E_1}^{\alpha E_1} p(E_2)\cdot dE_2 = -\frac{1}{E_1(1-\alpha)}\cdot\int_{E_1}^{\alpha E_1} dE_2$$

Асимметрия рассеяния в лабораторной системе



Фиг. 36. Преобразование от системы C к системе L.

Из рис. 36 видно, что

$$v_2 \cos\Psi = v_a \cos\Theta + v_m = \frac{Av_1}{A+1}\cos\Theta + \frac{v_1}{A+1}$$

Из уравнения (*) следует

$$v_2 = \frac{v_1}{A+1}\cdot\sqrt{A^2 + 2A\cos\Theta + 1}$$

Из этих двух уравнений получаем

$$\cos\Psi = \frac{A\cos\Theta + 1}{\sqrt{A^2 + 2A\cos\Theta + 1}}$$

Резонансы при замедлении нейтронов.
Формула Брейта - Вигнера

Зависимость полного сечения взаимодействия нейтрона с ядром от энергии

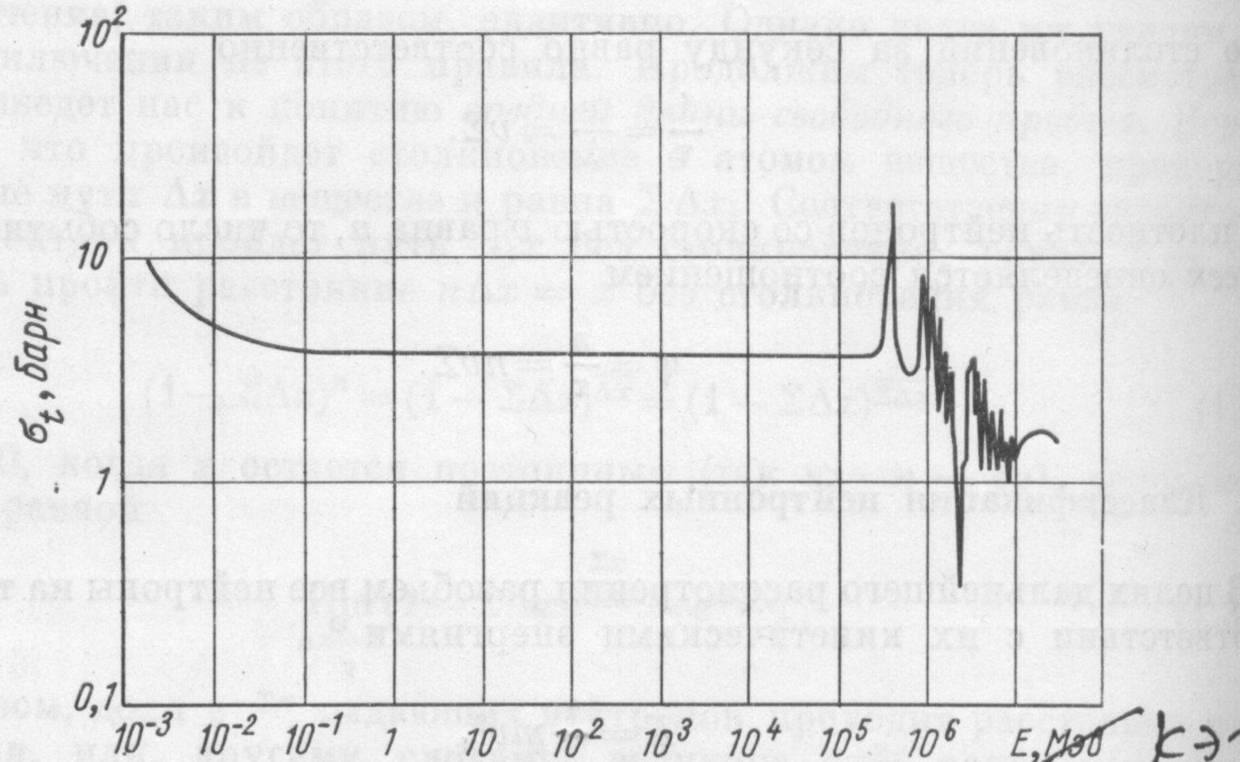


Рис. 1.3.1. Полное сечение кислорода как функция энергии нейтронов.

$^{16}_{8}O$

Зависимость полного сечения взаимодействия нейтрона с ядром от энергии

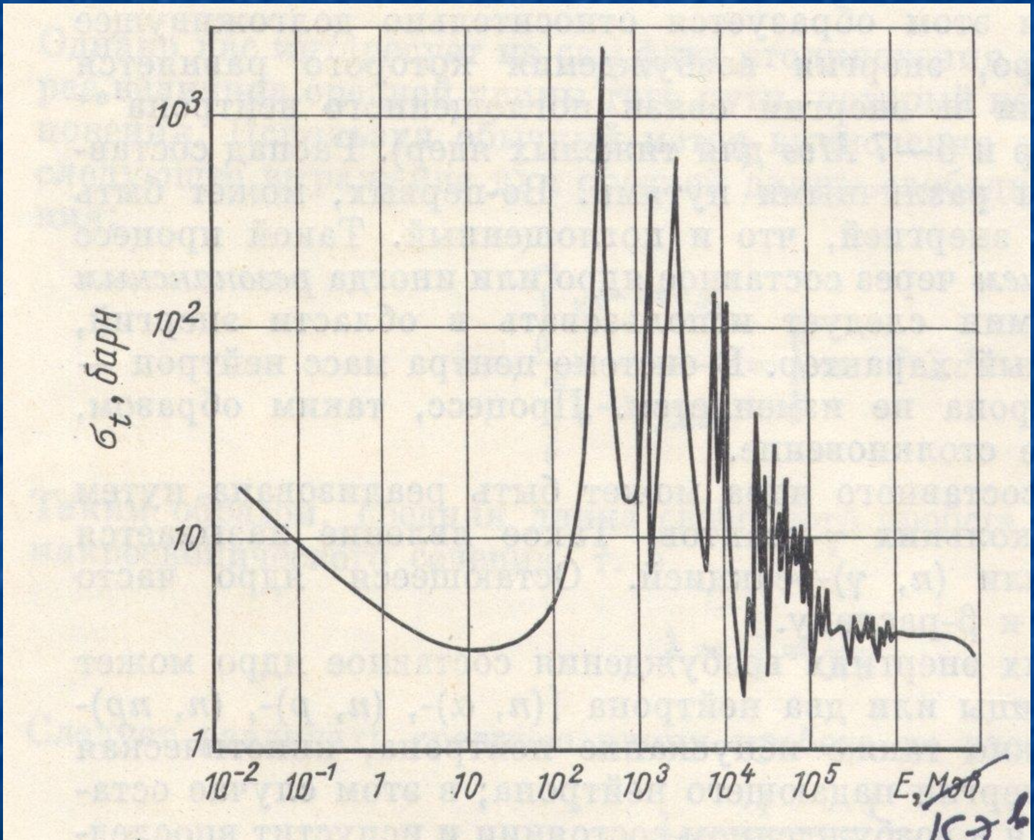


Рис. 1.3.2. Полное сечение марганца как функция энергии нейтронов.

$$^{55}_{25}Mn$$

Зависимость полного сечения взаимодействия нейтрона с ядром от энергии

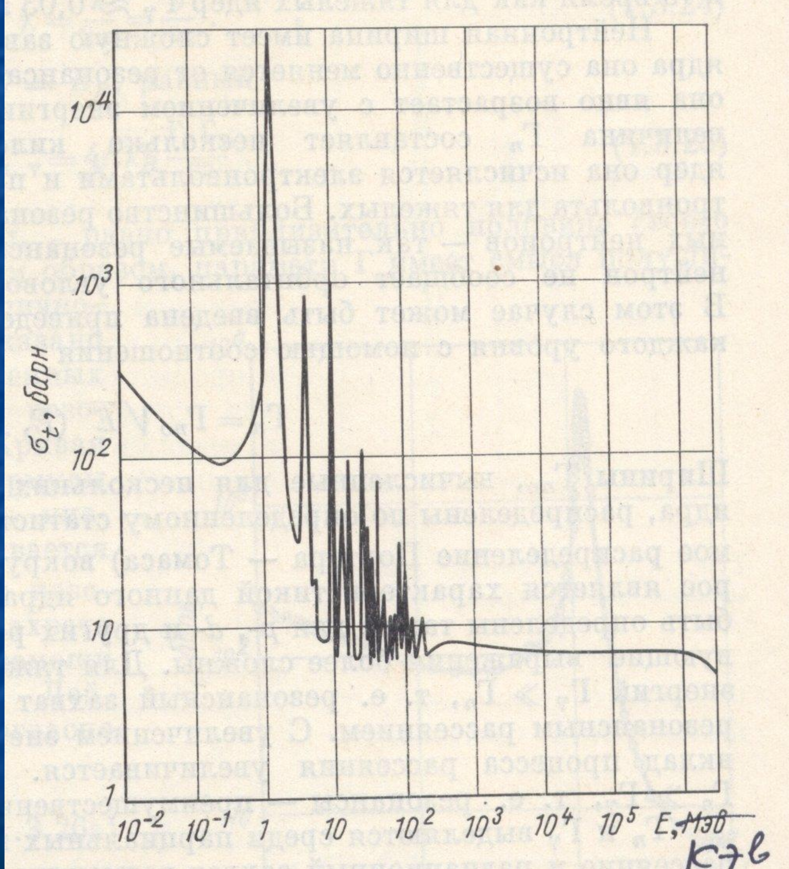


Рис. 1.3.3. Полное сечение индия как функция энергии нейтронов.

$$^{115}_{49}In$$

Ширины резонансов

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{h}{2\pi\tau}$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-27}\ \textit{эрг} \cdot \textit{сек}$$

Для Г=1эв τ=7 · 10-16 сек

$$R = 1.4 \cdot 10^{-13} \cdot A^{1/3} [\text{см}]$$

Для ^{238}U R=8.5 · 10^{-13}см

$$v\left[\frac{\text{см}}{\text{сек}}\right] = 1.38 \cdot 10^{6} \cdot \sqrt{E[\text{эв}]}$$

$$\lambda = \frac{0.3 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{E[\text{эв}]}} [\text{см}]$$

$$\tau_{\text{пролета}} = \frac{1.24 \cdot 10^{-18}}{\sqrt{E[\text{эв}]}} [\text{сек}]$$

Для тепловых нейтронов с энергией E=0.04 эв время пролета ядра урана составляет $6 \cdot 10^{-18}$ сек.

Такому времени пролета соответствует ширина уровня $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = 1.1 \cdot 10^{-4}$ эв

$$\Gamma = \Gamma_{\gamma} + \Gamma_{n} + \Gamma_{\alpha} + \Gamma_{f}$$

Для медленных и промежуточных нейтронов

Формула Брейта-Вигнера

$$\sigma_{n.\gamma}(E) = \pi \cdot \bar{\lambda}^{2} \frac{\Gamma_n \cdot \Gamma_\gamma}{\left(E - E_R\right)^2 + \left(\Gamma / 2\right)^2}$$

Для медленных и промежуточных нейтронов

$\Gamma_n = \Gamma_{no} \cdot \sqrt{E}$ с учетом этого получаем закон

$\sigma_{n.\gamma}(E) \approx \frac{1}{v}$ Общий случай $\sigma_{n.x}(E) \approx \frac{1}{v}$ где x=γ, α, n, f

Получить выражения:

1. $$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2} \cdot \left[(1+\alpha) + (1-\alpha) \cdot \cos\Theta\right]$$

2. $$\alpha = 1 - \frac{4}{A} + \frac{8}{A^2} - \frac{12}{A^3} +$$

3. Посчитать $dE_2/d\Theta$

4. Доказать, что для тяжелых ядер углы рассеяния нейтрона в лабораторной системе и в системе центра масс совпадают.

5. Получить выражение для элемента телесного угла $d\Omega$