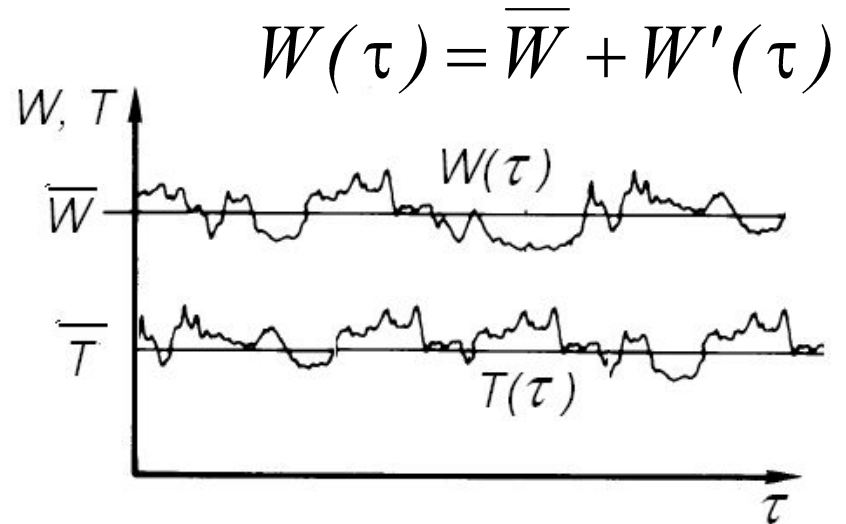
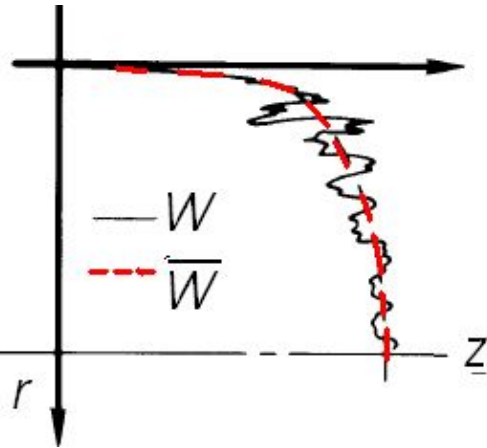




КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНЫХ СРЕДАХ

(продолжение 2)



в конкретной точке потока

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad \text{произвольн. функция}$$

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \varphi \, d\tau = \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \bar{\varphi} \, d\tau + \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \varphi' \, d\tau = \bar{\varphi} + \frac{1}{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\tau} \varphi' \, d\tau \quad \rightarrow \quad 0$$

$$\int_0^{\Delta\tau} W' \, d\tau = 0$$

$$\int_0^{\Delta\tau} T' \, d\tau = 0$$

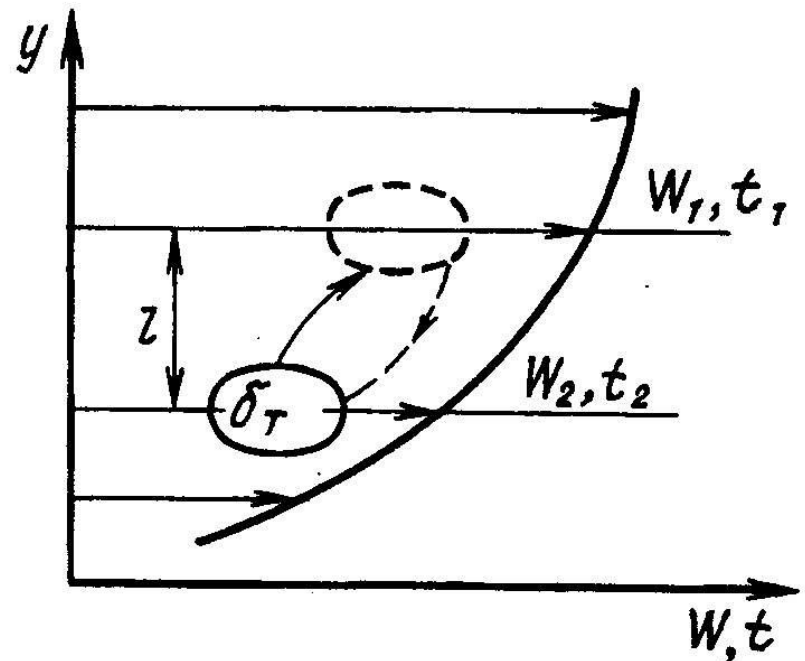
Теории теплообмена

Аналогия между теплообменом и переносом количества движения в турбулентном потоке (аналогия Рейнольдса).

В ламинарном потоке перенос тепла и количества движения поперек линий тока происходит только за счет молекулярной диффузии.

Перенос в турбулентном потоке как усиление молекулярного переноса в ламинарном потоке (движение вихрей (молей)).

Элемент жидкости массой δ_T перемещается за счет турбулентных пульсаций на расстояние l



Теории теплообмена

Перенос тепла в турбулентном потоке как совокупность молекулярных и молярных (вихревых, турбулентных) движений:

$$q = q_M + q_T$$

По гипотезе Фурье

$$q_M = -\lambda \cdot \frac{dt}{dy}$$

λ_T турбулентная теплопроводность

$$q_T = -\lambda_T \cdot \frac{dt}{dy}$$

$$q = -(\lambda + \lambda_T) \cdot dt/dy$$

$$\frac{q}{\rho c_p} = -(a + a_T) \cdot \frac{dt}{dy}$$

*

a_T
турбулентная
температуропроводность

Теории теплообмена

Касательные напряжения в турбулентном потоке:

$$\tau = \tau_M + \tau_T$$

касательное напряжение
за счет молекулярной
динамической вязкости

$$\tau_M = \mu \cdot \frac{dW}{dy}$$

$$\tau = (\mu + \mu_T) \cdot dW/dy$$

$$\frac{\tau}{\rho} = (\nu + \nu_T) \cdot \frac{dW}{dy}$$

касательное напряжение
за счет вихревых движений

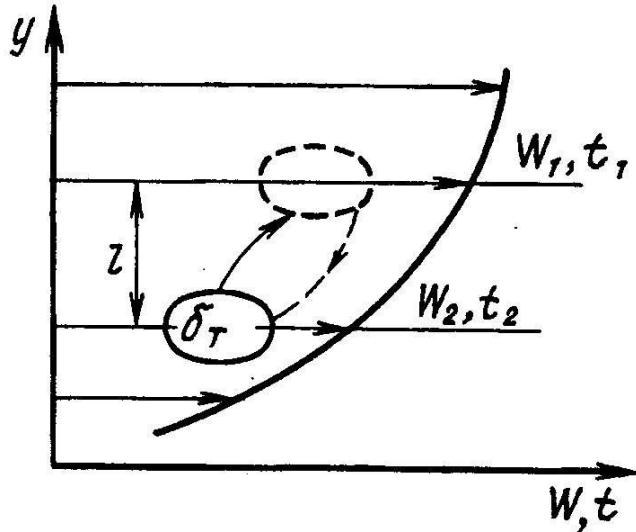
$$\tau_T = \mu_T \cdot \frac{dW}{dy}$$

ν_T турбулентная вязкость

$$Pr_T = \frac{\nu_T}{a_T} \quad \text{турбулентное число Прандтля}$$

a_T ν_T Pr_T параметры точки
в потоке

Теории теплообмена



m - плотность поперечного потока массы между слоями, скорости W_1, W_2 , температуры t_1, t_2

$$[m] = \text{кг/м}^2\text{с}$$

касательное напряжение $\tau = m (W_1 - W_2)$

плотность теплового потока $q = m c_p (t_2 - t_1)$

Исключаем m

$$q = \frac{\tau c_p (t_2 - t_1)}{W_1 - W_2}$$

При охлаждении твердой поверхности $W_2 = 0, t_2 = t_w$

По определению касательное напряжение на стенке $\tau = \frac{\xi}{8} \cdot \rho W^2$

$$q = \frac{\xi}{8} \rho W c_p (t_w - t)$$

Теории теплообмена

$$* \quad v = a \quad v_T = a_T$$

$$\alpha = \frac{\xi}{8} \rho W c_p$$

масштаб скорости $V_* = \sqrt{\tau/\rho}$

масштаб температуры $T_* = q/\rho c_p V_*$

Обозначим $t_w - t = \vartheta$

$$W = \frac{\tau}{\rho} \cdot \frac{\rho c_p}{q} \cdot \vartheta = V_* \frac{V_* \rho c_p}{q} \vartheta$$

$$\frac{W}{V_*} = \frac{\vartheta}{T_*}$$

Имеют порядок пульсаций скорости и температуры в турбулентном потоке (W', t')

Распределения температуры и скорости подобны, если $Pr=1$ и $v_T = a_T$



Теории теплообмена

Сущность гидродинамической аналогии - перенос количества движения и тепла в турбулентном потоке одинаков, т.е. коэффициенты турбулентного обмена импульса (ν_T) и тепла (a_T) считаются в любой точке потока одинаковыми.

Противоречие аналогии Рейнольдса – она относится к турбулентному потоку в целом, а основное термическое сопротивление теплообмену содержится в пограничном слое



Полуэмпирические теории теплообмена

Теория Прандтля

Поток, состоит из двух областей:

(1) тонкий пристенный слой:

ламинарное течение, преобладает молекулярная вязкость

(2) собственно турбулентная область

Для расчета теплообмена нужно знать распределение скоростей

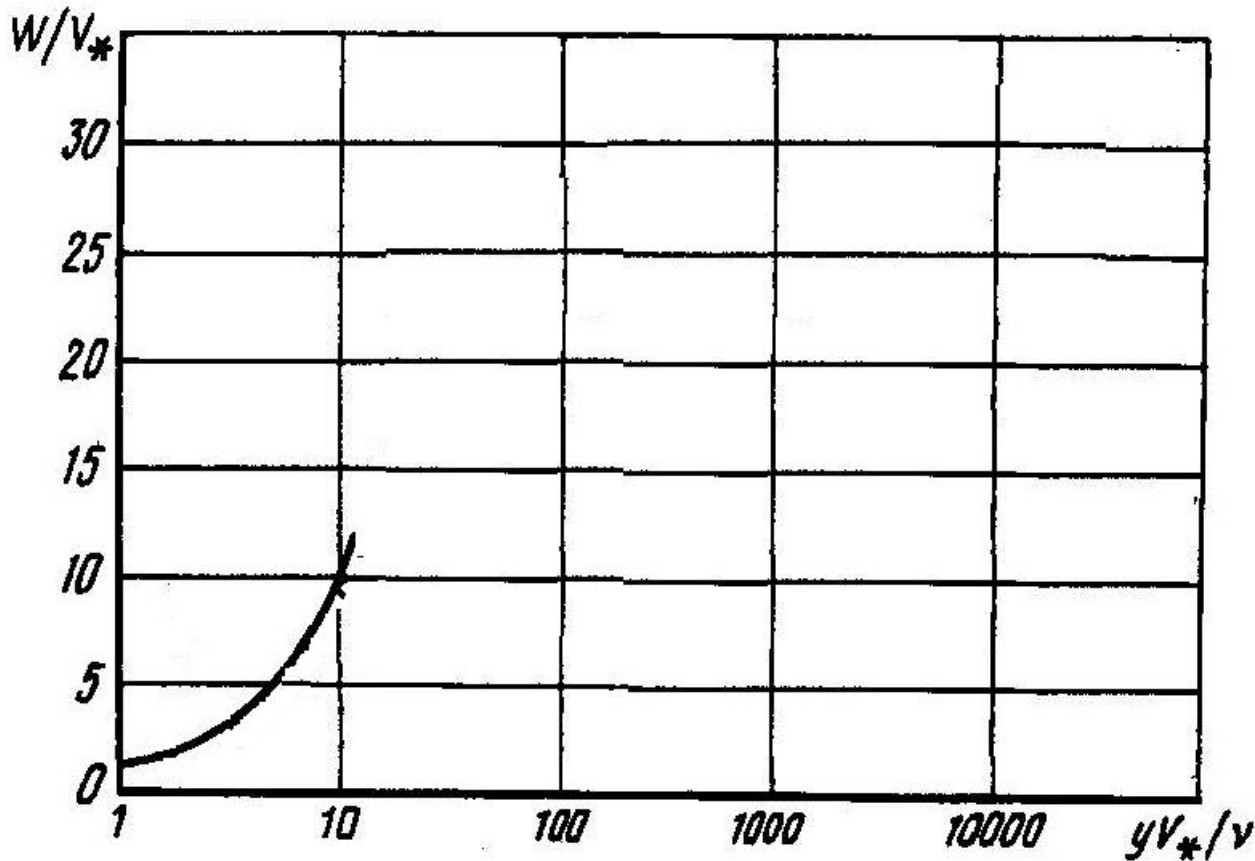
В пристенном слое $\tau = \mu \cdot \frac{dW}{dy}$

Если $\tau, \mu = const$  линейный закон распределения скорости

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{dW}{dy}$$

Теории теплообмена

Поскольку $\sqrt{\tau/\rho} = V_*$ - динамическая скорость



$$V_*^2 = \nu \cdot \frac{dW}{dy}$$

$$d\left(\frac{W}{V_*}\right) = d\left(\frac{yV_*}{\nu}\right)$$

$$\frac{W}{V_*} = \frac{yV_*}{\nu}$$

линейное распределение скоростей в пристенном слое

Теории теплообмена

Касательные напряжения в турбулентном потоке $\tau_T = \rho \overline{W'_x W'_y}$
пульсации скорости

Прандтль ввел "длину пути смешения" - путь, который проходит моль (вихрь) в турбулентном потоке, пока не смешивается с окружающей жидкостью.

Полагая турбулентность изотропной

$$W'_x = W'_y = l \cdot dW/dy$$

$$\tau_T = \rho l^2 \left(\frac{dW}{dy} \right)^2 \quad \frac{dW}{dy} = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = \frac{V_*}{l} \quad l = \kappa \cdot y$$

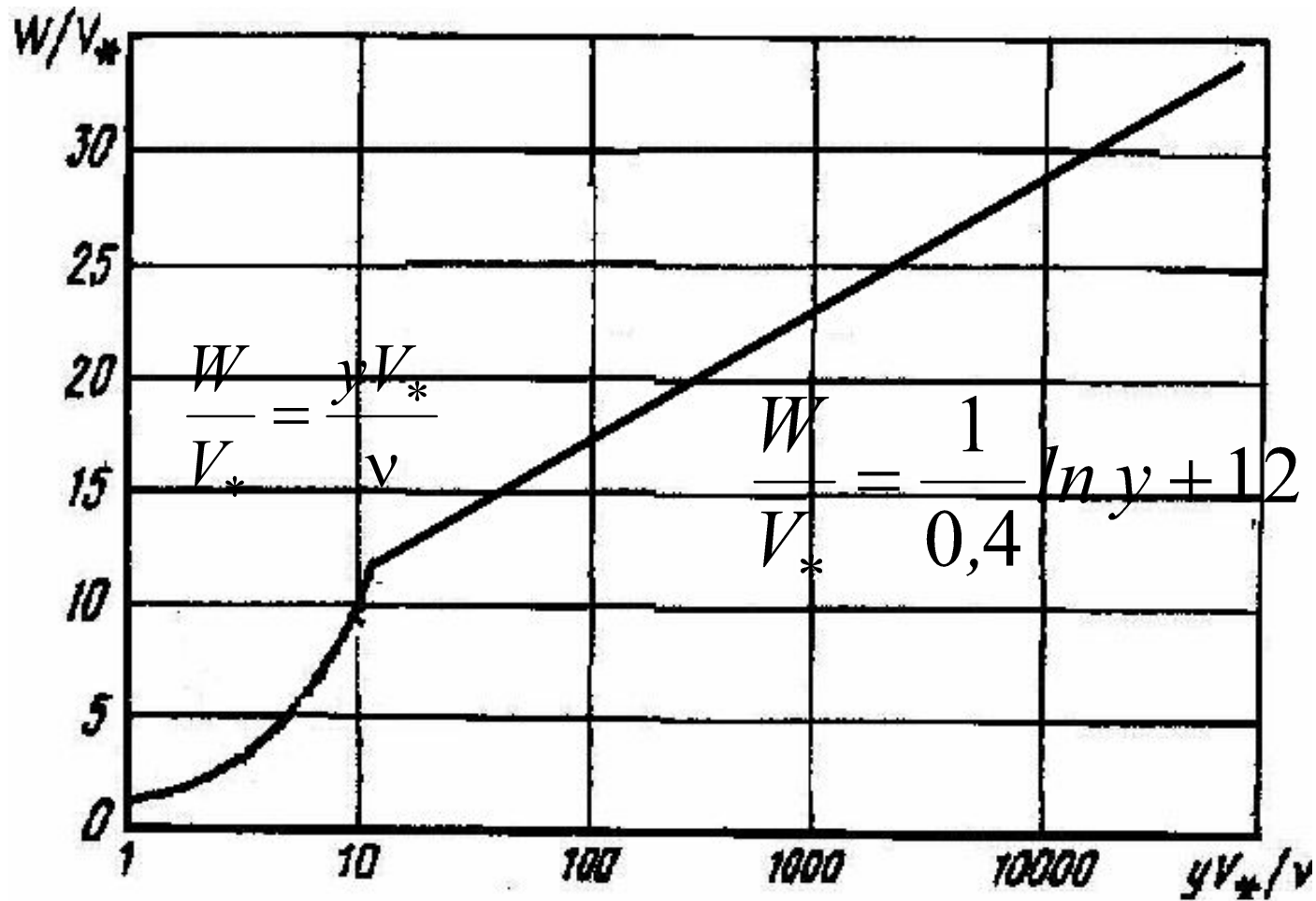
Безразмерная толщина П.С.

$$\frac{W}{V_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y + C$$

$$\kappa = 0,4$$

$$\delta V_* / \nu = 12 \div 12,7$$

Теории теплообмена

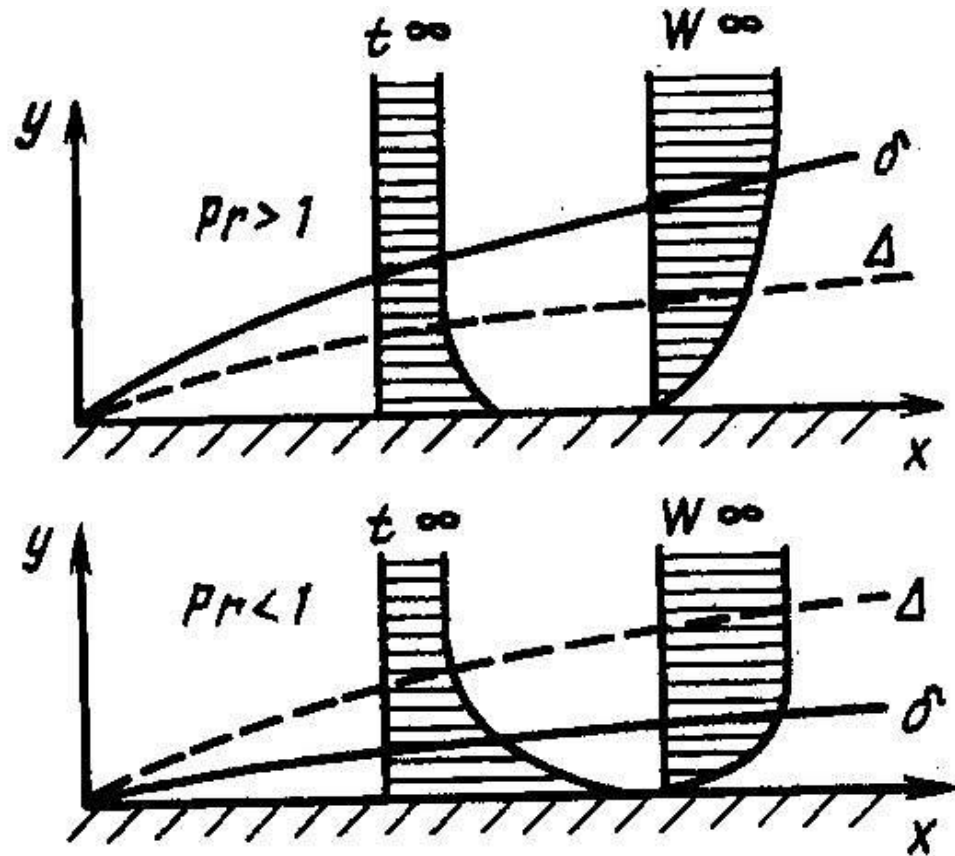


Теории теплообмена

Подобно гидродинамическому слою выделяется *тепловой пограничный слой*, где преобладает перенос тепла молекулярной теплопроводностью (Δ)

$$\Delta/\delta \approx Pr^{-1/3}$$

$$\Delta = \frac{12,7 \nu}{V_*} Pr^{-1/3}$$



Полуэмпирические теории теплообмена

Плотность теплового потока на поверхности

t_a - температура на границе теплового слоя

$$q = \left(\frac{\lambda}{\Delta} \right) \cdot (t_w - t_a)$$

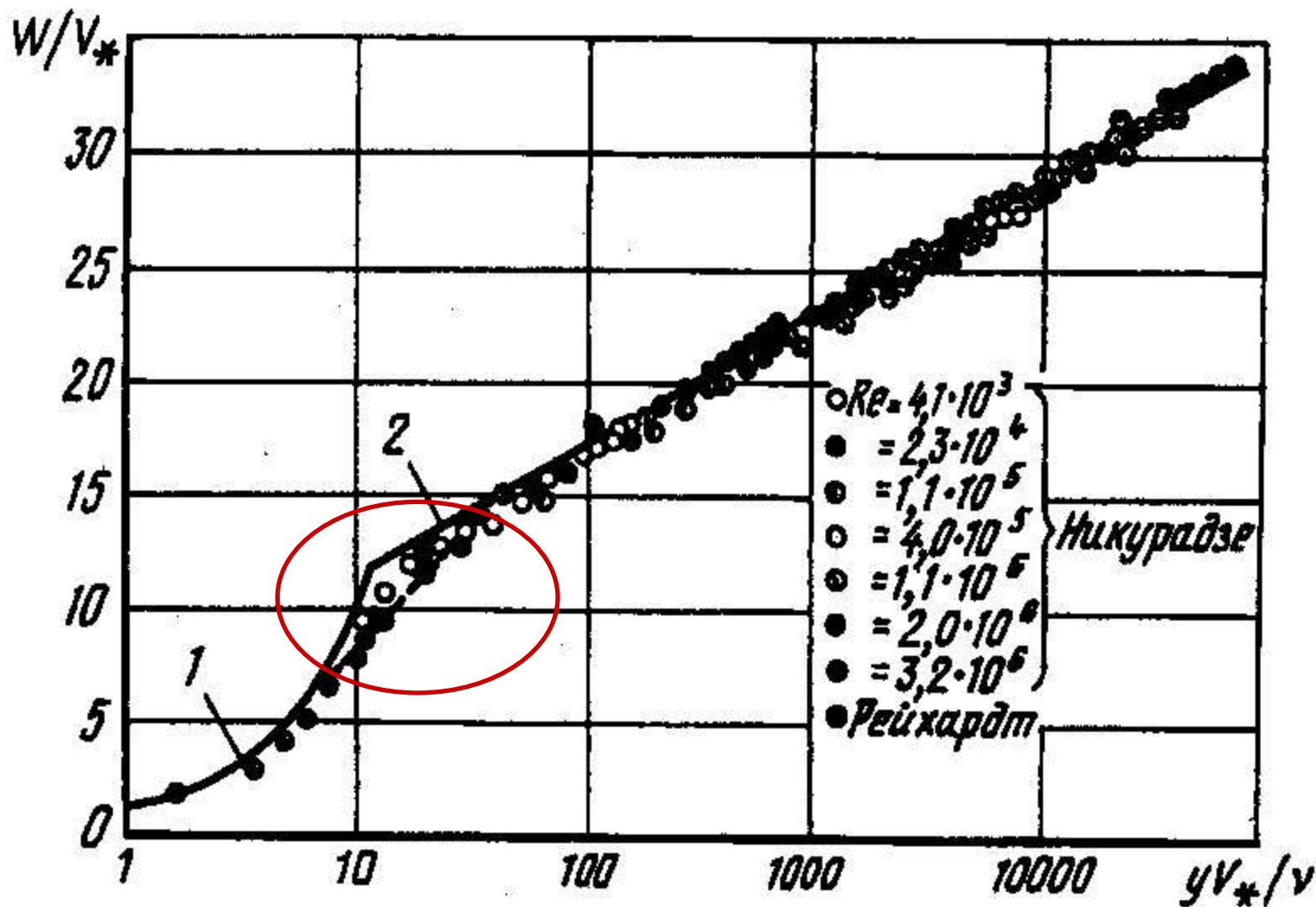
Плотность теплового потока на границе теплового пограничного слоя с турбулентным потоком

$$\alpha = \frac{\xi}{8} \cdot \frac{\rho W c_p}{1 + 12,7 \sqrt{\xi/8} (Pr^{-2/3} - 1)}$$

$$q = \frac{\tau c_p (t_a - \bar{t})}{W - W_a}$$

$$Nu = \frac{\xi}{8} \cdot \frac{Re \cdot Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\xi/8} (Pr^{-2/3} - 1)}$$

Полуэмпирические теории теплообмена



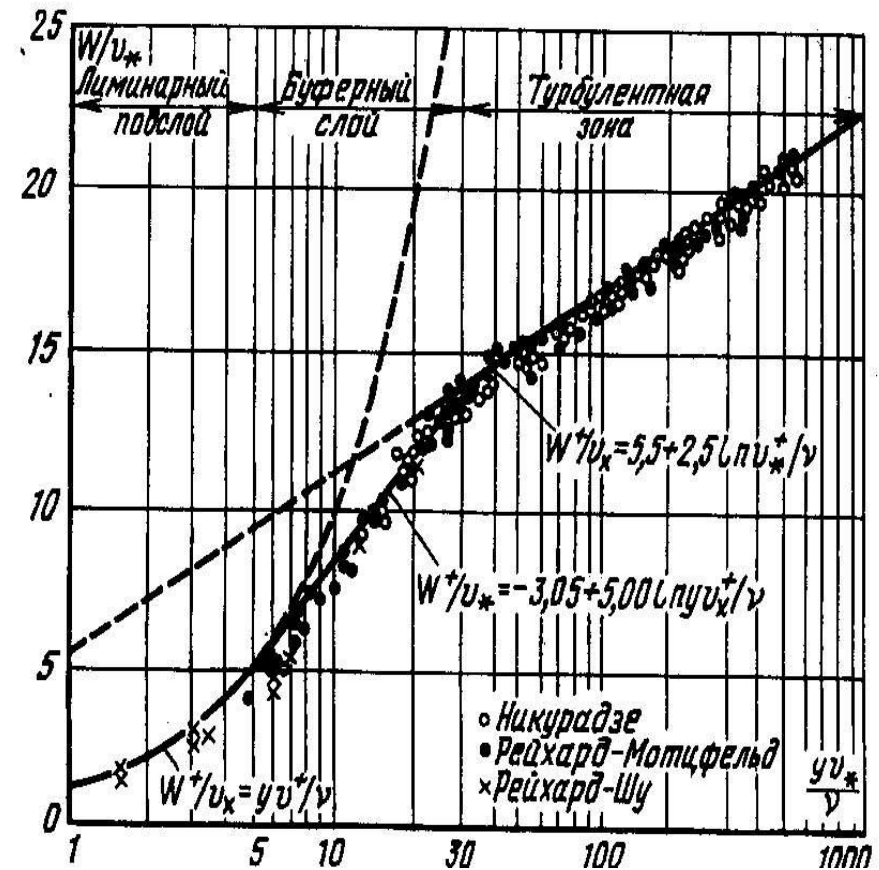
Теории теплообмена

Трехслойная модель Кармана

$$\frac{yV_*}{\nu} < 5 \quad \frac{W}{V_*} = \frac{yV_*}{\nu}$$

$$\frac{yV_*}{\nu} = 5 \div 30 \quad \frac{W}{V_*} = 5 \cdot \ln\left(\frac{yV_*}{\nu}\right) - 3,05$$

$$\frac{yV_*}{\nu} > 30 \quad \frac{W}{V_*} = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{yV_*}{\nu}\right) + 5,5$$



$$Nu = \frac{\xi}{8} \cdot \frac{Re \cdot Pr}{1 + 5\sqrt{\xi/8} \{Pr - 1 + \ln[1 + 5/6(Pr - 1)]\}}$$

Теории теплообмена

Аналогия Рейнольдса

приблизительный результат для $Pr=1$

Двухслойная модель
(модель Прандтля)

приемлемый результат для $Pr < 3$

Трехслойная модель
(модель Кармана)

удовлетворительно согласуется с
экспериментом до значений

$$Pr = 10 \div 20$$