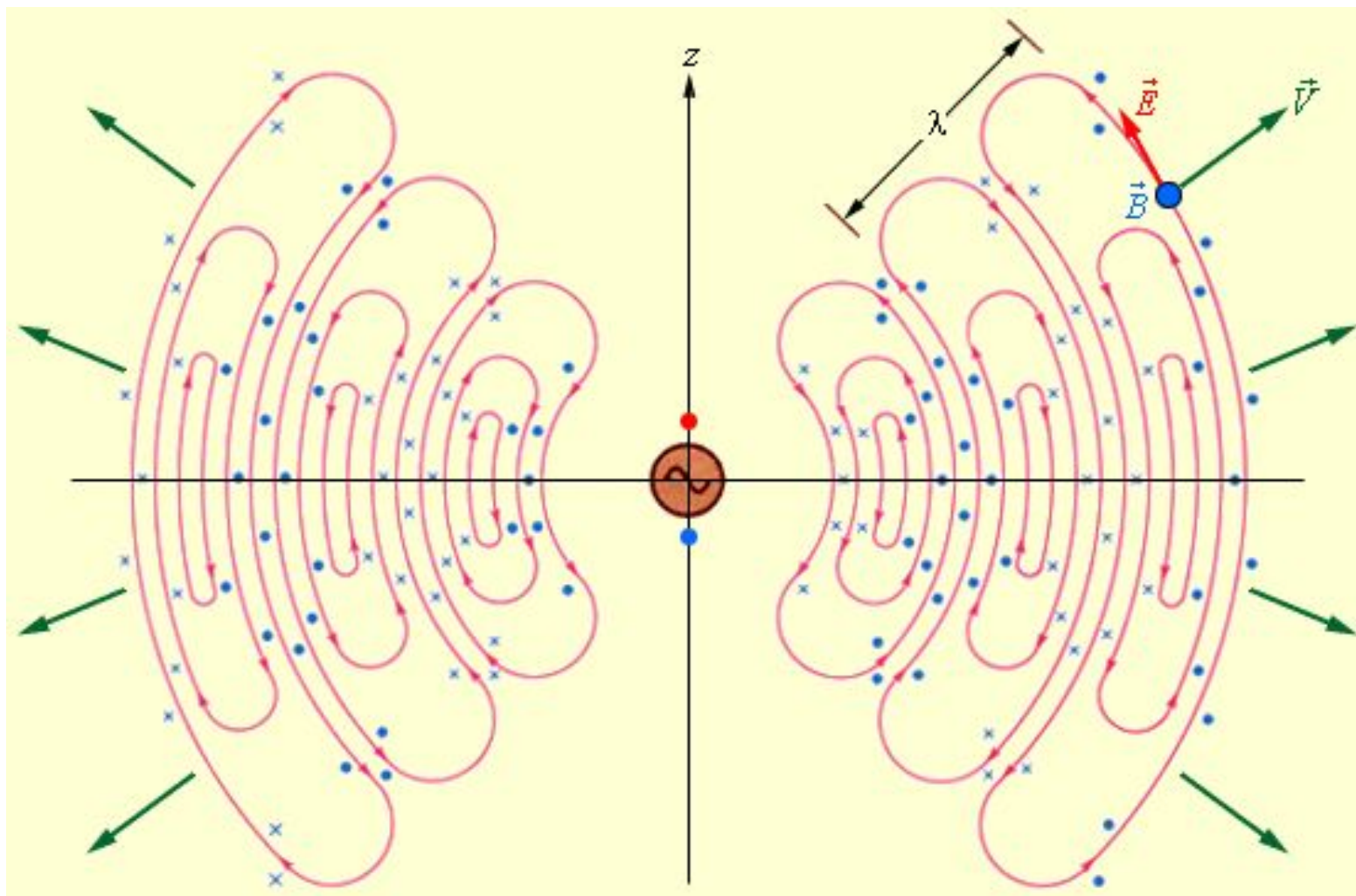


УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА



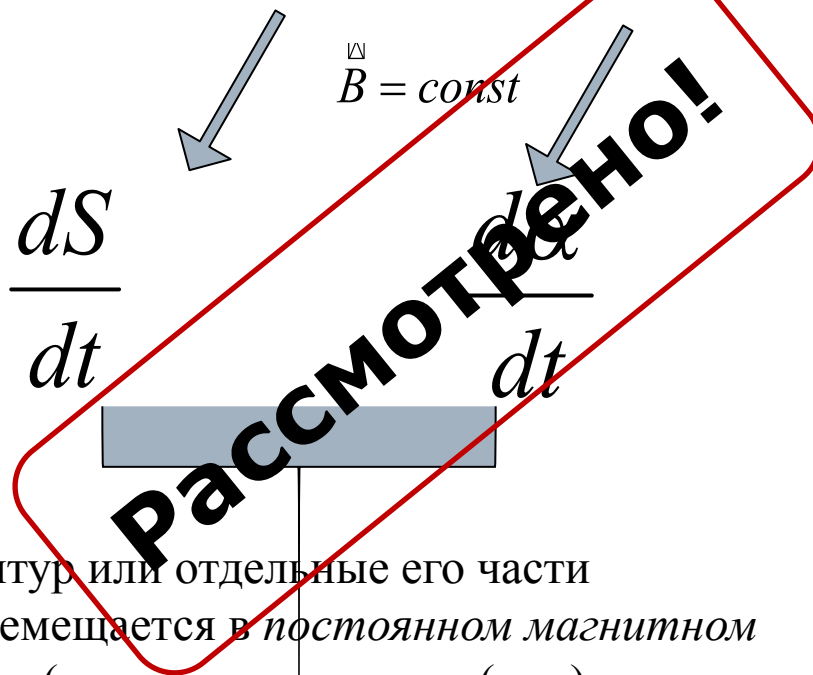
Формальные причины явления ЭМИ.

Истинные причины

Поток $\vec{B}$

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B dS \cos \alpha$$

Способы изменения магнитного потока



Контур или отдельные его части перемещается в *постоянном магнитном поле* (вращение контура и (или) проводника, поступательное движение проводника).

$\vec{B} \neq const$

$\vec{B} = \vec{B}(t)$

Неподвижный контур в *переменном магнитном поле*.

Истинная причина ЭМИ ?

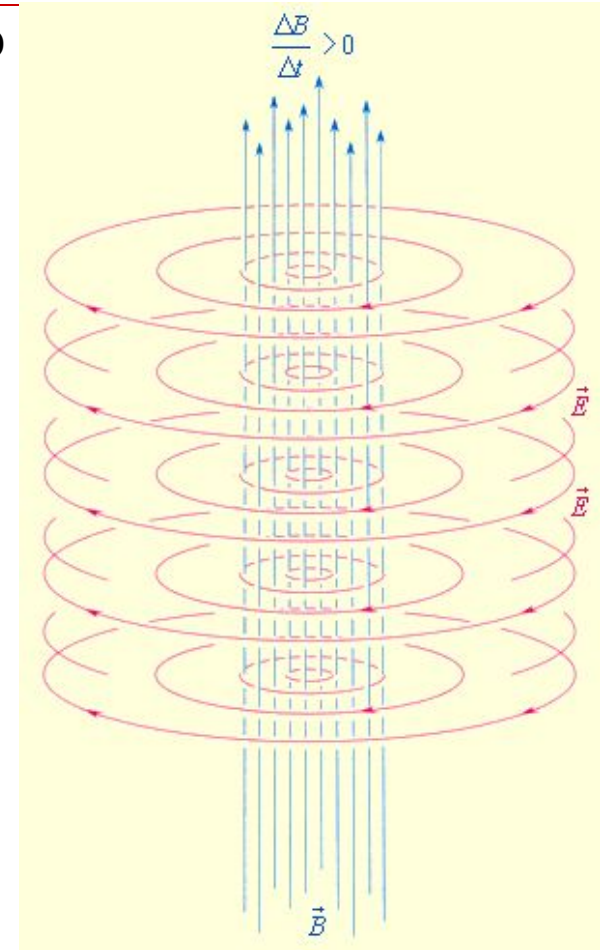
ВИХРЕВОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. Первое уравнение Максвелла

В случае неподвижного контура и переменного во времени магнитного поля роль сторонней силы выполняет **вихревое электрическое поле**, порождаемое переменным магнитным полем.

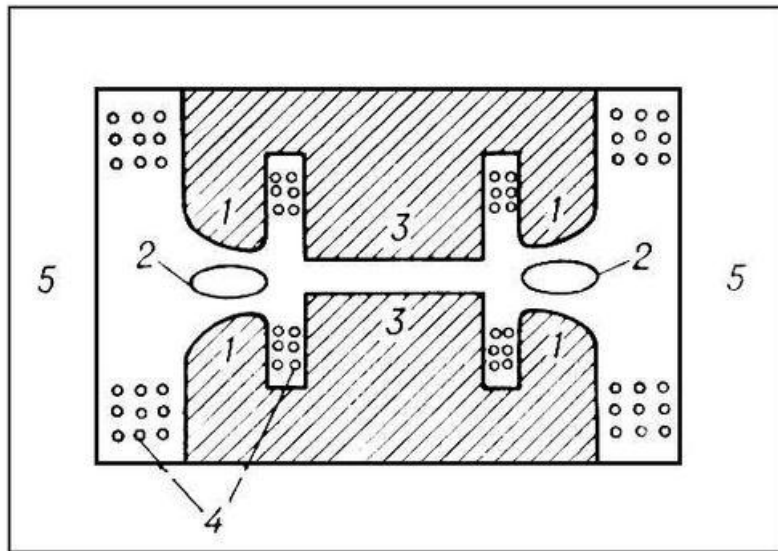
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}; \quad \varepsilon_i = \frac{A^*}{q}; \quad A^* = q \int \vec{E}^* d\vec{l};$$

$$\varepsilon_i = \int \vec{E}^* d\vec{l}; \quad \frac{d\Phi}{dt} \equiv \frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{S} = \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\int \vec{E}^* d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$



БЕТАТРОН

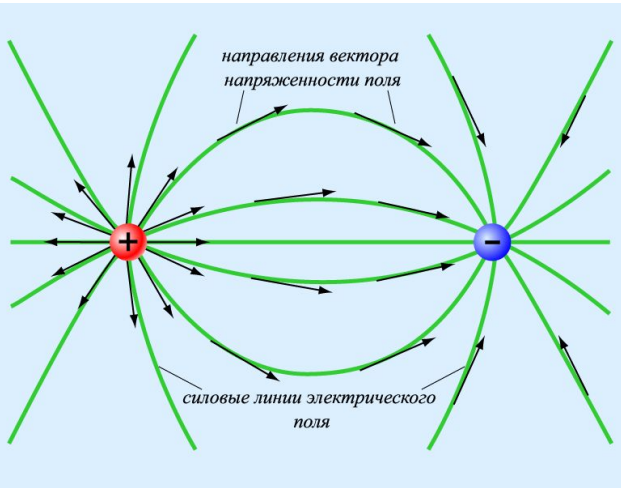


Бетатрон это индукционный ускоритель электронов, в котором ускорение осуществляется вихревым электрическим полем. Состоит из тороидальной вакуумированной камеры (2), помещенной между полюсами электромагнита специальной формы (1). Обмотка электромагнита (4) питается переменным током с частотой ~ 100 Гц.

Переменное магнитное поле выполняет две функции: создает вихревое электрическое поле, ускоряющее электроны и удерживает электроны на орбите постоянного радиуса, совпадающей с осью тороидальной камеры.



ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ



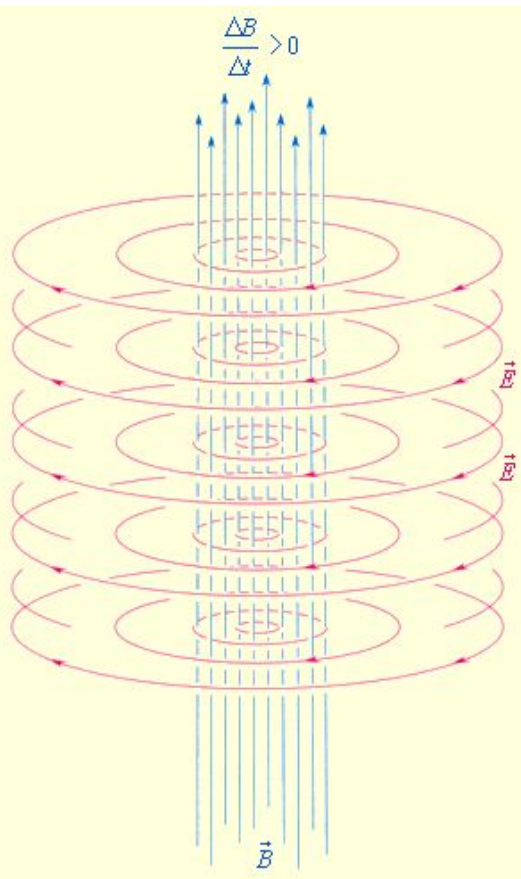
Вихревое электрическое поле $\vec{E}^*$, порождаемое переменным магнитным полем существенно отличается от порождаемого зарядами электростатического поля $\vec{E}_0$.

Электростатическое поле потенциально ($[\nabla \times \vec{E}_0] = 0$), его линии напряженности начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных.

Вихревое поле непотенциально ($[\nabla \times \vec{E}^*] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$), его линии напряженности замкнуты сами на себя, для создания поля требуются не электрические заряды, а меняющееся во времени магнитное поле.

В общем случае $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^* \Rightarrow$

$$[\nabla \times \vec{E}] = [\nabla \times \vec{E}_0] + [\nabla \times \vec{E}^*] \Rightarrow [\nabla \times \vec{E}] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$



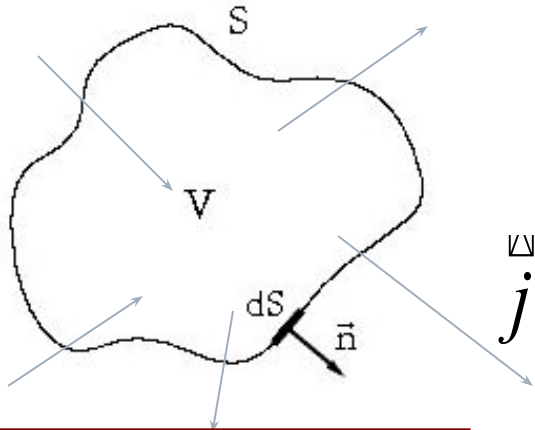
ВСПОМНИМ

Уравнение непрерывности

$$dI = \vec{j} d\vec{S}$$



$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$$



$$\Phi_j = \oint_S \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV$$

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad \left| \oint_S \vec{j} d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{j} dV \right| \quad \text{m. O - } \Gamma$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

- т. Гаусса. Спец название - **уравнение непрерывности** для плотности тока $\vec{j}$

Свидетельствует: **источники поля**

являются те точки среды, в которых происходит убыль ρ

Для постоянного тока

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$



$$\operatorname{div} \vec{j} = 0$$

ПАРАДОКС ТЕОРЕМЫ О ЦИРКУЛЯЦИИ

Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля

$$\left[\nabla \times \vec{H} \right] = \vec{j}; \quad \oint_L \vec{H} d\vec{l} = I \quad (*)$$

интегрируя по поверхности S_1 :

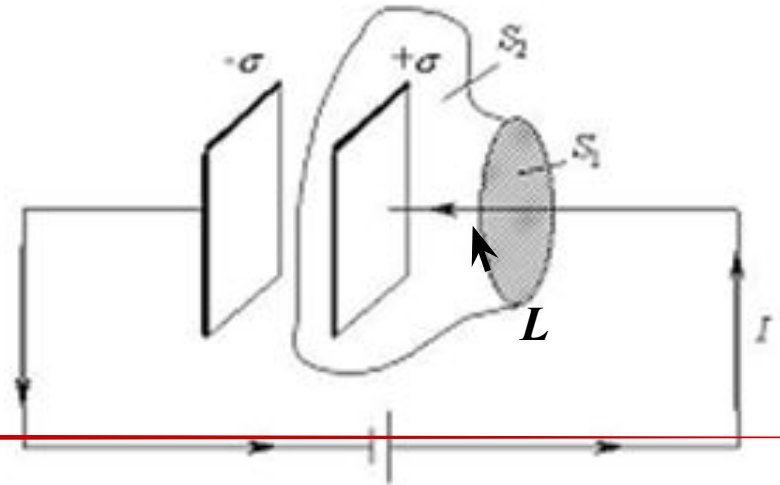
$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_{S_1} \vec{j} dS = I$$

интегрируя по поверхности S_2 ,

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_{S_2} \vec{j} dS = 0$$



???



Полученный результат означает, что в случае изменяющихся со временем полей уравнения перестают быть справедливыми. Они должны быть дополнены слагаемым, зависящим от производной поля по времени. Для стационарных полей это слагаемое обращается в нуль. Найдем его

ТОК СМЕЩЕНИЯ

Ток смещения

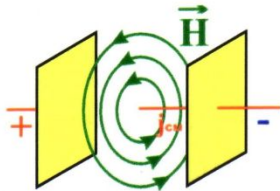
Плотностью тока смещения называется вектор:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

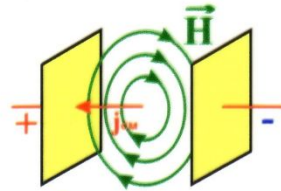
где $\vec{D}$ - вектор электрического смещения

Ток смещения через произвольную поверхность S равен:

$$I_{\text{см}} = \int_S \vec{j}_{\text{см}} d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$$



$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ возрастает



$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ убывает

Ток смещения или изменяющееся во времени электрическое поле вызывает появление магнитного поля

Плотность полного тока равна:

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{см}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

где $\vec{j} = \sigma \vec{D}$ - плотность тока проводимости

Полный ток через поверхность S равен :

$$I_{\text{полн}} = \int_S (\vec{j} + \vec{j}_{\text{см}}) d\vec{S} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

$$\left[\nabla \times \vec{H} \right] = \vec{j} + \vec{j}_c \Rightarrow \nabla \left[\nabla \times \vec{H} \right] = \nabla \vec{j} + \nabla \vec{j}_c;$$

$$\nabla \left[\nabla \times \vec{H} \right] = 0 \Rightarrow \nabla \vec{j} = -\nabla \vec{j}_c;$$

$$\nabla \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow \nabla \vec{j}_c = \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

$$\nabla \vec{D} = \rho;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \vec{D}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow$$

$$\nabla \vec{j}_c = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \vec{D}) = \nabla \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \Rightarrow$$

$$\vec{j}_c = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Rightarrow \left[\nabla \times \vec{H} \right] = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Интегральная форма уравнений

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1)$$

$$\oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (2)$$

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_s (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S} \quad (3)$$

$$\oint_s \vec{D} d\vec{S} = \int_v \rho dV \quad (4)$$

Уравнение (1) является обобщением закона Фарадея (закона электромагнитной индукции), уравнение (3) - обобщенный закон полного тока, уравнения (2) и (4) выражают теорему Остроградского - Гаусса для магнитного и электрического полей, соответственно

Электрическое поле создают либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля.

Магнитное поле создают либо движущиеся электрические заряды, либо изменяющиеся во времени электрические поля

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОРМЕ

Дифференциальная форма уравнений

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

Материальные уравнения :

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

(среда изотропная , несегнетоэлектрическая ,
неферромагнитная)

Граничные условия :

$$\vec{D}_{1n} - \vec{D}_{2n} = \sigma_{\text{пов}}, \quad \vec{E}_{1\tau} = \vec{E}_{2\tau};$$

$$\vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n}, \quad \vec{H}_{1\tau} - \vec{H}_{2\tau} = \vec{j}_{\text{пов}}$$

$\sigma_{\text{пов}}$ - поверхностная плотность свободных электрических
зарядов ,

$\vec{j}_{\text{пов}}$ - поверхностная плотность тока проводимости

УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В ДИФФЕРЕНЦИ- АЛЬНОЙ ФОРМЕ