Тема 1. Гидрогазодинамика

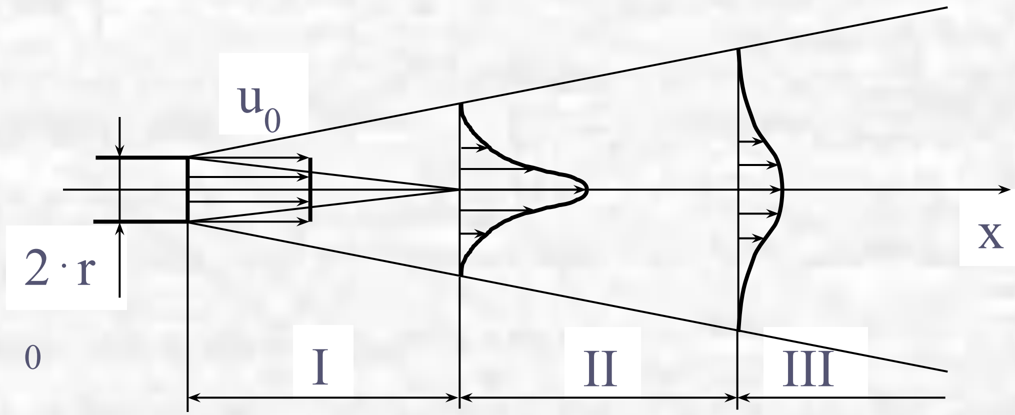
Лекция 5

§ 11. Особенности струйного течения

Свободной турбулентной называется струя, распространяющаяся вдали от твердых поверхностей. Это один из видов свободного пограничного слоя. Из-за отсутствия стабилизирующего влияния стенки струйные потоки почти всегда турбулентны, кроме того, в них отсутствует ламинарный подслой.

Затопленной называется свободная турбулентная струя, истекающая в пространство, заполненное средой с теми же физическими свойствами, что и жидкость, образующая струю. Свободные турбулентные струи могут быть осесимметричными – истекающими из сопла круглого сечения и плоскими – истекающими из щелевого сопла.

Рассмотрим осесимметричную свободную струю, истекающую из круглого сопла радиуса r_0:



Начиная со среза сопла, в струе образуется свободный турбулентный погранслой, расширяющийся из-за поперечного переноса импульса как в сторону неподвижной окружающей среды, так и в сторону невозмущенного потока внутри струи.

Начальным называется участок, на протяжении которого продолжает существовать невозмущенный поток внутри струи (I). На переходном участке происходит перестройка поперечного профиля скорости в струе (II), на основном участке (III) поперечные профили скорости являются автомодельными, то есть, будучи построенными в безразмерных координатах

$$\frac{u}{u_m} = \varphi\left(\frac{y}{R}\right),$$

где u_m – скорость на оси, а R – радиус струи в данном сечении, эти профили ложатся на одну и ту же кривую.

Струи, истекающие из сопел конечного размера, становятся автомодельными, начиная с некоторого расстояния от сопла, где его конечный размер перестает влиять на развитие течения.

Экспериментально установленным фактом является прямолинейность границ свободных турбулентных струй:

$$R = r_0 + c \cdot x,$$

где c – тангенс полуугла раскрытия струи.

В свободных турбулентных струях отсутствуют силы давления. Кроме того, на границах струи отсутствуют и силы трения, так как там обращается в ноль не только скорость, но и ее производная по поперечной координате. Следовательно, поток импульса по длине струи не изменяется, так как на контрольный объем, ограниченный двумя поперечными сечениями и боковой поверхностью струи, никакие внешние силы не действуют. В соответствии с законом сохранения импульса, проходящие через эти сечения потоки импульса равны.

Воспользовавшись этими свойствами, найдем закон изменения скорости на оси основного участка струи u_m (x). Поток импульса через поперечное сечение струи

$$I = \int_F \rho \cdot u^2 df.$$

Для круглой струи $f = п \cdot y^2$, откуда $df = 2 \cdot п \cdot y \cdot dy$, и с учетом постоянства плотности получаем:

$$I = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \int_0^R u^2 \cdot y dy.$$

Для представления подынтегрального выражения в безразмерном виде вынесем за знак интеграла не зависящие от текущего радиуса y величины u_m^2 и R^2:

$$I = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot R^2 \cdot \int_0^1 \left(\frac{u}{u_m} \right)^2 \cdot \frac{y}{R} d\left(\frac{y}{R} \right).$$

Вводя обозначение η=y/R и учитывая автомодельность поперечных профилей скорости, получим:

$$I = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot R^2 \cdot \int_0^1 \varphi^2(\eta) \cdot \eta d\eta.$$

Интеграл в правой части этого выражения – постоянное число, так как $\phi(\eta)$ не зависит от x, а пределы интегрирования тоже являются числами. Обозначим эту величину K_1, тогда

$$I = 2 \cdot \pi \cdot K_1 \cdot \rho \cdot u_m^2 \cdot R^2.$$

Приравняв последнее выражение к начальному потоку импульса

$$I_0 = \rho \cdot u_0^2 \cdot \pi \cdot r_0^2 \;,$$

получим после сокращений и с учетом линейного нарастания радиуса по длине:

$$u_m = \frac{u_0 \cdot r_0}{\sqrt{2 \cdot K_1} \cdot \left(r_0 + c \cdot x\right)} \;,$$

где K_1 – коэффициент, находимый из аппроксимации безразмерного профиля скорости какой-либо подходящей функцией.

Объемный расход через поперечное сечение струи

$$V = \int_F u\,df = 2\cdot\pi\cdot\int_0^R u\cdot y\,dy = 2\cdot\pi\cdot u_m\cdot R^2\cdot\int_0^1 \frac{u}{u_m}\cdot\frac{y}{R}\,d\left(\frac{y}{R}\right) =$$

$$= 2\cdot\pi\cdot u_m\cdot R^2\cdot\int_0^1 \varphi(\eta)\cdot\eta\,d\eta\,.$$

Интеграл в правой части тоже является числом, которое обозначим K_2. Подставляя вместо u_m его значение, а вместо радиуса струи – закон его изменения по длине, после сокращений получим

$$V = \frac{\sqrt{2}\cdot K_2}{\sqrt{K_1}}\cdot\pi\cdot r_0\cdot u_0\cdot(r_0 + c\cdot x)\,.$$

Рассчитаем изменение потока кинетической энергии по длине струи, то есть величину энергии, проходящей через все поперечное сечение струи за единицу времени. Плотность потока кинетической энергии – половина произведения плотности потока массы $\rho \cdot u$ на квадрат скорости, то есть эта величина равна $\rho \cdot u^3/2$. Тогда:

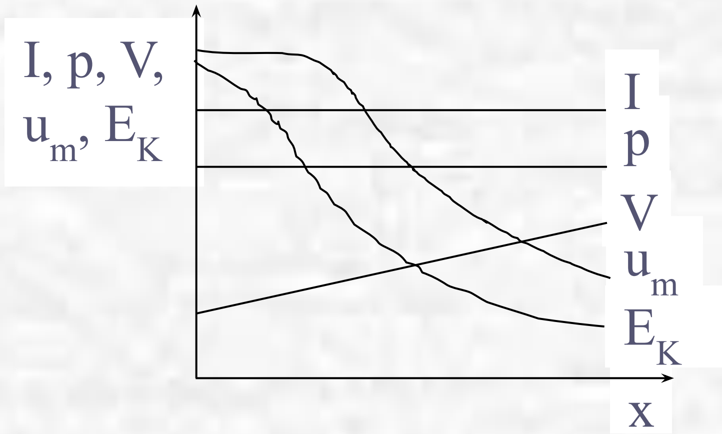
$$E_K = \int_F \frac{\rho \cdot u^3}{2} df = \pi \cdot \rho \cdot \int_0^R u^3 \cdot y dy = \pi \cdot \rho \cdot u_m^3 \cdot R^2 \cdot \int_0^1 \left(\frac{u}{u_m} \right)^3 \cdot \frac{y}{R} d\left(\frac{y}{R} \right) =$$

$$= \pi \cdot \rho \cdot u_m^3 \cdot R^2 \int_0^1 \varphi^3(\eta) \cdot \eta d\eta.$$

Обозначив интеграл в правой части K_3, используя законы изменения u_m и R по длине струи, получим:

$$E_K = \pi \cdot \rho \cdot \frac{(r_0 \cdot u_0)^3 \cdot (r_0 + c \cdot x)^2}{\left[\sqrt{2 \cdot K_1} \cdot (r_0 + c \cdot x)\right]^3} \cdot K_3 = \frac{\pi \cdot \rho \cdot K_3 \cdot r_0^3 \cdot u_0^3}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot K_1^{3/2} \cdot (r_0 + c \cdot x)}.$$

Изобразим изменение основных характеристик осесимметричной турбулентной струи по ее длине:



В плоской струе расход нарастает ~$\sqrt{x}$, а осевая скорость и поток кинетической энергии уменьшается ~ 1/$\sqrt{x}$. Более медленное затухание плоской струи объясняется меньшей поверхностью соприкосновения с окружающей средой и меньшей интенсивностью вовлечения окружающей среды в движение.