

# Лекция 13

**Қалыпты және «аномаль»  
дисперсия. Оны бақылау  
әдістері. Дисперсияның  
электрон теориясының  
негіздері. Фазалық және  
топтық жылдамдық.  
Олардың арасындағы  
байланыс.**

**Жарықтың дисперсиясы деп ортаның  $n$  сыну көрсеткішінің жарықтың  $\lambda$  толқын ұзындығына тәуелділігін айтады. Максвелл теңдеулерінен электромагниттік толқынның (жарықтың) ортада таралу жылдамдығы**

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \quad \mu = 1$$

Екінші жағынан, оптикада сыну көрсеткіші  $n$  ортада жарықтың таралу жылдамдығы  $v = c/n$  ал жарық электромагниттік толқынның бір түрі). Сонымен мына қатынас орындалады:

$$n^2 \approx \varepsilon \quad (1)$$

$\varepsilon$  - ортаның диэлектірлік өтімділігі.

Тәжірибеде табылған  $\varepsilon$  және  $n^2$  мәндері арасындағы байқалатын айырмашылық аталған өлшеулердің әртүрлі жиіліктерде жүргізілгендігімен байланысты екендігін көрсетті (оптикалық өлшеулерде  $\sim 10^{15}$  Гц, ал электрлік өлшеулерде  $\sim 10^3$  Гц).

**Заттың  $n$  сыну көрсеткішінің электромагниттік толқынның  $\lambda$  толқын ұзындығына (немесе жиілігіне  $\nu$ ) тәуелділігі әлде бұған сәйкес ортадағы  $U$  жылдамдықтың  $\lambda$  -ға (немесе жиілікке) тәуелділігі электромагниттік толқынның (жарықтың) дисперсиясы** деп аталады.

**Сонымен, электромагниттік толқынның (жарықтың) дисперсия құбылысы  $n = n(\lambda)$  [ $n = n(\nu)$ ] немесе  $\nu = \nu(\lambda)$  [ $\nu = \nu(\nu)$ ] функциялық тәуелділіктерінің болатындығын білдіреді.**

Электромагниттік толқындардың дисперсиясы байқалатын орталар дисперсиялаушы орталар деп аталады.  $\frac{dn}{d\lambda}$  немесе  $\frac{dn}{d\nu}$  туындысымен анықталатын физикалық шама зат дисперсиясы деп аталады, ол дисперсиялаушы ортаны сипаттайтын шама.

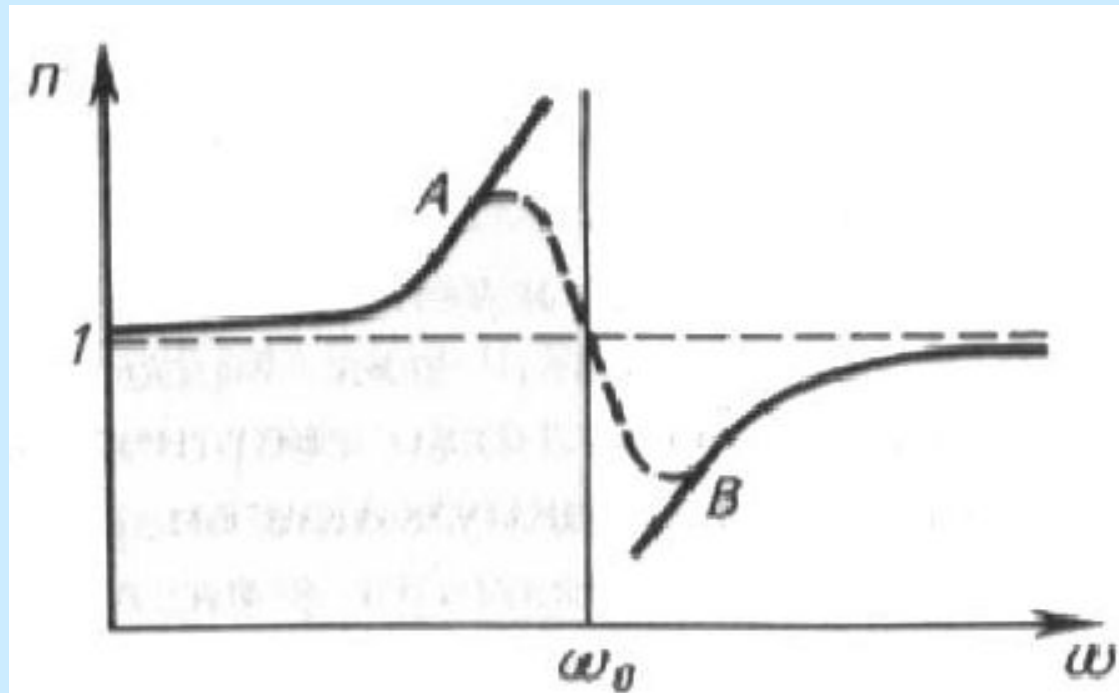
Тәжірибеде **толқын ұзындығы**  
**өскенде** ортаның **сыну**  
**көрсеткішінің кішіреюі** (немесе  
**түсетін толқынның жиілігі**  
**өскенде сыну көрсеткішінің**  
**өсуі**) байқалады. Осындай  
дисперсия ( $dn/d\lambda < 0$ ) **қалыпты**  
дисперсия деп аталады.

**Кейбір жағдайларда, түсетін жарықтың толқын ұзындығы кішірейгенде, яғни тербеліс жиілігі артқанда сыну көрсеткішінің кемуі байқалады – бұл аномаль дисперсия деп аталады.**

$$(dn/d\lambda < 0)$$

$$\lambda \downarrow \quad n \downarrow,$$

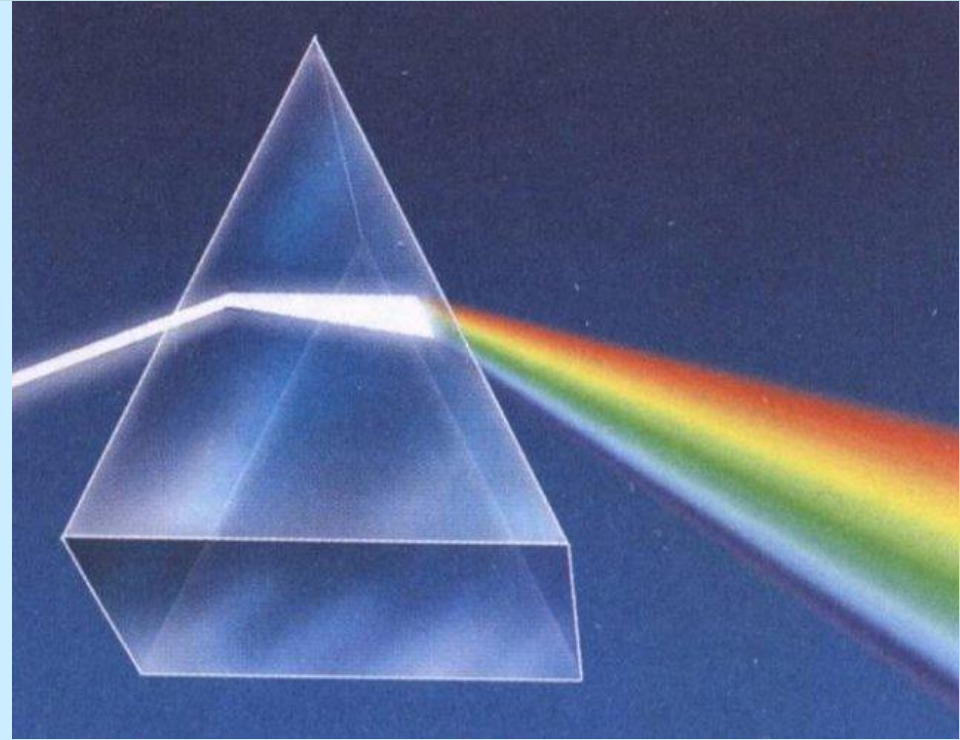
$$\omega \uparrow \quad n \downarrow$$





Егер зат сәулелердің бөлігін  
жұтатын болса,  
онда жұту аймағы мен оның  
маңында  
дисперсия жүруі аномальді  
түрде болады, сондықтан ол  
аномаль дисперсия деп аталады.  
Суретте АВ – аномаль дисперсия  
аумағы.  $n \sim \lambda$

Каждый — Красный  
Охотник-Оранжевый  
Желаает — Жёлтый  
Знать — Зелёный  
Где — Голубой  
Сидит — Синий  
Фазан - Фиолетовый



Қызыл

дифракциялық

күштірек

Күлгін

призмада

ауытқиды.

сәулелер

торда

ауытқиды.

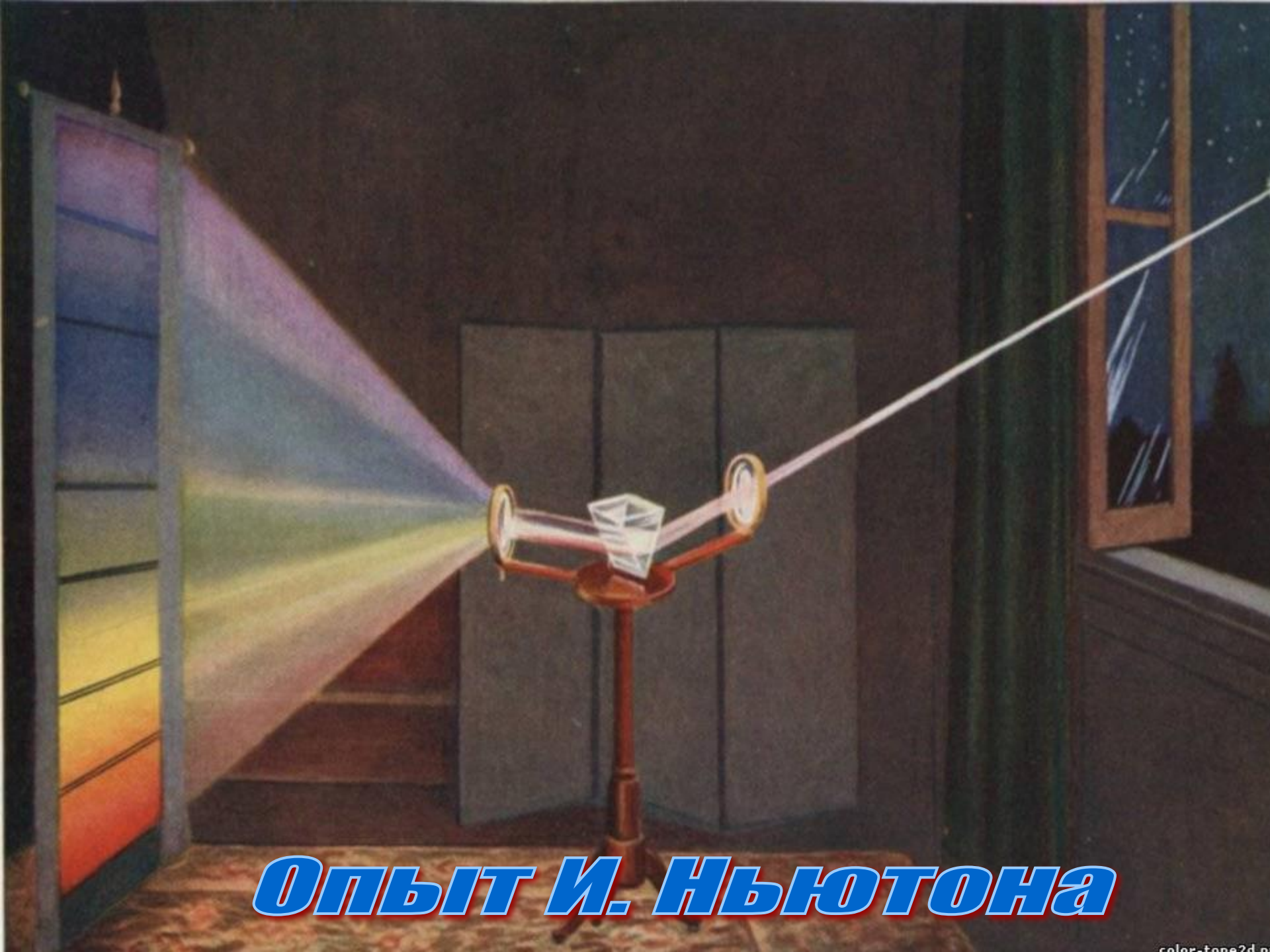
сәулелер

күштірек

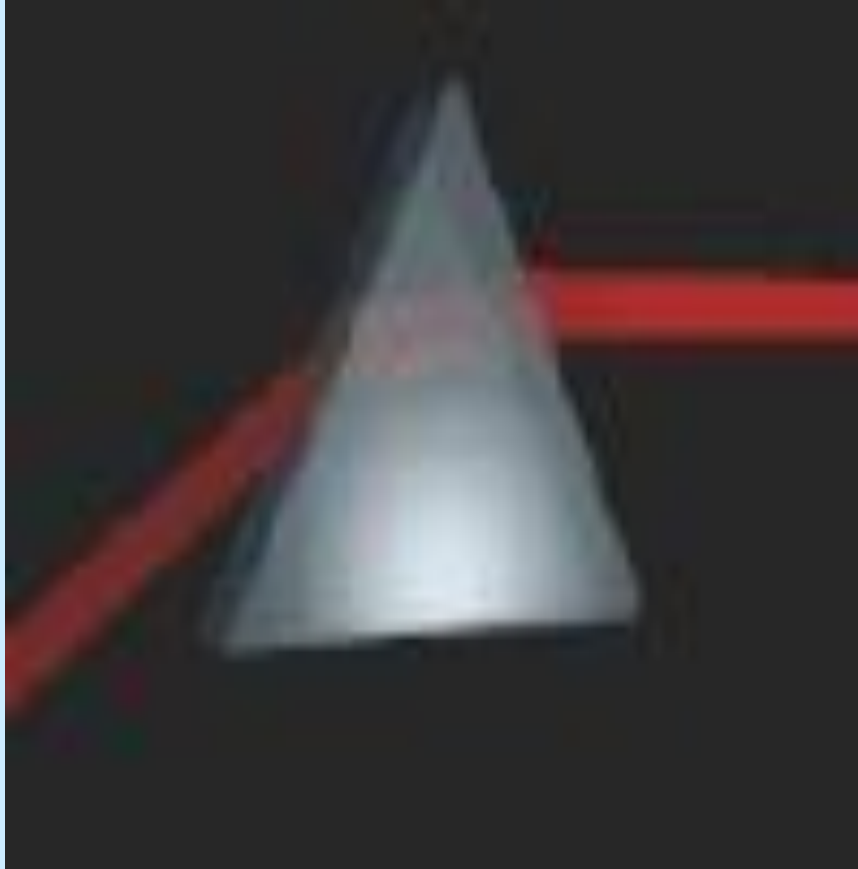


Опыт Ньютона был гениально прост. Ньютон догадался направить на призму световой пучок малого поперечного сечения. Пучок солнечного света проходил в затемненную комнату через маленькое отверстие в ставне. Падая на стеклянную призму, он преломлялся и давал на противоположной стене удлиненное изображение с радужным чередованием цветов. Следуя многовековой традиции, согласно которой радуга считалась состоящей из семи основных цветов. Ньютон тоже выделил семь цветов: фиолетовый, синий, голубой, зеленый, желтый, оранжевый и красный. Саму радужную полоску Ньютон назвал спектром.





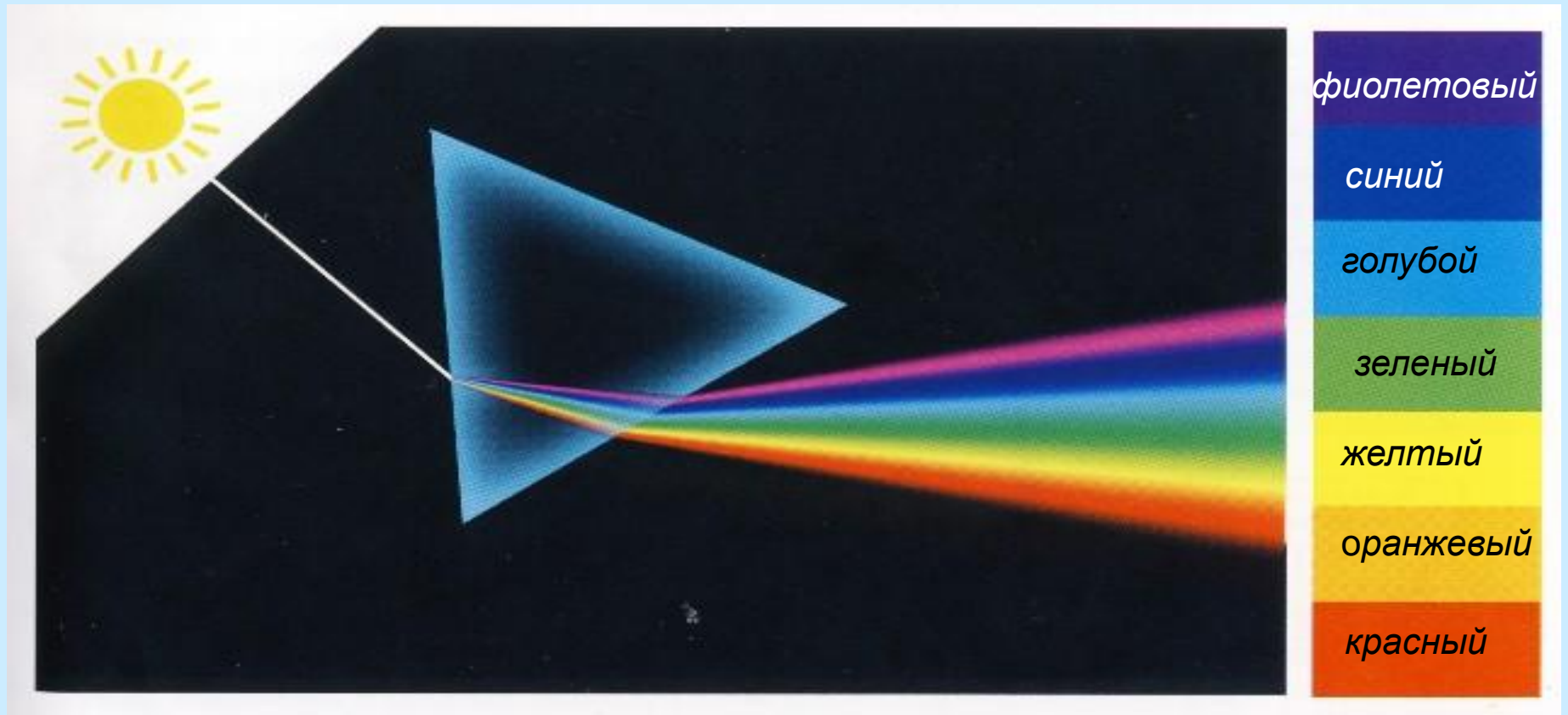
# ***Опыт И. Ньютона***

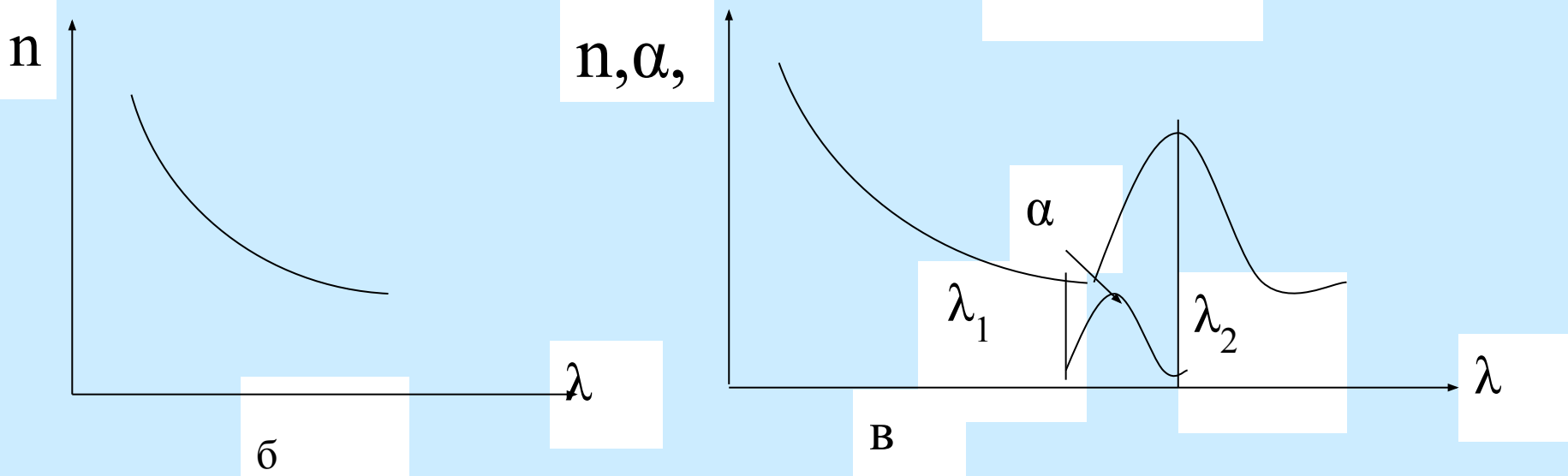
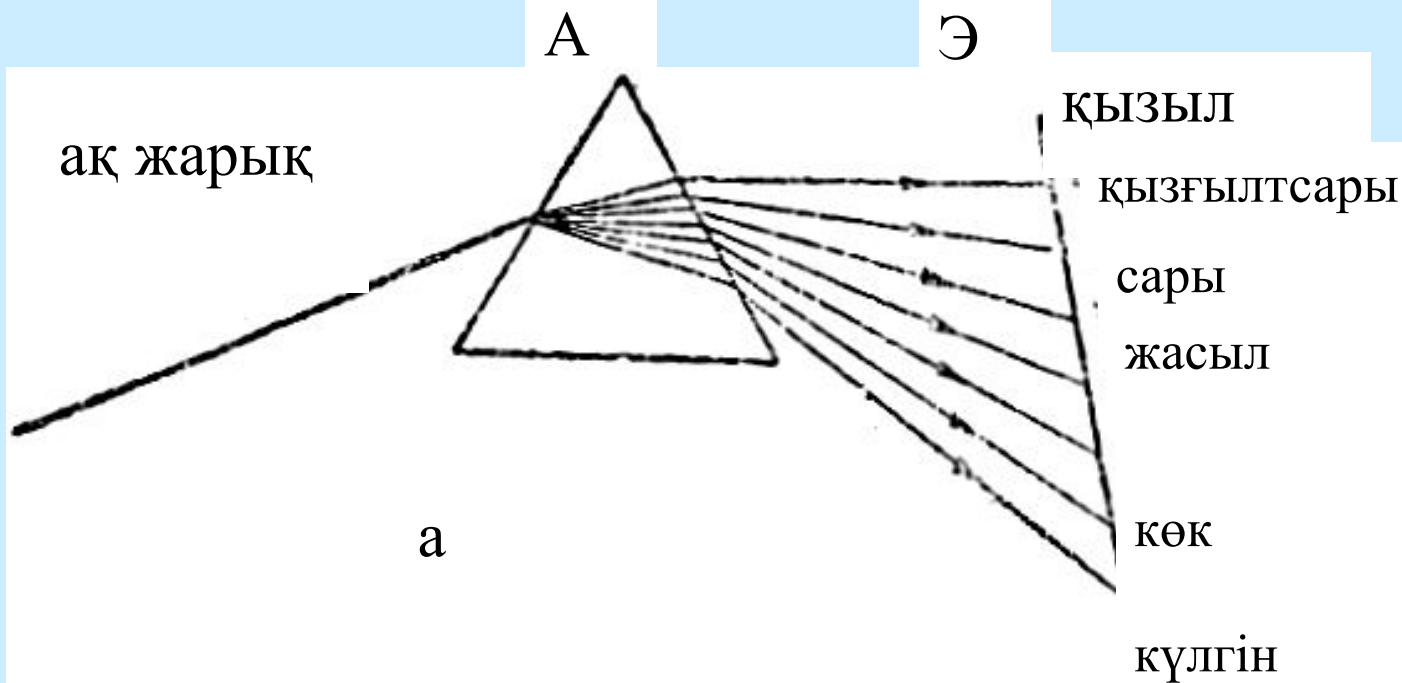


Закрыв отверстие красным стеклом. Ньютон наблюдал на стене только красное пятно, закрыв синим стеклом, наблюдал синее пятно и т. д. Отсюда следовало, что не призма окрашивает белый свет, как предполагалось раньше. Призма не изменяет свет, а лишь разлагает его на составные части

# Спектр

spectrum (лат.) - видение.





1-сурет




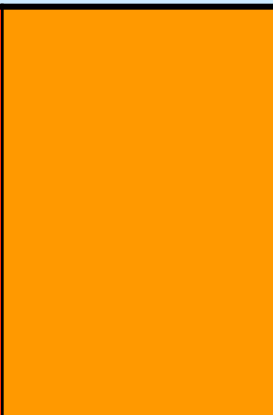
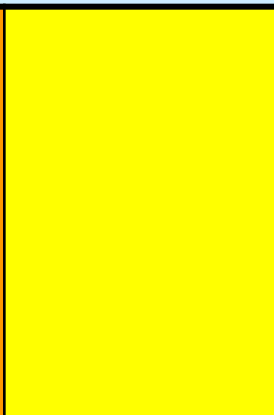
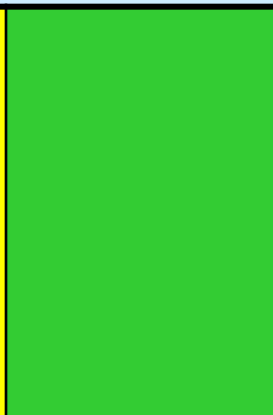

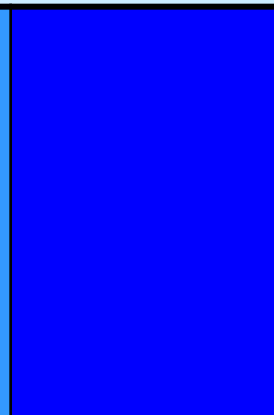
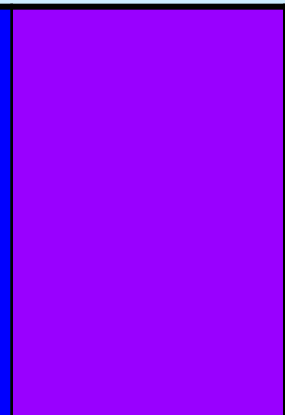
Жарықтың дисперсия құбылысын бақылауға арналған Ньютонның тәжірибесі сұлбалық түрде көрсетілген. Сындырушы бұрышы  $A$  мөлдір призмаға түсетін ақ жарық призмадағы  $n(\lambda)$  сыну көрсеткішінің  $\lambda$  толқын ұзындығынан тәуелділігі салдарынан спектрге жіктеледі.

Ортаның сыну көрсеткіші толқын ұзындық өскенде кішірейеді ( $\lambda_{\text{к}} > \lambda_{\text{к.сары}} > \dots > \lambda_{\text{күлгін}} \rightarrow n_{\text{к}} < n_{\text{к.сары}} < \dots < n_{\text{күлгін}}$ ), яғни жарықтың қызыл сәулесі қызғылт-сарыға қарағанда азырақ сынады бұл қалқада (экранда) тіркеледі. Мөлдір түссіз заттар үшін осындай тәуелділік іс жүзінде әрқашан орындалады (16-сурет).

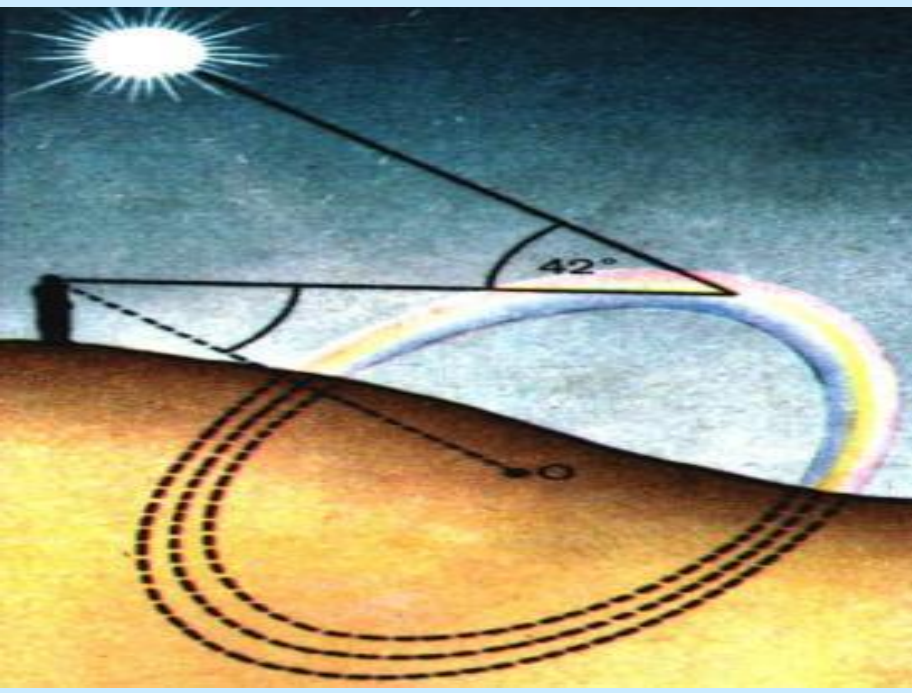
# *Монохромат толқын* – жиілігі

## Тұрақты жарық толқындары

Әр түске өзіне тиісті толқын ұзындығы мен жиілігі сәйкес келеді

						
<b>760 –</b> <b>620</b> <b>НМ</b>	<b>620 –</b> <b>590</b> <b>НМ</b>	<b>590 –</b> <b>560</b> <b>НМ</b>	<b>560 –</b> <b>500</b> <b>НМ</b>	<b>500 –</b> <b>480</b> <b>НМ</b>	<b>480 –</b> <b>450</b> <b>НМ</b>	<b>450 –</b> <b>380</b> <b>НМ</b>

# Кемпірқосақты пайда болу шарттары:



1. Кемпірқосақты тек күнге қарама қарсы бетте байқауға болады
2. Жанбыр болған жағдайда Күн жарқырап тұру керек
3. Күннің биіктігі 42 градустан аспау керек

# Су тамшысында келесі оптикалық құбылыстар байқалады:



- сәуленің сынуы
- жарықтың дисперсиясы, ақ жарықтың спектрге бөлінуі
- жарықтың шағылуы
- толық ішкі шағылу

# Томас Юнг



Қызыл

+

Жасыл

+

Көгілдір

=

Ақ жарық

1807 жыл



**Монохроматты толқынның фазалық жылдамдығы деп толқындық фронттың таралу жылдамдығын айтады. Сыну көрсеткіші  $n$  ортада фазалық жылдамдық**

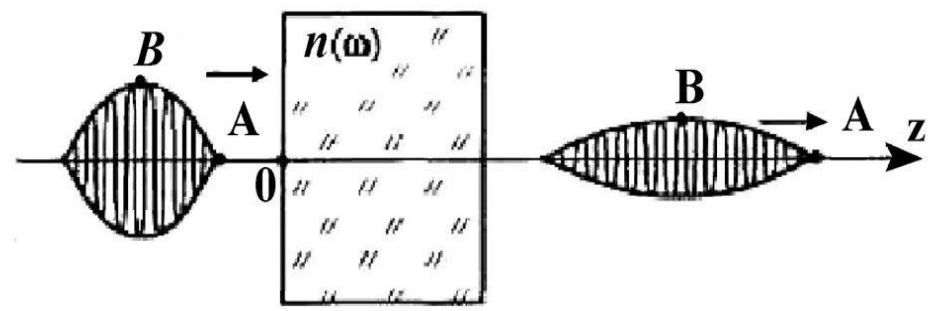
$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$$

$$\omega \cdot \Delta t - k \cdot \Delta x = 0$$

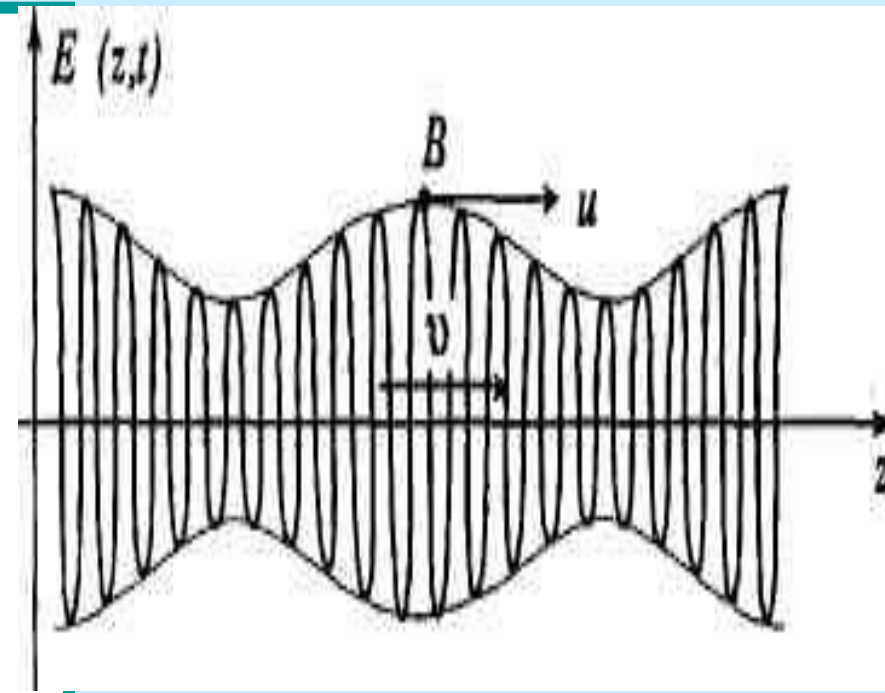
$\omega$  – циклдік жиілік  $k$  – толқындық сан

Групповая скорость, это скорость перемещения центра волновой группы или точки с максимальным значением амплитуды (точка В).

$$u = \frac{d\omega}{dk}$$

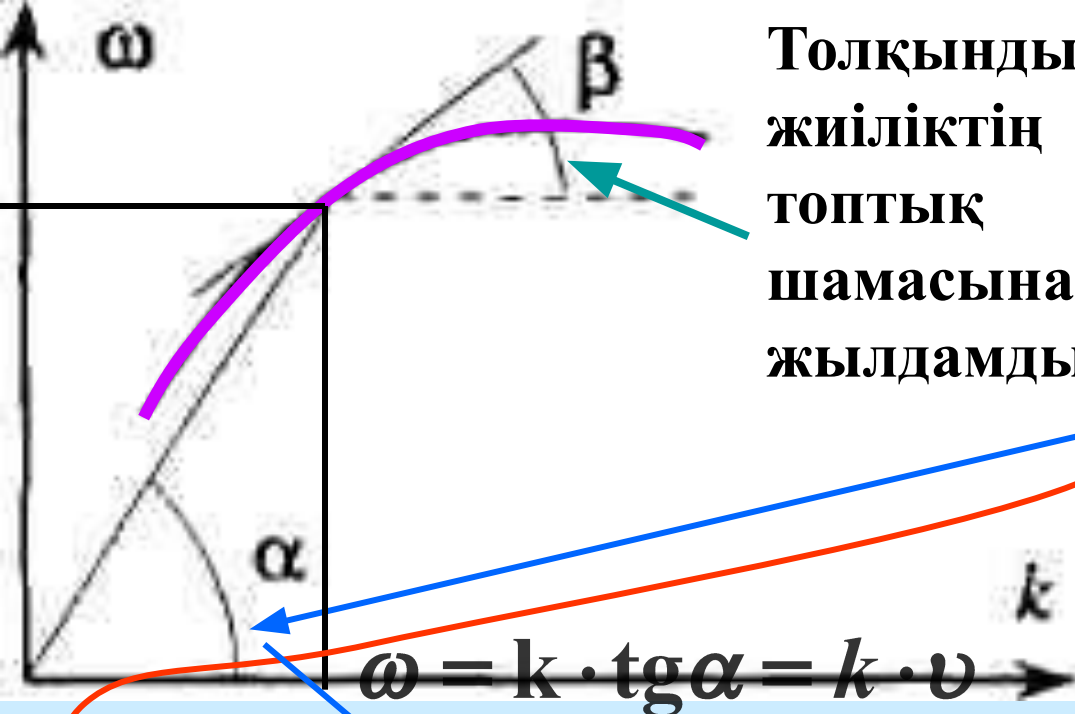


Расплывание волнового пакета в диспергирующей среде



$$v = \frac{\frac{\Omega}{k_1 - k_2}}{2} = \frac{2\Omega}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \rightarrow \frac{d\omega}{dk}$$

**$= u$  Групповая  
жылдамдық**



Толқындық вектор мен  $k$  циклдік жиіліктің  $\omega$  байланыс графигінде топтық жылдамдық  $u$  сандық шамасынан  $\text{tg}\beta$ , ал фазалық жылдамдық  $v$   $\text{tg}\alpha$  тең.

Фазалық және топтық жылдамдықтар арасындағы байланыс

Рэлей формуласы фазалық және топтық жылдамдықты байланыстырады

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(v \cdot k)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (1)$$

$$\frac{dv}{d\lambda} < 0$$

$$u > v$$

(2)

аномальды дисперсия жағдайы

$$\frac{dv}{d\lambda} > 0 \quad u < v$$

(3)

–нормаль дисперсия жағдайы



**1. Егер фазалық жылдамдық топтық жылдамдыққа тең болса дисперсия байқалмайды**

$$\frac{dv}{d\lambda} = 0, \text{ то } v_{гр} = v \text{ и в среде нет дисперсии.}$$

**2. Егер фазалық жылдамдық топтық жылдамдықтан үлкен болса нормаль дисперсия байқалады**

Если  $\frac{dv}{d\lambda} > 0$ , то  $v_{гр} < v$ , при этом  $\frac{\partial v}{\partial \lambda} = -\frac{c}{n^2} \frac{\partial n}{\partial \lambda}$  и  $\frac{\partial n}{\partial \lambda} < 0$ .

*Это нормальная дисперсия.*

**3. Егер фазалық жылдамдық топтық жылдамдықтан кіші болса аномаль дисперсия байқалады**

3) Если  $\frac{dv}{d\lambda} < 0$ , то  $v_{гр} > v$ , и  $\frac{\partial n}{\partial \lambda} > 0$  - это *аномальная дисперсия.*

# ЖАРЫҚ

## ДИСПЕРСИЯСЫ

Әрбір атомды электрлік осциллятордың жиынтығы ретіне қарастыруға болады. Жарықтың дисперсиясы зарядталған бөлшектерге (оң зарядталған ион және теріс электрон) сыртқы өріс әсер еткенде байқалады. Классикалық теорияда электронның қозғалысы өшетін гармоникалық тербеліс ретінде қарастырылады және Ньютон теңдеуімен өрнектеледі:

$$m \cdot \ddot{\mathbf{r}} = -k \cdot \mathbf{r} - g \cdot \dot{\mathbf{r}} + e \cdot \mathbf{E}' \quad (1)$$

Электронды тепе теңдік күйге әкелуге тырысатын квазисерпімді қайтымды күш

$$\ddot{\mathbf{r}} + 2\gamma \cdot \dot{\mathbf{r}} + \omega_0^2 \cdot \mathbf{r} = \frac{e}{m} \cdot \mathbf{E}' \quad (2)$$

Электронға әсер ететін сыртқы өріс

$$\omega_0^2 = k/m, \quad 2\gamma = g/m$$

Жарықтың жұтылуын ескеретін уйкеліс күші

$$\mathbf{E}' = E_0(\mathbf{x}) \cdot e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{r} = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\omega\gamma} \cdot \mathbf{E}' \quad (4)$$

Электрон ядроға қатысты ығысатын болғандықтан атом диполдік моментке ие болады

$$\mathbf{p} = e \cdot \mathbf{r} = \alpha \cdot \mathbf{E} \quad (5)$$

Ортаның поляризация векторы

$$\mathbf{P} = \alpha \cdot N \cdot \mathbf{E}' = \chi \cdot \mathbf{E}' \quad (6)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \cdot \mathbf{P} = \epsilon \cdot \mathbf{E} \quad (7)$$

Индукция векторы

$$\epsilon = 1 + 4\pi\chi$$

Атомдық осциллятордың өшуіне байланысты диэ.өтім комплексті шама болады

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi N e^2 / m}{\omega_o^2 - \omega^2 + 2j\omega\gamma} \quad (8)$$

$$= n^2 - \eta^2 - 2j \cdot n \cdot \eta$$

$$\sqrt{\varepsilon} = n - j\eta \quad (9) \quad \varepsilon = n^2 = 1 + \frac{4\pi N e^2 / m}{\omega_o^2 - \omega^2} \quad \text{при} \quad \gamma \rightarrow 0 \quad (10)$$

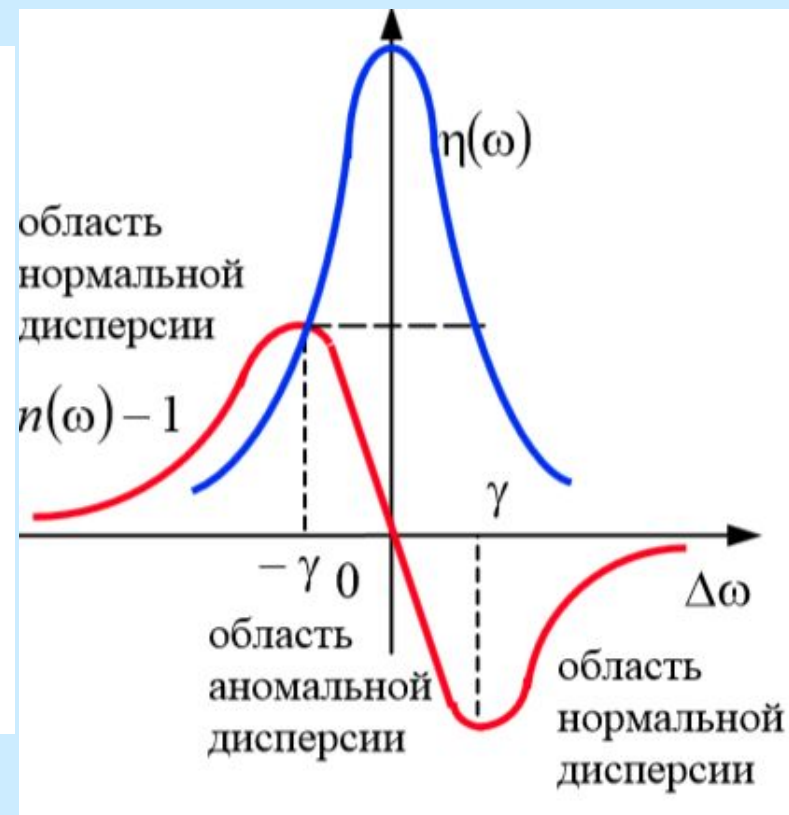
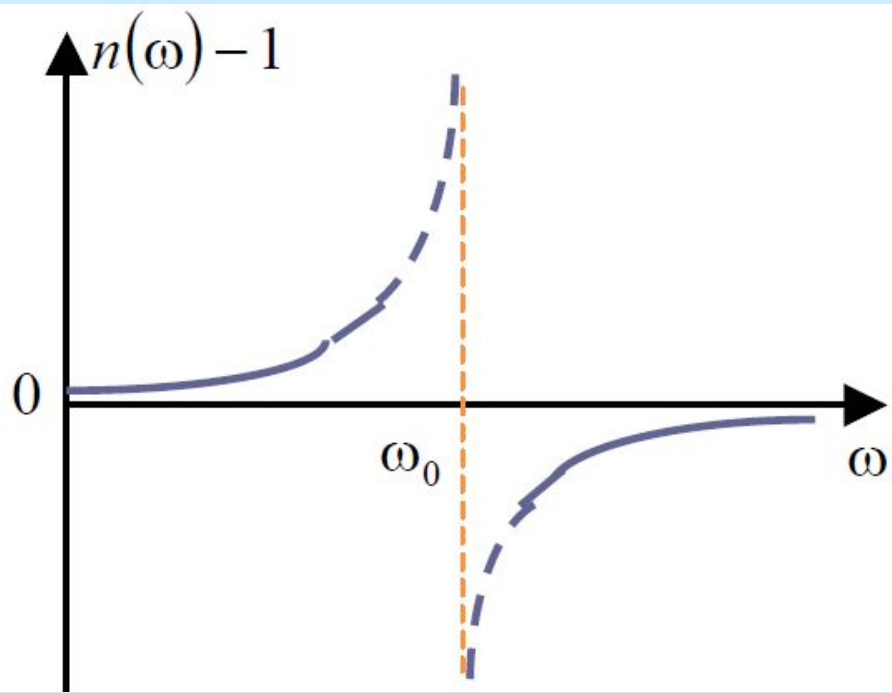
$$\omega_{\rho}^2 = \left( \frac{N e^2}{m \varepsilon_o \varepsilon_{\infty}} \right)$$

Ыңғайлы болу үшін келесі тұрақты шама енгізген: Ленгмюров жиілігі деп аталады. Ендеше диэлектрлік өтімділікті келесі түрде жазуға болады:

(11)

$$\varepsilon = n^2 = \varepsilon_{\infty} \left( 1 + \frac{\omega_{\rho}^2}{\omega_o^2 - \omega^2} \right) \quad (12)$$

$$n^2 - \eta^2 = \varepsilon_{\infty} \left[ 1 + \frac{(\omega_o^2 - \omega^2) \cdot \omega_{\rho}^2}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\gamma)^2} \right]$$



**Бұл формула ең алғаш рет 1871 жылы Зельмейермен алынған. Бұл қатынас тек бір осциллятор үшін арналған. Реал кристалдарда әр түрлі жиіліктердегі бірнеше осцилляторлар болады. Сондықтан жиілік шексіздікке дейін артқан кезде  $\epsilon_\infty$  ұмтылады.**

$$n^2 - \eta^2 - \epsilon_\infty = \left( \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \right) \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\gamma)^2} \quad (2)$$

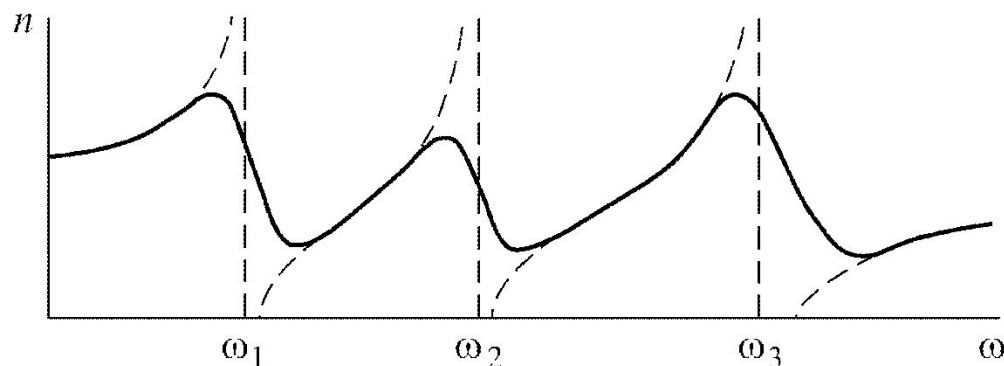
## Дисперсияға қатысты келесі тұжырымдар

1. Жоғарыдағы теориялық шығарулар тек электрондар үшін ғана емес, сонымен иондар үшін. Заттар әр түрлі электрондар мен иондардан тұрады деп есептеліп жиіліктері әр түрлі гармоникалық осцилляторлардың қозғалысын қарастыруға болады. Газдарда олардың байланыс ескермеуге болады. Сондықтан 10 формуланы келесі түрге келтіруге болады:

$$\epsilon = 1 + \sum_k \frac{4\pi N_k e_k^2 / m_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma_k},$$

$N_k, m_k, e_k, \omega_k, \gamma_k$

К-ші осциллятордың концентрациясы, массасы, заряды, жиілігі, өшу коэффициенті



Әрбір жиілікке сыну көрсеткіші аномаль өзгертін жұтылу сызығы сәйкес келеді.

$$C_k = \frac{N_k e_k^2}{m_k} \approx \rho \frac{N_{AB} e}{A} \frac{e_k}{m_k} = \rho \frac{F e_k}{A m_k},$$

$$F \equiv N_{AB} e = 2,9 \cdot 10^{14}$$

2. Электрондар мен иондардың мәжбүрлі тербелісінен болатын дисперсиядан басқа дисперсия түрі болады. Оны ең алғаш рет Дебай деген кісі байқаған. Полярлы молекуласы бар орталарда, көбіне сұйықтарда байқалады. Полярлы молекулалар дегеніміз ішінде зарядталған бөлшектердің симметриялы емес таралуына байланысты дипольдік моменттері бар молекулалар. Полярлы диэлектриктерде де сыну көрсеткіші жиіліктің артуынан кемиді- аномаль дисперсия байқалынады.

3. Жоғарыдағы тұжырымдар классикалық теория негізінде жасалынған. Дисперсияны кванттық механика негізінде түсіндіруге де да болады. Алайда кванттық механикада уйкеліс күші, квазисерпімді күш дегендер болмайды, атомдық жүйе тек электр күштерімен байланысқан деп тұжырымдайды. Атомда тек валентті бір электрон бар деп қарастыра отырып, жоғары күйден төменгі күйге ауысқанда энергия кванты шығумен болады: Осциллятордан айырмашылығы атом өздік жиіліктен бөлек  $\omega_0$  жиілікті  $\omega_{kn}$  электр шығарады.

$$\hbar\omega_{kn} \equiv h\nu_{kn} = W_k - W_n.$$

Сыну көрсеткіші мен жиіліктің байланысы конденсацияланған орталарда келесі қатынаста болады:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} N\beta. \quad (1)$$

Келесі алмастыруды орындап

$$\varepsilon = n^2$$



Клаузиус Моссоти формуласы

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} \frac{Ne^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2)$$

Бұл формула бір уақытта голандық физик Лорентц пен дат физигі Лоренцпен алынған. Солардың атына Лорентц-Лоренц формуласы деп аталады. Жиілігі белгісіз кез келген зат үшін төмендегі қатынас орындалу керек:

$$r \equiv \frac{1}{\rho} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \text{const},$$

$$Mr = \sum A_i r_i.$$

Меншікті рефракция. Бұл формула бойынша заттың меншікті рефракциясы тығыздыққа тәуелді болмау керек.

Меншікті рефракцияның атомдық санға көбейтіндісі атомдық рефракция деп аталады. Ал егере молекулалық массаға көбейтсе молекулалық рефракция деп аталады.

**Жарықтың дисперсиясы кезінде сыну көрсеткіші мен өшу коэффициенті жарықтың интенсивтілігіне тәуелсіз шамалар. Сондықтан монохроматты толқынның амплитудасы келесі өрнекпен кемиді:**

$$A = A_0 \exp(-2\pi \kappa x / \lambda)$$

**Ал интенсивтілік Бугер заңымен өрнектеледі:**

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

$$\alpha = 4\pi \kappa / \lambda$$