

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНЫХ СРЕДАХ

Конвективный теплообмен

Виды конвекции

Вынужденная конвекция - движение жидкости вызывается внешними силами (насос, вентилятор и др.)

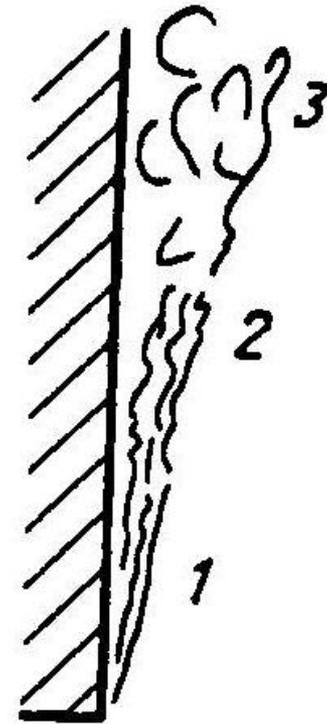
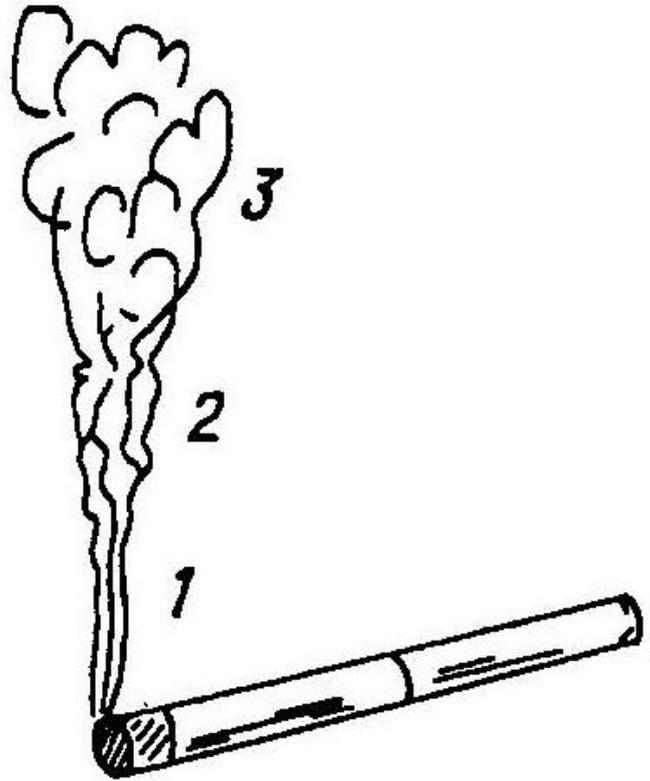
Свободная (естественная) конвекция - движение возникает под действием неоднородного поля массовых сил (сила тяжести, центробежная сила и др.)

В рамках феноменологического метода среда рассматривается как непрерывное вещество без какой либо структуры.

Перенос тепла и массы происходит:

не только за счет $grad T$ или $grad C$,
но и **совместно с движущейся средой.**

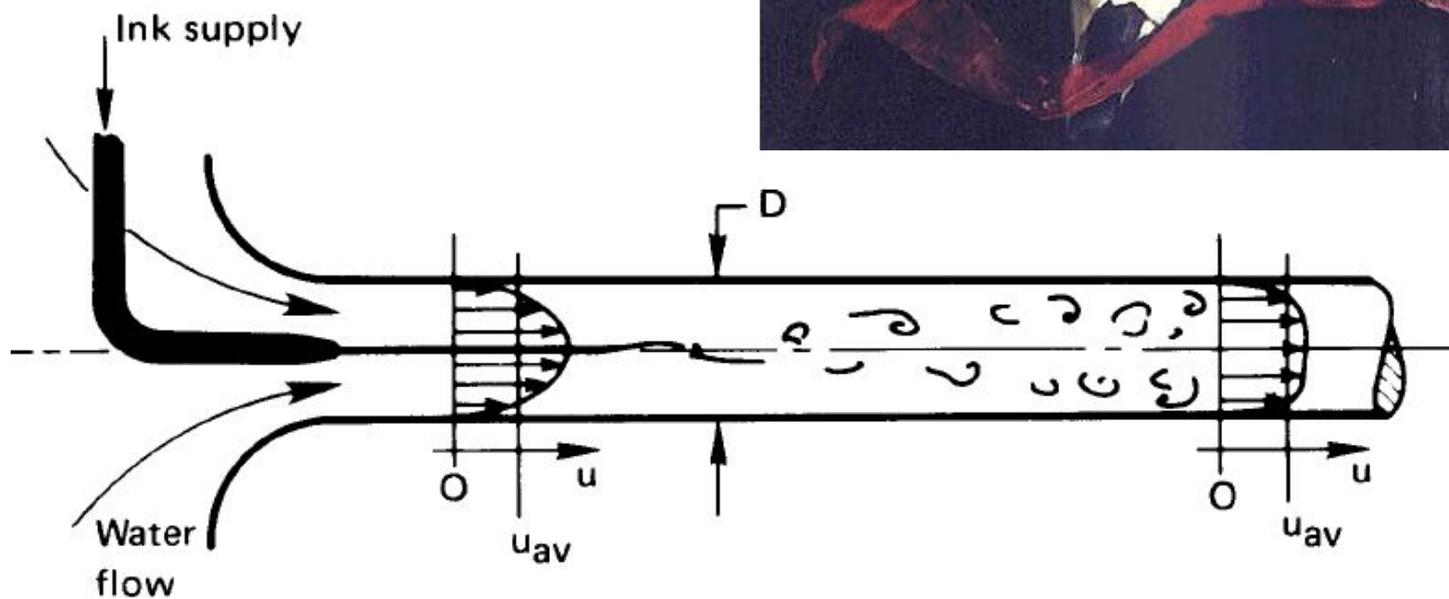
Режимы свободной конвекции



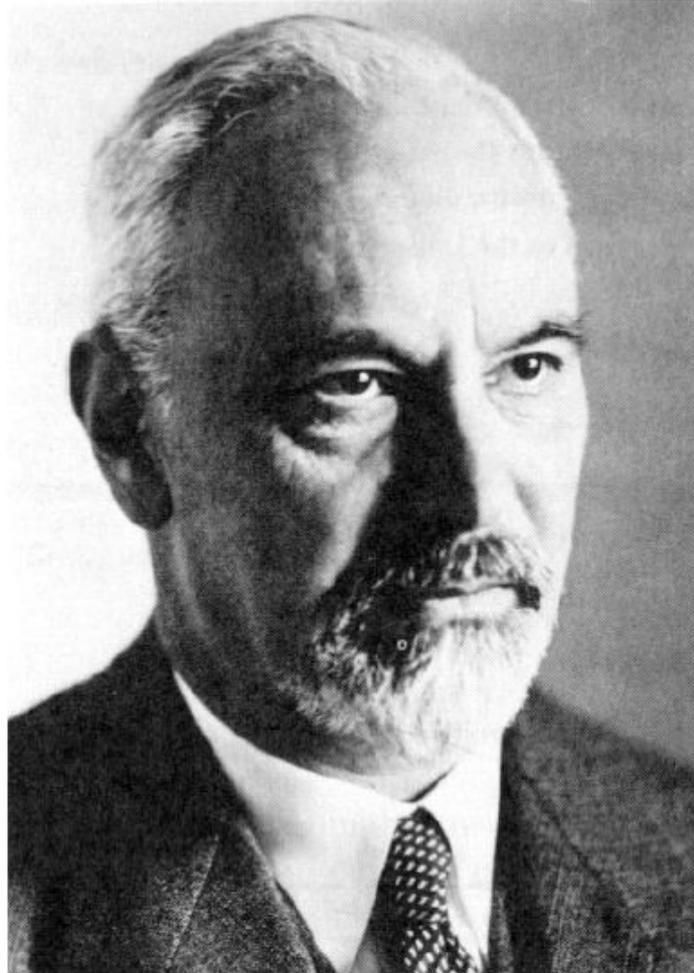
1 – ламинарный; 2 – переходной; 3 - турбулентный

Осборн Рейнольдс

Osborne Reynolds
(1842-1912)

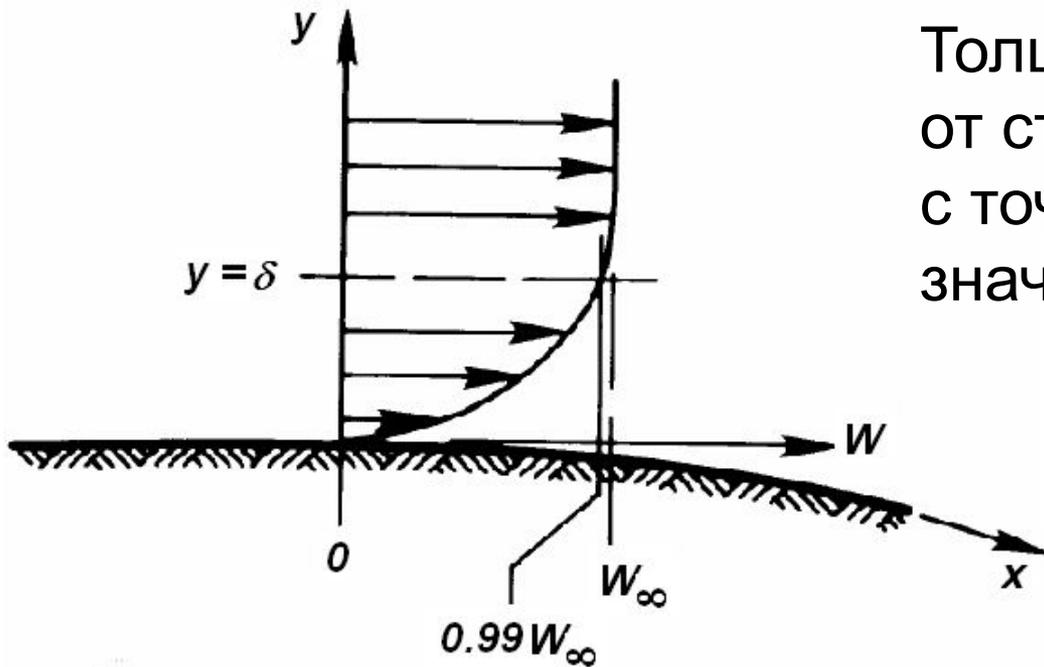


Людвиг Прандтль
Ludwig Prandtl
(1875-1953)



■ Гидродинамический пограничный слой

Гидродинамический П.С. - область, в которой жидкость замедляется под действием сил вязкости.



Толщина Г.П.С. - расстояние от стенки, на котором скорость с точностью до 1% достигает значения вдали от стенки

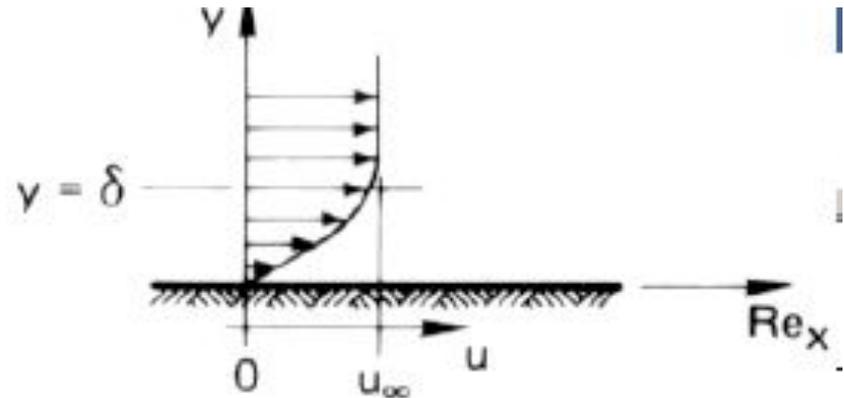
$$\delta = fn(W_{\infty}, \rho, \mu, x)$$

$$\frac{\delta}{x} = fn(Re_x) \quad Re_x = \frac{\rho W_{\infty} x}{\mu} = \frac{W_{\infty} x}{\nu}$$

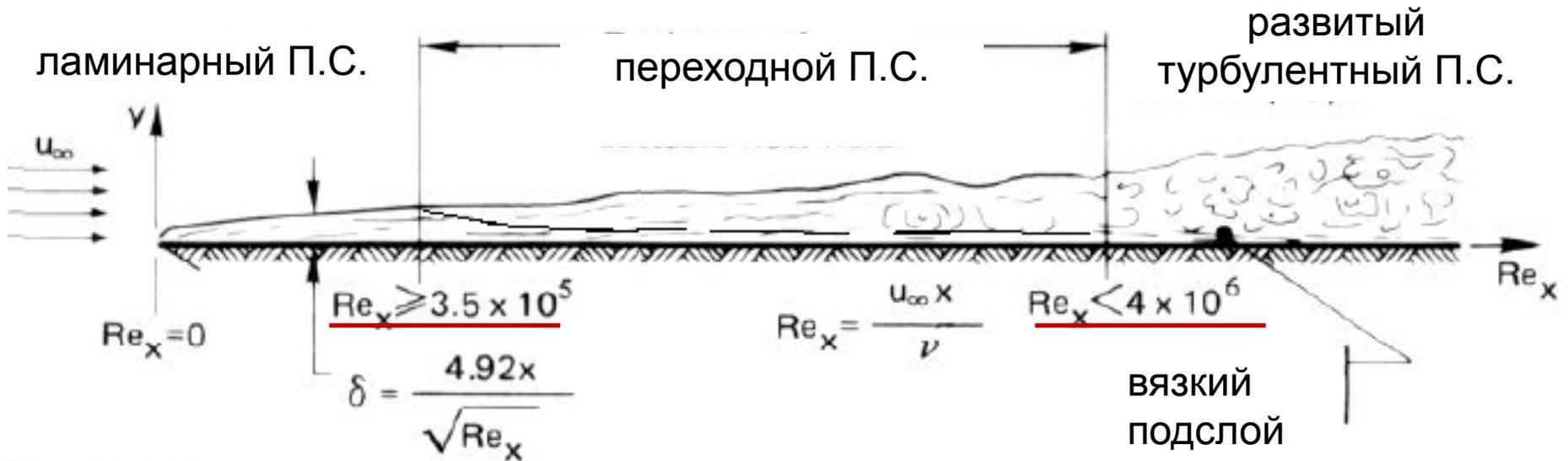
$$\frac{\delta}{x} = \frac{4,92}{\sqrt{Re_x}}$$

Гидродинамический пограничный слой

Ламинарный поток



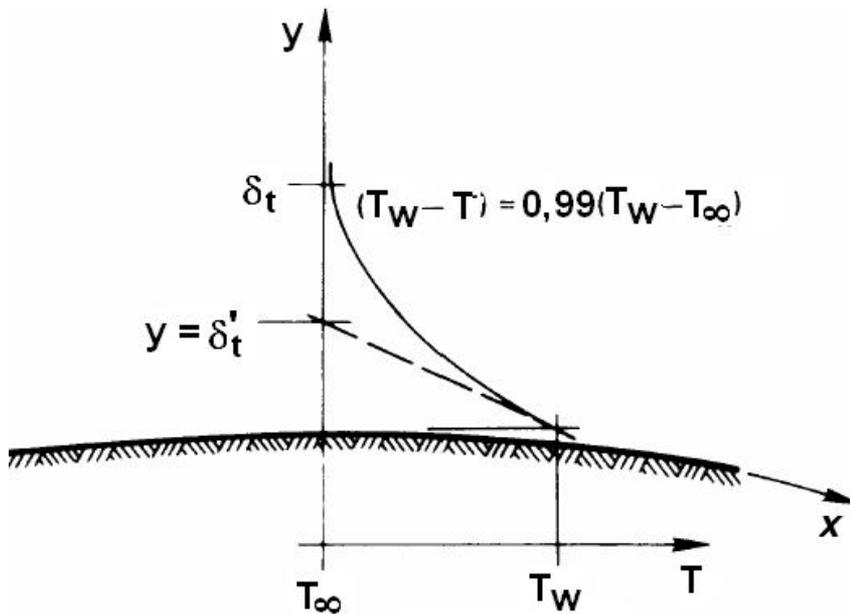
Турбулентный поток



безразмерное расстояние

Тепловой пограничный слой

Тепловой или диффузионный П.С. - область вблизи стенки, на которую основная доля изменения температуры



Число Нуссельта (Nusselt)

Г.У. III рода

$$-\lambda_f \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha(t_w - t_\infty)$$

Закон Фурье
 $q_{\text{тепл}}$

Закон Ньютона
 $q_{\text{конв}}$

$$\frac{\partial \left(\frac{T_w - T}{T_w - T_\infty} \right)}{\partial \left(\frac{y}{L} \right)} \Big|_{\frac{y}{L}=0} = \frac{\alpha L}{\lambda_f} = Nu_L$$

Ernst Kraft Wilhelm Nusselt (1882-1957)



Оценка толщины пограничного слоя

Касательное напряжение (Закон Ньютона) $\tau_{\kappa} = \mu \frac{dW}{dy}$

Оцениваем толщину П.С. из условия $F_{ин} \sim F_{тр}$

Сила инерции единичного объема жидкости в П.С.

$$F_{ин} = \rho \frac{dW}{d\tau} = \rho \frac{dx}{d\tau} \frac{dW}{dx} = \rho W \frac{dW}{dx}$$

длина пластины L - порядок градиента скорости W/L

$$F_{ин} \sim \rho \frac{W^2}{L}$$

Сила трения, отнесенная к единице объема:

$$F_{тр} = \frac{d\tau_w}{1 \cdot 1 \cdot dy} = \mu \frac{d^2W}{dy^2} \sim \mu \frac{W}{\delta^2}$$

$$\rho \frac{W^2}{L} \approx \mu \frac{W}{\delta^2}$$

$$\delta \approx \sqrt{\mu L / \rho W} = \sqrt{\nu L / W}$$

более точно

$$\frac{\delta}{L} \approx \frac{4,92}{\sqrt{Re}}$$

Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена (законы сохранения)

(1) энергии $\frac{Dt}{d\tau} = a\nabla^2 t$



(2,3,4) количества движения $\frac{D\vec{W}}{d\tau} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad}P + \nu \nabla^2 \vec{W}$

(5) массы $\text{div}(\rho \vec{W}) = 0$ (неразрывности)

(6) состояния $F(P, V, t) = 0$ для газов $PV = RT$

Система из шести уравнений - шесть неизвестных

$$W_x, W_y, W_z, P, V, t$$

Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

Субстанциональная производная

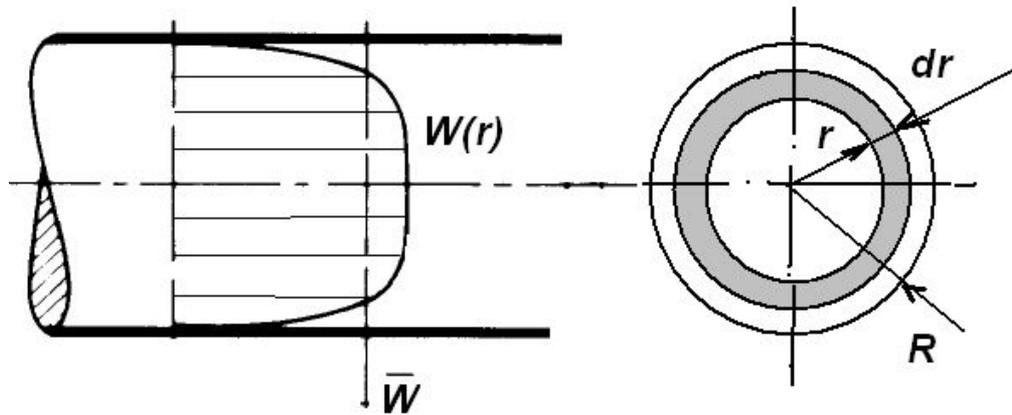
$$\frac{D\Psi}{d\tau} = \frac{\partial\Psi}{\partial\tau} + W_x \frac{\partial\Psi}{\partial x} + W_y \frac{\partial\Psi}{\partial y} + W_z \frac{\partial\Psi}{\partial z} = \frac{\partial\Psi}{\partial\tau} + (W \cdot \text{grad}\Psi)$$

условия однозначности :

- ❖ геометрические (форма, размер);
- ❖ физические (свойства);
- ❖ временные (условия протекания процесса во времени);
- ❖ граничные (скорости, температуры на границах и т.д.);
I, II, III рода

Все уравнения должны решаться совместно

Осреднение скорости по сечению канала



Через кольцо радиуса r , шириной dr протекает количество жидкости

$$\rho \cdot W(r) \cdot 2\pi r \cdot dr$$

Массовый расход
жидкости в трубе

$$G = \rho \bar{W} \cdot \pi R^2 = \int_0^R \rho W(r) \cdot 2\pi r \, dr$$

Если $\rho = const \rightarrow \bar{W} = \frac{2}{R^2} \int_0^R W(r) r \, dr$

Вводим безразмерные координаты,

$$\xi = r/R \quad u = W(r)/\bar{W}$$

$$\int_0^1 u \xi \, d\xi = 1/2$$

служит для проверки правильности измерений распределения скорости.

Осреднение температуры по сечению канала

Количество тепла в потоке жидкости:

$$Q = \rho c_p \cdot \overline{W} \cdot \bar{t} \cdot \pi R^2 = \int_0^R \rho c_p \cdot t(r) \cdot W(r) \cdot 2\pi r dr$$

Если $\rho, c_p = const$

средняя по теплосодержанию температура жидкости

$$\bar{t} = \int_0^R t(r) \cdot \frac{W(r)}{\overline{W}} 2 \frac{r}{R} d\left(\frac{r}{R}\right) = 2 \int_0^1 t(\xi) u(\xi) \xi d\xi$$

Изменение температуры вдоль обогреваемого канала

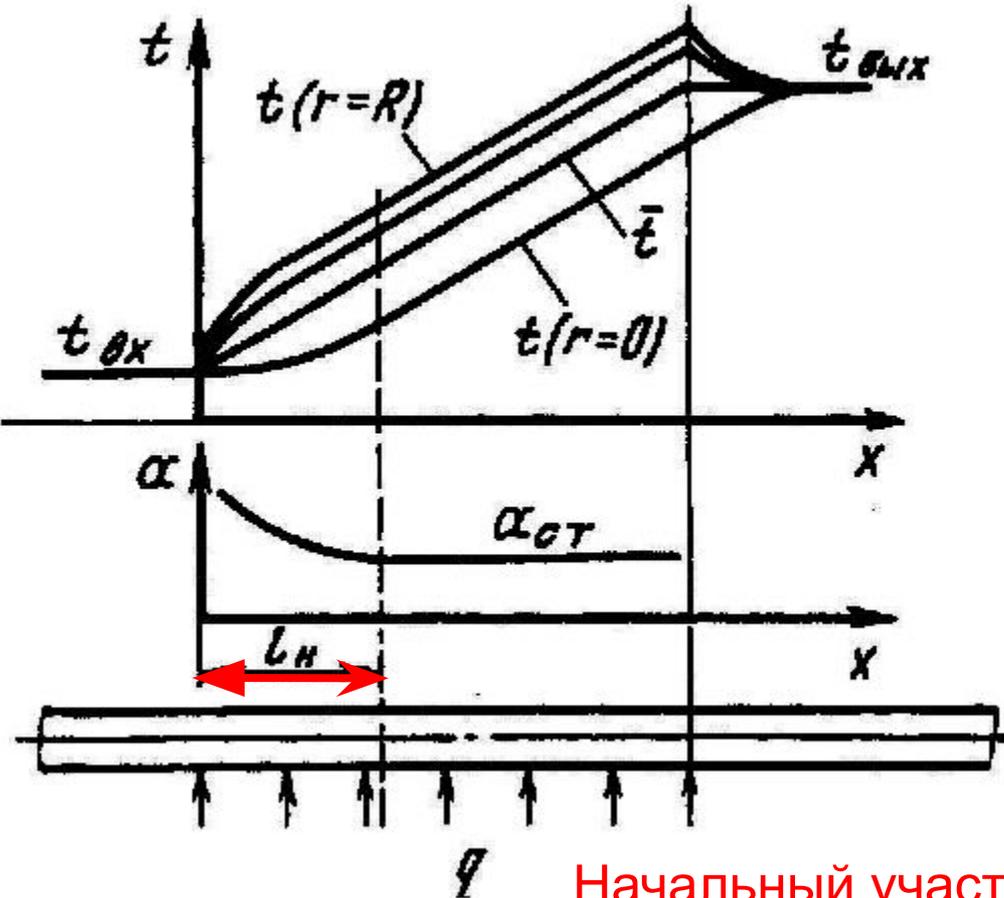
$q = const$ Уравнение баланса тепла для элемента канала dx

$$q \cdot P \cdot dx = G \cdot c_p \cdot d\bar{t}$$

периметр канала – P ; расход – G

$$\frac{d\bar{t}}{dx} = \frac{qP}{Gc_p} = const$$

Средняя по сечению температура жидкости меняется линейно вдоль канала



Начальный участок,
(участок тепловой стабилизации)

Изменение температуры вдоль обогреваемого канала

$t_w = const$, т.е. тепловой поток меняется по длине канала

Уравнение теплового баланса:

$$q(x) \cdot P \cdot dx = G \cdot c_p \cdot d\bar{t}$$

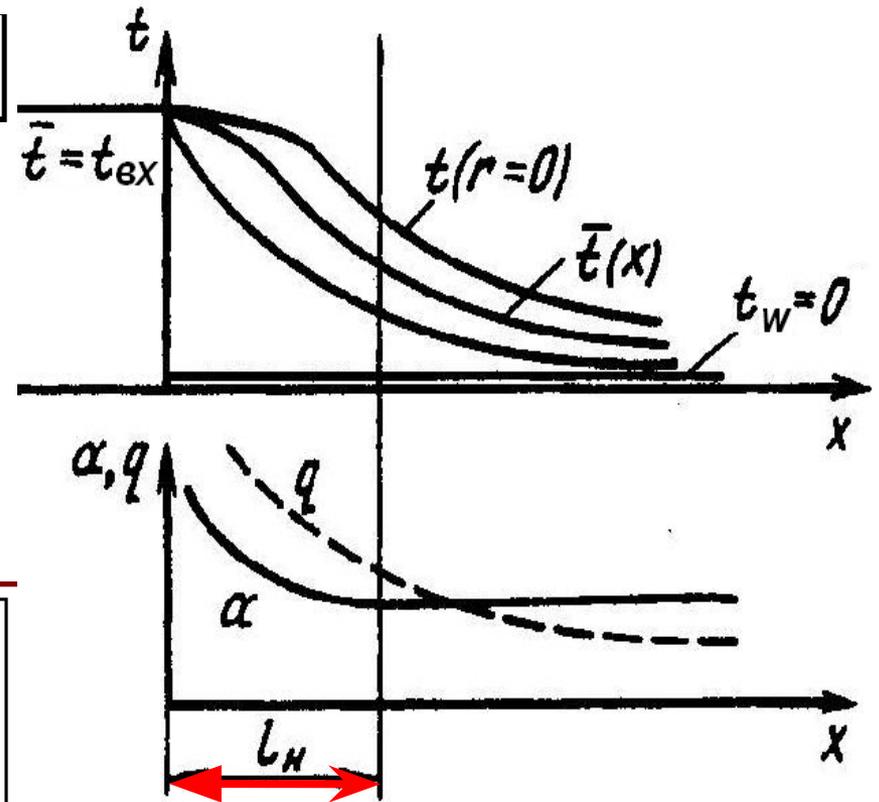
Здесь $q(x) = \alpha(x) \cdot [t_w - \bar{t}_f(x)]$

пусть температура стенки $t_w = 0$

$$\frac{d\bar{t}}{\bar{t}} = - \frac{\alpha(x) P}{Gc_p} dx$$

После интегрирования

$$\bar{t}(x) = t_{ex} \cdot \exp \left[- \int_0^x \frac{\alpha(x) P}{Gc_p} dx \right]$$



Начальный участок

t_{ex} — темп. жидкости на входе в канал

Подобие и моделирование тепловых процессов

Данные, полученные при изучении одного явления, можно распространить на другие явления, подобные данному

Условия подобия физических процессов (теорема Кирпичева-Гухмана):

1. Подобные процессы должны иметь одинаковую физическую природу или описываться одинаковыми по форме дифференциальными уравнениями.

Теплопроводность - электропроводность

2. Условия однозначности должны быть одинаковыми. Они могут различаться лишь числовыми значениями.

Г.У.одного рода

3. Определяющие числа подобия (т.е. критерии подобия, составленные из параметров, входящих в условия однозначности) должны иметь одинаковые числовые значения.

$$Re_{нат} = Re_{мод}$$

Подобие и моделирование тепловых процессов



Уравнение движения:

$$\frac{D\vec{W}}{d\tau} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad}P + \nu \nabla^2 \vec{W}$$

сумма сил на единицу массы

Субст. производная в направлении x:

$$\frac{DW_x}{d\tau} = \frac{\partial W_x}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial z}$$

Уравнение движения по оси x:

$$\frac{\partial W_x}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 W_x$$

Подобие и моделирование тепловых процессов

Число Рейнольдса - характеристика отношения (но не само отношение) инерционных сил к силам трения.

одномерное уравнение движения:

$$F_{ин} = F_{вяз}$$
$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2}$$

Введем безразмерные координаты:

$$\xi = x/l \quad u = W_x / \bar{W}$$

отношение сил инерции к
силам вязкости

$$\bar{W} u \frac{du}{d\xi} = \nu \frac{1}{l} \frac{d^2 u}{d\xi^2}$$

$$\frac{W_x \frac{dW_x}{dx}}{\nu \frac{d^2 W_x}{dx^2}} = \frac{\bar{W} u \frac{du}{d\xi}}{\nu \frac{1}{l} \frac{d^2 u}{d\xi^2}} = \frac{\bar{W} l}{\nu} \frac{u \frac{du}{d\xi}}{\frac{d^2 u}{d\xi^2}} = Re \frac{u \frac{du}{d\xi}}{\frac{d^2 u}{d\xi^2}}$$

Подобие и моделирование тепловых процессов

Толкование числа Рейнольдса, данное Карманом

Согласно кинетической теории кинематическая вязкость $\nu = \mu/\rho$ с точностью до постоянного множителя равна cL , где c - средняя скорость молекул; L - средняя длина свободного пробега.

Т.е. с точностью до постоянного множителя : $Re = \frac{\bar{W}}{c} \cdot \frac{l}{L}$

В обычных задачах гидродинамики $\frac{l}{L}$ ↑ $\frac{\bar{W}}{c}$ ↓

Если $\frac{\bar{W}}{c}$ не мало, как обычно, то нужен учет сжимаемости газа

Если $\frac{l}{L}$ мало, то газ нельзя рассматривать как сплошную среду

Подобие и моделирование тепловых процессов

Физический смысл числа Нуссельта



- а). Пусть у стенки имеется неподвижный слой жидкости с теплопроводностью λ , в котором сосредоточен весь температурный напор. По этому напору рассчитывается коэффициент теплообмена α .

$$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda_f} = \frac{l}{\lambda_f / \alpha} = \frac{\text{характерная длина}}{\text{толщина П.С.}}$$

Пример:

Теплообмен в трубе $Nu=100$,
диаметр трубы в 100 раз больше толщины т.п.с.(где сосредоточен почти весь температурный перепад).

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_f}$$

Подобие и моделирование тепловых процессов

б). Nu как характеристика отношения действительного теплового потока, определяемого коэффициентом теплообмена α , и теплового потока через слой l с теплопроводностью λ :

$$Nu = \frac{\alpha}{\lambda / l}$$

в). Nu - безразмерный градиент температуры на границе стенка-жидкость

$$\alpha = \frac{q}{t_w - t_f} \quad \lambda = - \frac{q}{\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_n}$$

$$Nu = \frac{-q \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_n}{(t_w - t_f) q / l} = \frac{-\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_n}{(t_w - t_f) / l} = \frac{\partial \left(\frac{t_w - t}{t_w - t_f} \right)_n}{\partial (n/l)}$$

тангенс угла наклона касательной к температурной кривой у стенки

Подобие и моделирование тепловых процессов

теорема Букингема

"Если какое-либо уравнение однородно относительно размерностей (т.е. математическая запись не зависит от выбора единиц), то его можно преобразовать к соотношению, содержащему безразмерные комплексы, составленные из определяющих параметров".

Если не удастся получить систему безразмерных величин, описывающих какое-либо явление, то это верный признак того, что было что-то пропущено.

Подобие и моделирование тепловых процессов

π -теорема

"Если существует однозначное соотношение между n размерными физическими величинами $f_1(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0$

и эти переменные описываются при помощи k основных единиц размерности, то исходное выражение эквивалентно выражению

$$f_2(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0$$

где π - безразмерные комплексы

т.е. если имеется n величин и k единиц, то можно получить $(n - k)$ безразмерных комбинаций".

Подобие и моделирование тепловых процессов

Пример : формула Дарси для расчета гидравлического сопротивления канала:

$$\Delta p = \xi \frac{l}{d} \frac{\rho W^2}{2}$$

ξ - коэффициент гидравлического сопротивления трения;
 l - длина;
 d - гидравлический диаметр.

Из физических соображений

$$\Delta p = f_1 (l, d, W, \rho, \mu, \Delta)$$


шероховатость

Подобие и моделирование тепловых процессов

Основные единицы для параметров функции f_1
масса (M), длина (L), время (T).

Δp	l	d	W	μ	ρ	Δ
$ML^{-1}T^{-2}$	L	L	LT^{-1}	$ML^{-1}T^{-1}$	ML^{-3}	L

Предположим, что функция f_1 степенная:

$$\Delta p = l^a \cdot d^b \cdot W^c \cdot \mu^d \cdot \rho^e \cdot \Delta^f$$

Подставим размерности каждой величины:

$$ML^{-1}T^{-2} = L^a \cdot L^b \cdot (LT^{-1})^c \cdot (ML^{-1}T^{-1})^d \cdot (ML^{-3})^e L^f$$

Подобие и моделирование тепловых процессов

Чтобы уравнение не зависело от выбора фундаментальных единиц (M, L, T), размерности в правой и левой частях должны быть равны:

три уравнения,
шесть неизвестных

$$\left. \begin{array}{l} M \quad 1 = d + e \\ L \quad -1 = a + b + c - d - 3e + f \\ T \quad -2 = -c - d \end{array} \right\}$$

$e=1-d; \quad c=2-d; \quad b=-a-d-f$

После подстановки:
$$\Delta p = l^a \cdot d^{-a-d-f} \cdot W^{2-d} \cdot \mu^d \cdot \rho^{1-d} \cdot \Delta^f$$

Объединяем члены с одинаковыми показателями

$$\frac{\Delta p}{\rho W^2} = f_2 \left[\left(\frac{l}{d} \right)^a \cdot \left(\frac{W d \rho}{\mu} \right)^d \cdot \left(\frac{\Delta}{d} \right)^f \right]$$

$$\begin{array}{l} n = 7 \\ k = 3 \\ \pi = 7 - 3 = 4 \end{array}$$

Общие рекомендации перед началом эксперимента

Для определения безразмерных комбинаций, необходимых при обработке экспериментальных данных:

1. Выбрать независимые переменные, учесть различные коэффициенты и физические константы.
2. Выбрать систему основных размерностей, через которую выразить независимые переменные.
3. Составить безразмерные комбинации величин. Решение будет правильным, если выполняются три условия:
 - каждая комбинация действительно является безразмерной;
 - число комбинаций не меньше, предсказываемого π -теоремой;
 - каждая переменная встречается хотя бы один раз.
4. Изучить комбинации с точки зрения их применимости физического смысла. Составить план изменения комбинаций.

Примеры соотношений конвективного теплообмена

1. Гидродинамика вынужденного течения жидкости в каналах

$$Eu = f(Re)$$

$$Re = \frac{W \cdot l}{\nu} \quad \text{определяющее число подобия, критерий Рейнольдса;}$$

$$Eu = \frac{\Delta p}{(\rho W^2)} \quad \text{определяемое число подобия, число Эйлера.}$$

Если есть свободное движение под действием силы тяжести,

$$Eu = f(Re, Fr)$$

критерий Фруда

$$Fr = \frac{g \cdot l}{W^2}$$

Примеры соотношений конвективного теплообмена

2. Теплообмен при вынужденном течении

$$Nu = f(Re, Pr) \quad \text{для сред с } Pr \geq 1$$

$$Nu = f(Pe) \quad \text{для сред с } Pr \ll 1$$

определяющие числа подобия

число Рейнольдса
(Reynolds)

$$Re = \frac{W \cdot l}{\nu}$$

число Прандтля
(Prandtl)

$$Pr = \frac{\nu}{a}$$

число Пекле
(Peclet)

$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{W \cdot l}{a}$$

определяемое число подобия, число Нуссельта
Nusselt

$$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda_f}$$

Примеры соотношений конвективного теплообмена

**Критерий Пекле –
(Peclet)**

$$Pe = \frac{W l}{a} \quad a = \lambda / c \rho$$

$$Pe = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{W c \rho F \Delta t}{\lambda / l \cdot F \Delta t} = \frac{W c \rho}{\lambda / l}$$

$Q_1 = W c \rho F \Delta t$ - количество тепла, переносимого движущейся жидкостью, текущей со скоростью W (конвективный перенос),

$Q_2 = \left(\lambda / l \right) F \Delta t$ - количество тепла, переносимого теплопроводностью через слой l .

Примеры соотношений конвективного теплообмена

**Критерий Прандтля
(Prandtl)**

$$Pr = \frac{\nu}{a}$$

кинематическая вязкость

температуропроводность

физ.свойство среды

Перенос количества движения определяется разностью W .

Перенос тепла - разностью T .

Число Pr характеризует отношение между полями температуры и скорости (подобие профилей скорости и температуры)

Три класса теплоносителей по Pr

$Pr \sim 1$ (вода, воздух).

$Pr \gg 1$ (масла).

$Pr \ll 1$ (жидкие металлы)

