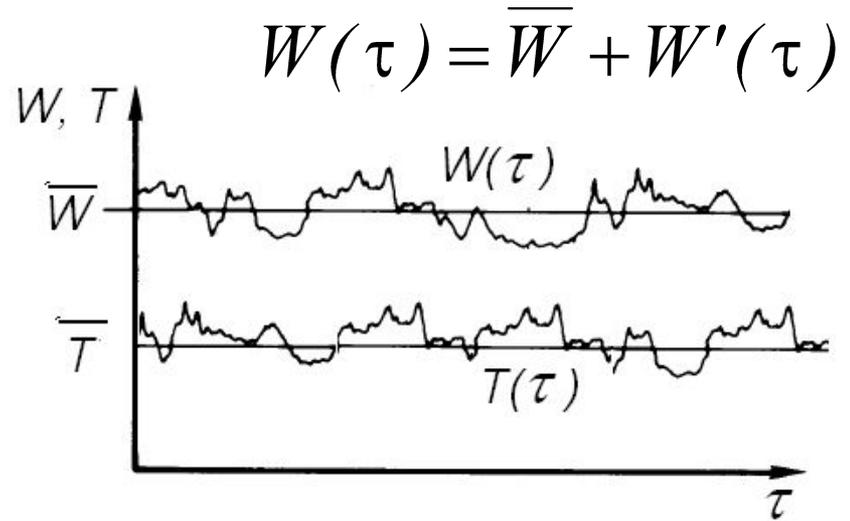
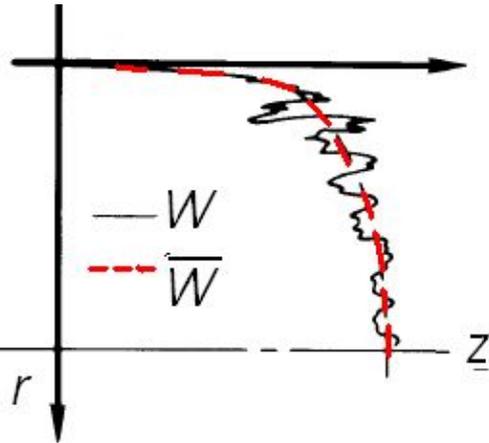


# **КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНЫХ СРЕДАХ**

**(продолжение 2)**



в конкретной точке потока

$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'$  произвольн. функция

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \varphi \, d\tau = \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \bar{\varphi} \, d\tau + \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \varphi' \, d\tau = \bar{\varphi} + \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \varphi' \, d\tau \rightarrow 0$$

$$\int_0^{\Delta\tau} W' \, d\tau = 0$$

$$\int_0^{\Delta\tau} T' \, d\tau = 0$$

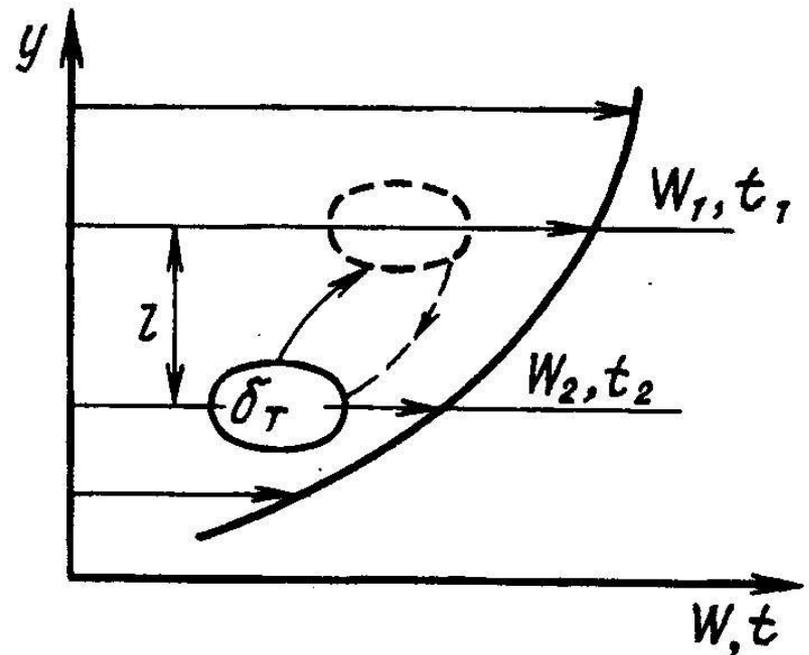
# Теории теплообмена

Аналогия между теплообменом и переносом количества движения в турбулентном потоке (аналогия Рейнольдса).

В ламинарном потоке перенос тепла и количества движения поперек линий тока происходит только за счет молекулярной диффузии.

Перенос в турбулентном потоке как усиление молекулярного переноса в ламинарном потоке (движение вихрей (молей)).

Элемент жидкости массой  $\delta_T$  перемещается за счет турбулентных пульсаций на расстояние  $l$



# Теории теплообмена

Перенос тепла в турбулентном потоке как совокупность молекулярных и молярных (вихревых, турбулентных) движений:

$$q = q_M + q_T$$

По гипотезе Фурье

$$q_M = -\lambda \cdot \frac{dt}{dy}$$

$\lambda_T$  турбулентная теплопроводность

$$q_T = -\lambda_T \cdot \frac{dt}{dy}$$

$$q = -(\lambda + \lambda_T) \cdot dt/dy$$

$$\frac{q}{\rho c_p} = -(a + a_T) \cdot \frac{dt}{dy}$$

\*

$a_T$   
турбулентная  
температуропроводность

# Теории теплообмена

Касательные напряжения в турбулентном потоке:

$$\tau = \tau_M + \tau_T$$

касательное напряжение  
за счет молекулярной  
динамической вязкости

$$\tau_M = \mu \cdot \frac{dW}{dy}$$

$$\tau = (\mu + \mu_T) \cdot dW/dy$$

$$\frac{\tau}{\rho} = (\nu + \nu_T) \cdot \frac{dW}{dy}$$

касательное напряжение  
за счет вихревых движений

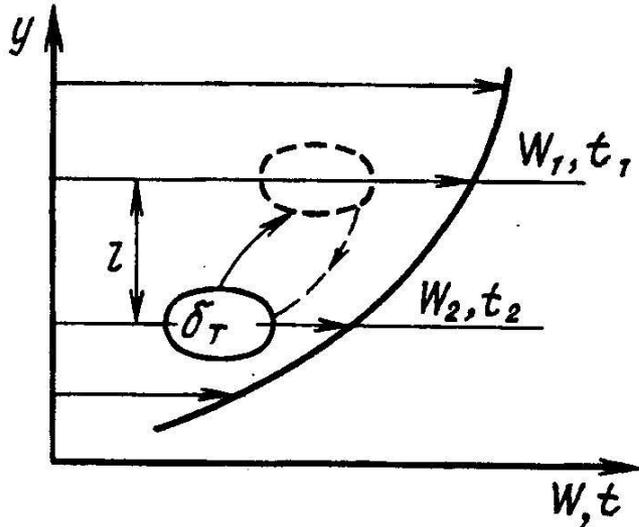
$$\tau_T = \mu_T \cdot \frac{dW}{dy}$$

$\nu_T$  турбулентная вязкость

$$Pr_T = \frac{\nu_T}{a_T} \quad \text{турбулентное число Прандтля}$$

$a_T$   $\nu_T$   $Pr_T$  параметры точки в потоке

# Теории теплообмена



$m$  - плотность поперечного потока массы между слоями, скорости  $W_1, W_2$ , температуры  $t_1, t_2$

$$[m] = \text{кг/м}^2\text{с}$$

касательное напряжение  $\tau = m (W_1 - W_2)$

плотность теплового потока  $q = m c_p (t_2 - t_1)$

Исключаем  $m$

$$q = \frac{\tau c_p (t_2 - t_1)}{W_1 - W_2}$$

При охлаждении твердой поверхности  $W_2 = 0, t_2 = t_w$

По определению касательное напряжение на стенке  $\tau = \frac{\xi}{8} \cdot \rho W^2$

$$q = \frac{\xi}{8} \rho W c_p (t_w - t)$$

# Теории теплообмена

$$* \quad v = a \quad v_T = a_T$$

$$\alpha = \frac{\xi}{8} \rho W c_p$$

масштаб скорости  $V_* = \sqrt{\tau/\rho}$

масштаб температуры  $T_* = q/\rho c_p V_*$

Имеют порядок пульсаций скорости и температуры в турбулентном потоке ( $W', t'$ )

Обозначим  $t_w - t = \vartheta$

$$W = \frac{\tau}{\rho} \cdot \frac{\rho c_p}{q} \cdot \vartheta = V_* \frac{V_* \rho c_p}{q} \vartheta$$

$$\frac{W}{V_*} = \frac{\vartheta}{T_*}$$

Распределения температуры и скорости подобны, если  $Pr=1$  и  $v_T = a_T$



## Теории теплообмена

*Сущность гидродинамической аналогии* - перенос количества движения и тепла в турбулентном потоке одинаков, т.е. коэффициенты турбулентного обмена импульса ( $\nu_T$ ) и тепла ( $a_T$ ) считаются в любой точке потока одинаковыми.

*Противоречие аналогии Рейнольдса* – она относится к турбулентному потоку в целом, а основное термическое сопротивление теплообмену содержится в пограничном слое



# Полуэмпирические теории теплообмена

## Теория Прандтля

Поток, состоит из двух областей:

(1) тонкий пристенный слой:

*ламинарное течение, преобладает молекулярная вязкость*

(2) собственно турбулентная область

Для расчета теплообмена нужно знать распределение скоростей

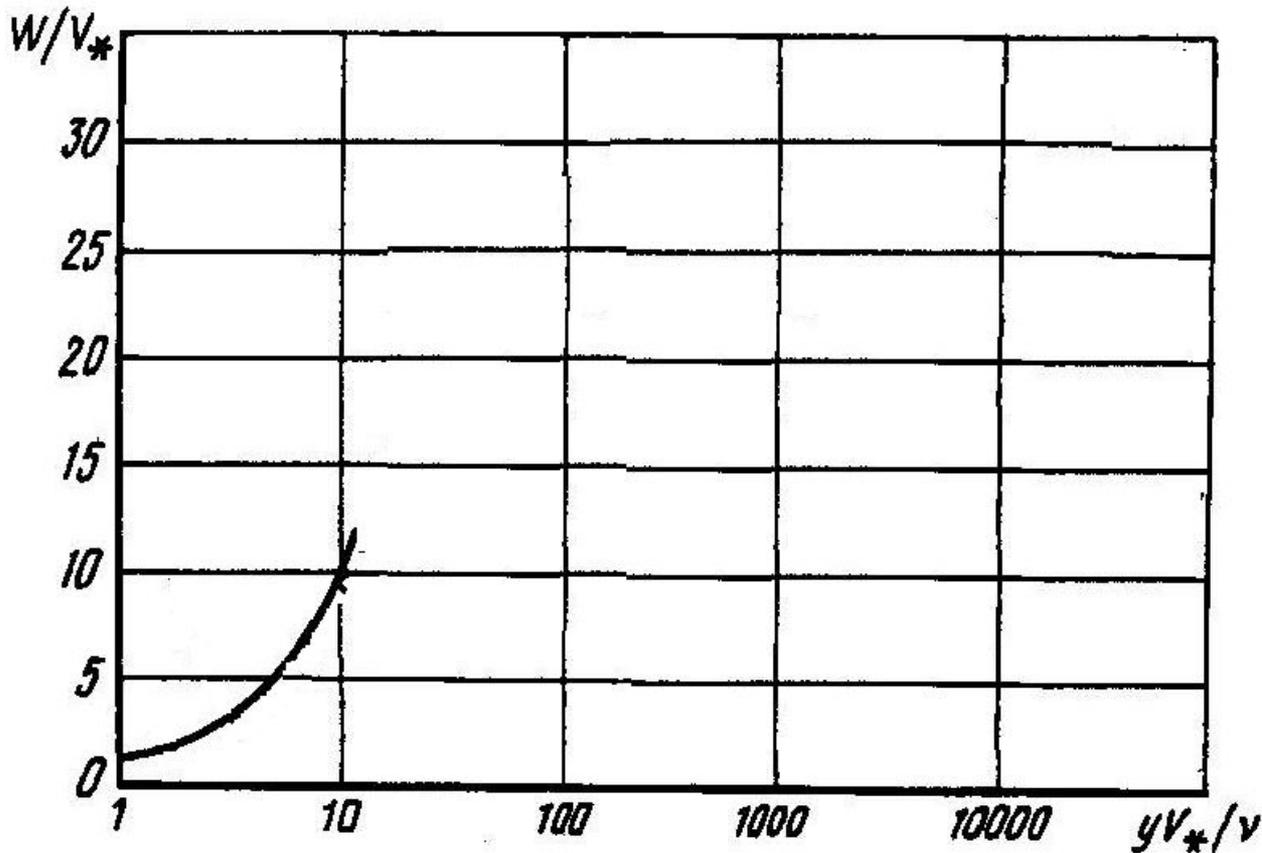
В пристенном слое  $\tau = \mu \cdot \frac{dW}{dy}$

Если  $\tau, \mu = const$   линейный закон распределения скорости

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{dW}{dy}$$

# Теории теплообмена

Поскольку  $\sqrt{\tau/\rho} = V_*$  - динамическая скорость



$$V_*^2 = \nu \cdot \frac{dW}{dy}$$

$$d\left(\frac{W}{V_*}\right) = d\left(\frac{yV_*}{\nu}\right)$$

$$\frac{W}{V_*} = \frac{yV_*}{\nu}$$

линейное распределение скоростей в пристенном слое

# Теории теплообмена

Касательные напряжения в турбулентном потоке  $\tau_T = \rho \overline{W'_x W'_y}$   
пульсации скорости

Прандтль ввел "длину пути смешения" - путь, который проходит моль (вихрь) в турбулентном потоке, пока не смешивается с окружающей жидкостью.

Полагая турбулентность изотропной

$$W'_x = W'_y = l \cdot dW/dy$$

$$\tau_T = \rho l^2 \left( \frac{dW}{dy} \right)^2 \quad \frac{dW}{dy} = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = \frac{V_*}{l} \quad l = \kappa \cdot y$$

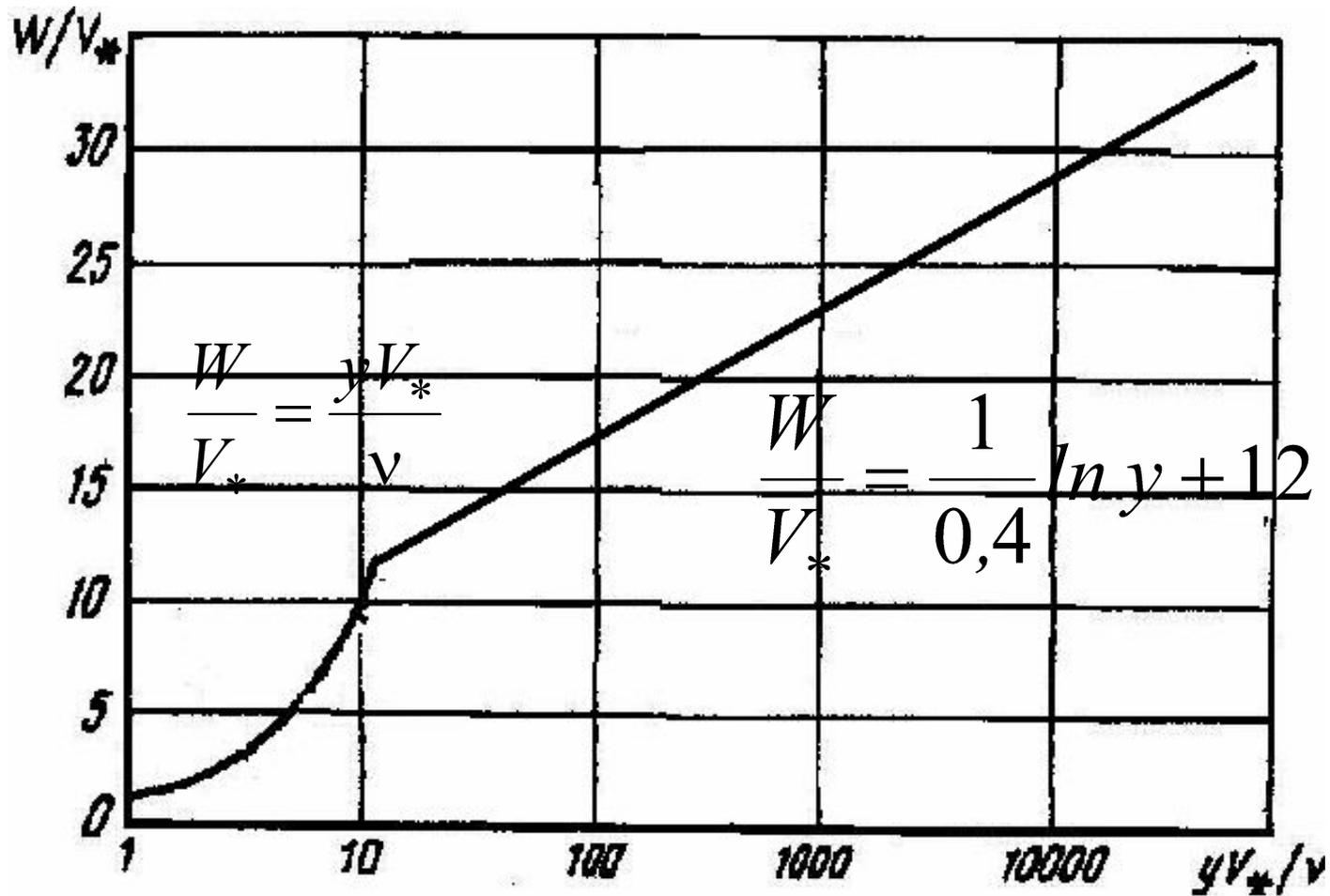
Безразмерная толщина П.С.

$$\frac{W}{V_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y + C$$

$$\kappa = 0,4$$

$$\delta V_* / \nu = 12 \div 12,7$$

# Теории теплообмена

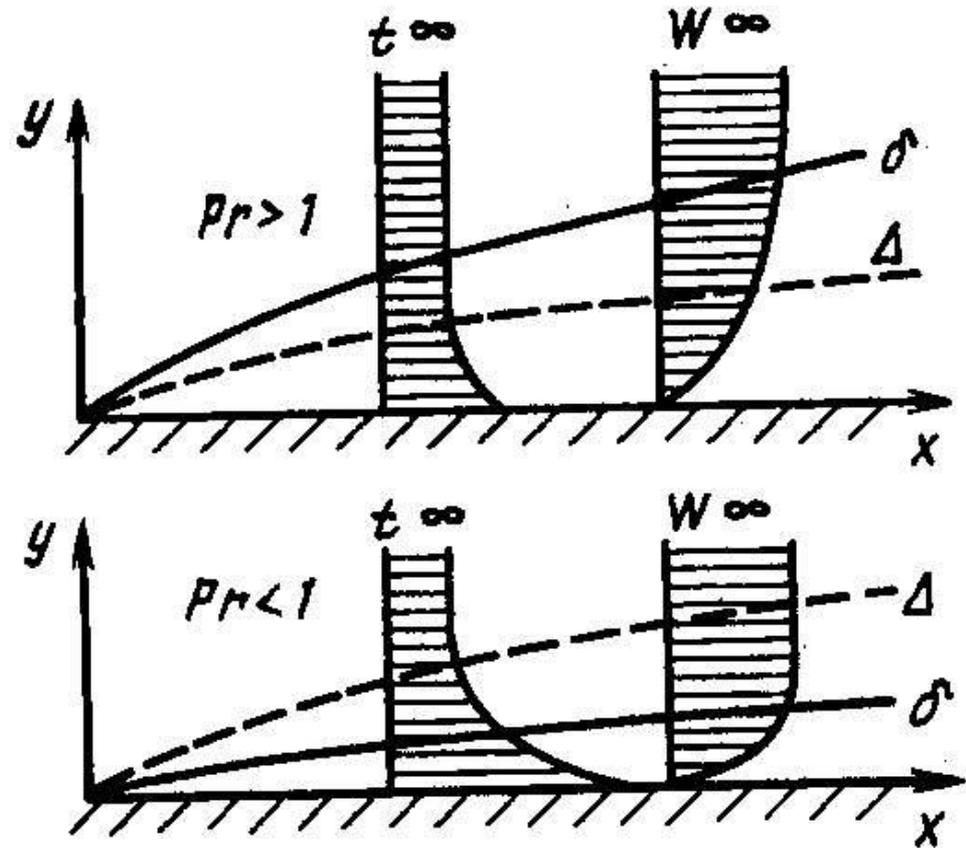


# Теории теплообмена

Подобно гидродинамическому слою выделяется *тепловой пограничный слой*, где преобладает перенос тепла молекулярной теплопроводностью ( $\Delta$ )

$$\Delta/\delta \approx Pr^{-1/3}$$

$$\Delta = \frac{12,7 \nu}{V_*} Pr^{-1/3}$$



## Полуэмпирические теории теплообмена

Плотность теплового потока на поверхности

$t_a$  - температура на границе теплового слоя

$$q = \left( \frac{\lambda}{\Delta} \right) \cdot (t_w - t_a)$$

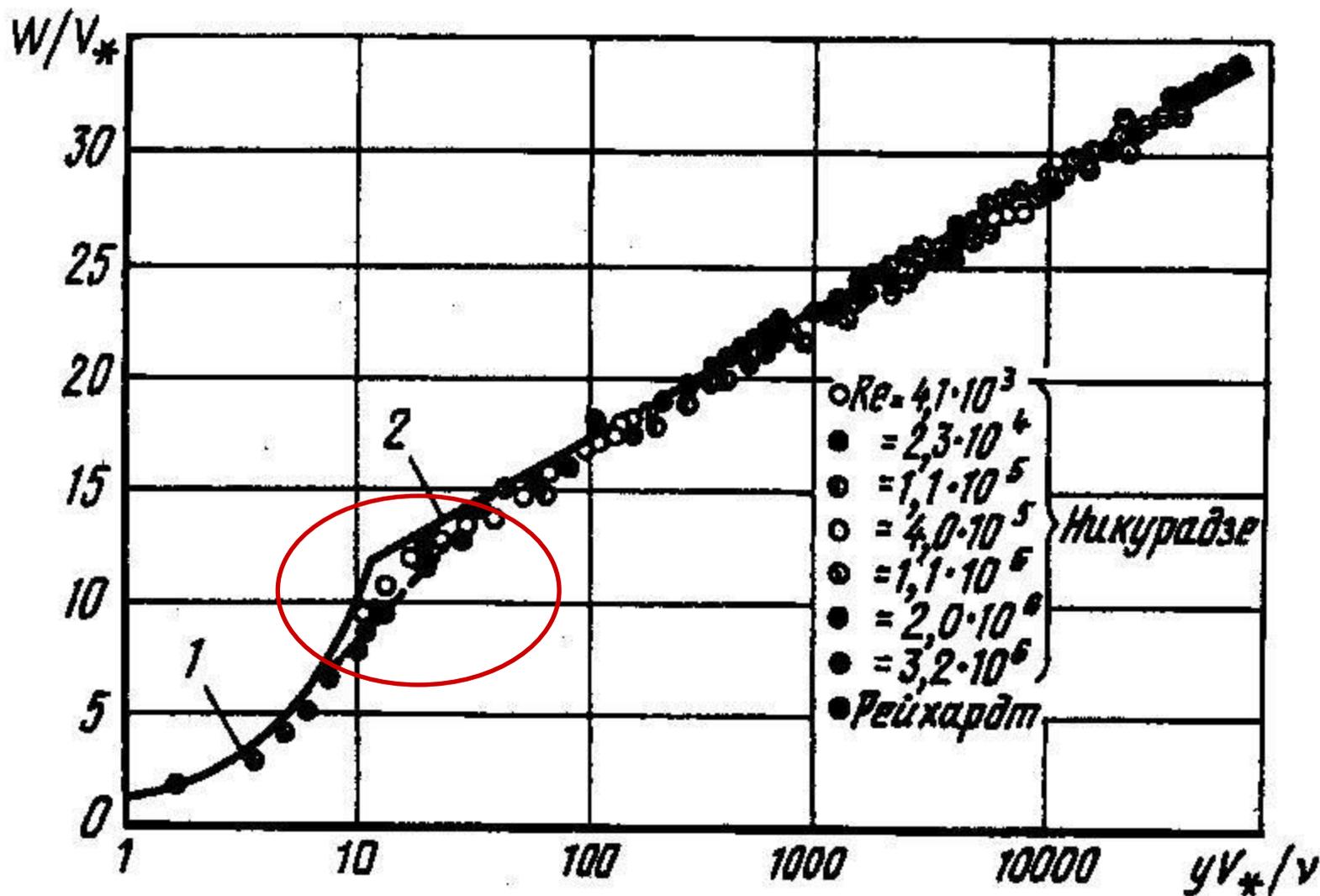
Плотность теплового потока на границе теплового пограничного слоя с турбулентным потоком

$$\alpha = \frac{\xi}{8} \cdot \frac{\rho W c_p}{1 + 12,7 \sqrt{\xi/8} (Pr^{-2/3} - 1)}$$

$$q = \frac{\tau c_p (t_a - \bar{t})}{W - W_a}$$

$$Nu = \frac{\xi}{8} \cdot \frac{Re \cdot Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\xi/8} (Pr^{-2/3} - 1)}$$

# Полуэмпирические теории теплообмена



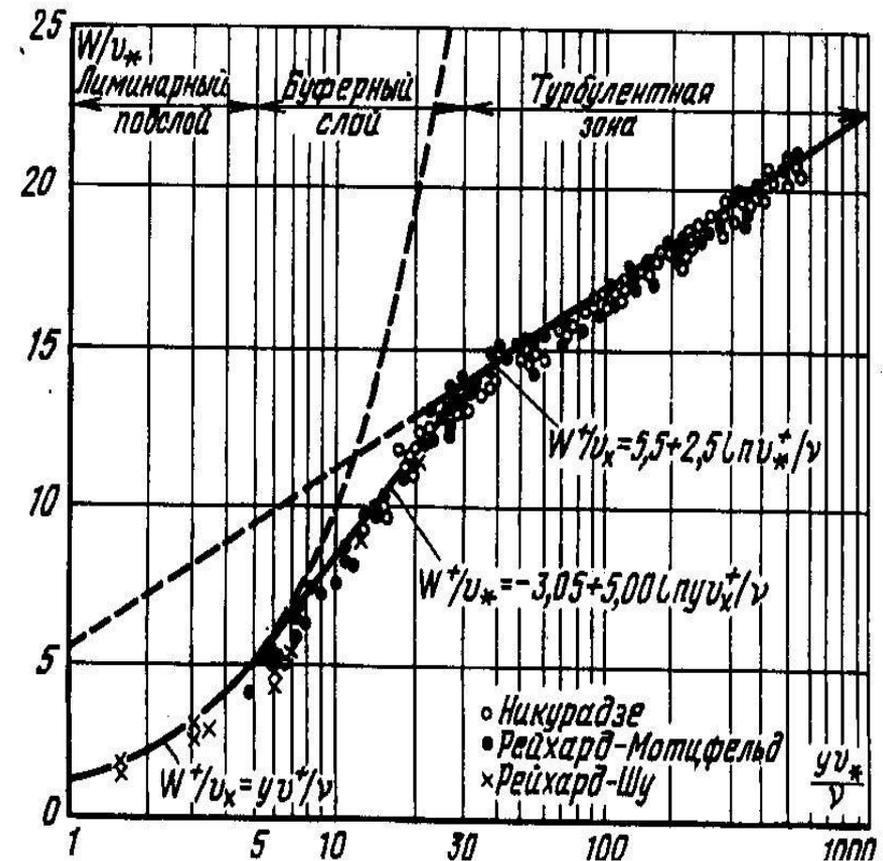
# Теории теплообмена

## Трехслойная модель Кармана

$$\frac{yV_*}{\nu} < 5 \quad \frac{W}{V_*} = \frac{yV_*}{\nu}$$

$$\frac{yV_*}{\nu} = 5 \div 30 \quad \frac{W}{V_*} = 5 \cdot \ln\left(\frac{yV_*}{\nu}\right) - 3,05$$

$$\frac{yV_*}{\nu} > 30 \quad \frac{W}{V_*} = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{yV_*}{\nu}\right) + 5,5$$



$$Nu = \frac{\xi}{8} \cdot \frac{Re \cdot Pr}{1 + 5\sqrt{\xi/8} \{Pr - 1 + \ln[1 + 5/6(Pr - 1)]\}}$$

# Теории теплообмена

Аналогия Рейнольдса

приблизительный результат для  $Pr=1$

Двухслойная модель  
(модель Прандтля)

приемлемый результат для  $Pr < 3$

Трехслойная модель  
(модель Кармана)

удовлетворительно согласуется с  
экспериментом до значений

$$Pr = 10 \div 20$$