

<<САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ>>

Лэмбовский сдвиг иона мюонного гелия

Выполнил:

студент 3 курса группы 03.301.50
Физического факультета СамГУ
кафедры общей и теоретической физики
Мухатаев Д.В.

Проверил: Мартыненко А.П.
д.ф.м.н

Самара 2015

Содержание

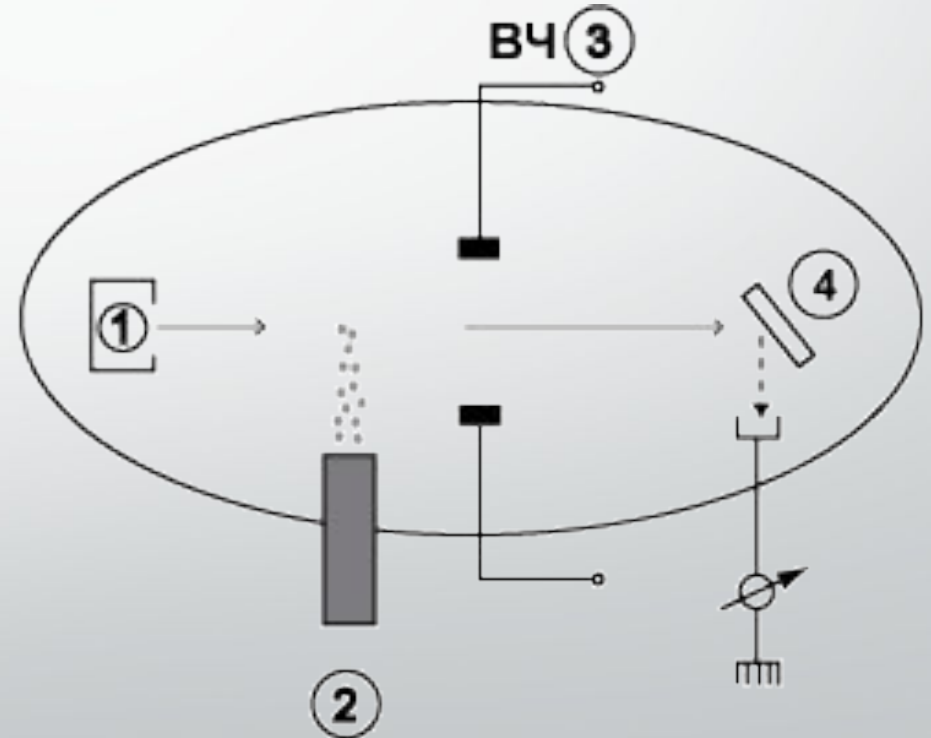
1. Введение
2. Эксперимент Лэмба и Резерфорда
3. Нерелятивистская теория
4. Заключение
5. Список литературы

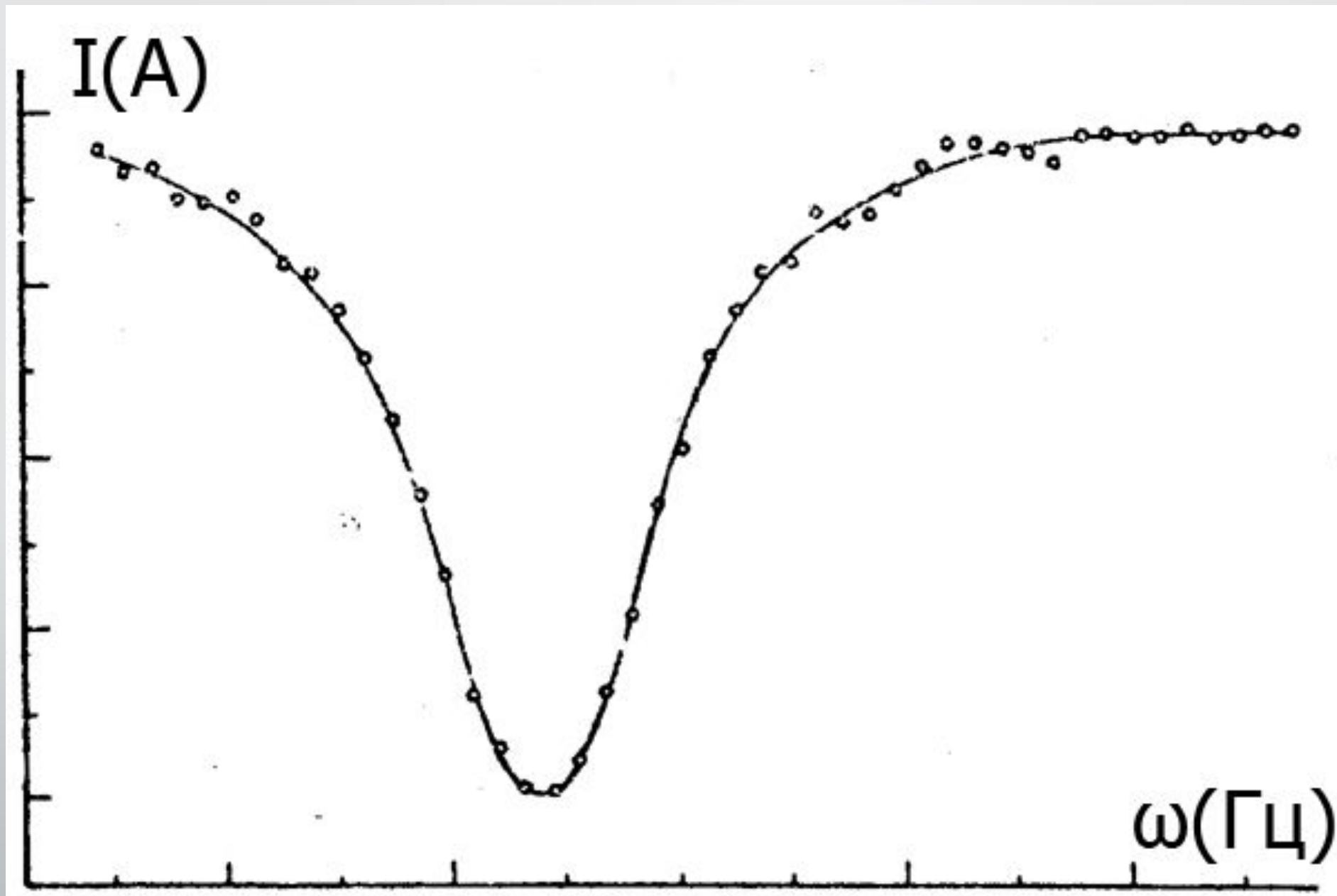
Введение

- Развитие техники радиоспектроскопии атомов и молекул привело к резкому увеличению точности измерения тонкой и сверхтонкой структур в спектрах атомов и молекул. Одной из самых интересных задач, которую можно было поставить благодаря такому увеличению точности, была проверка релятивистского волнового уравнения для одного электрона (уравнения Дирака).

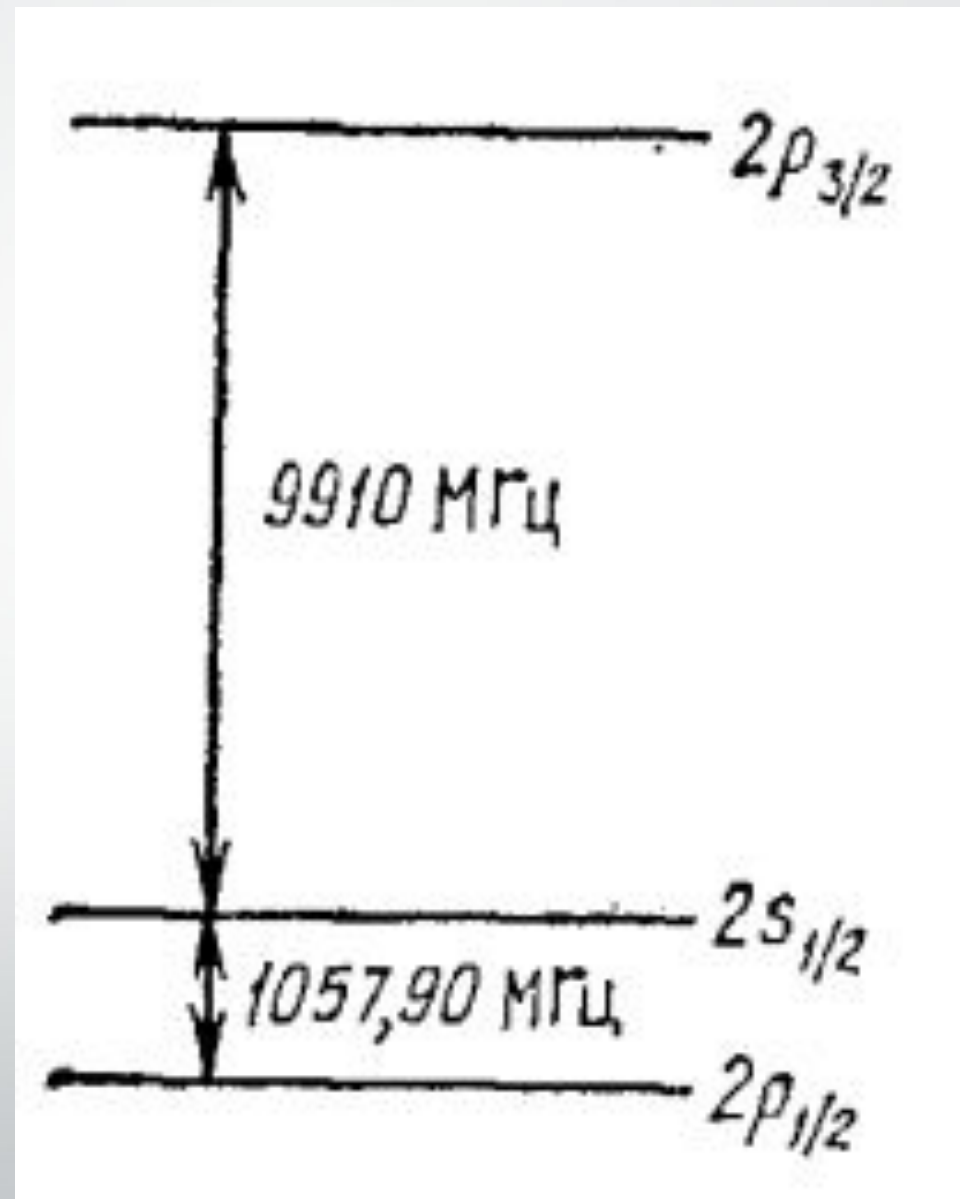
Эксперимент Лэмба и Резерфорда

1. Печь
2. Электронный пучок
3. Источник магнитного излучения
4. Мишень с гальванометром





Разность между уровнями по частотам составляет для водорода $1057,90 \pm 0,06$ МГц



Вывод формулы в рамках нерелятивистской квантовой теории

- $W = mc^2 \left[1 + \left(\frac{\alpha Z}{n - k + (k^2 - \alpha^2 Z^3)^{1/2}} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (1)$
-
- энергия электрона в водородоподобном атоме

$$W = mc^2 - \frac{RZ^3}{n^3} - R \frac{\alpha^3 Z^4}{n^3} \left(\frac{1}{k} - \frac{3}{4n} \right) \quad (2)$$

- $R = \frac{m e^4}{2\hbar^2}$ – потенциал ионизации водорода
- n - главное квантовое число
- $k = j + 1/2$, j - квантовое число полного орбитального момента количества движения
- Z - заряд ядра
- $\alpha = e^2/\hbar c$

$$H\psi = \frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta\psi + U\psi = E\psi \quad (3)$$

- μ - механическая масса
-
- ψ – волновая функция

$$W = -\frac{2e^3}{3\pi\hbar c^3 m^3} \int_0^k k dk \sum_n \frac{|\langle 0|p|n \rangle|^2}{E_n - E_0 + k} \quad (4)$$

- $\langle 0|p|n \rangle$ - матричный элемент оператора импульса
- E_0 и E_n - энергии в начальном и «промежуточном» состояниях

$$W_{\text{своб}} = -\frac{2e^2}{3\pi\hbar c^3 m^3} \int_0^k \langle 0|p^2|0 \rangle dk \quad (5)$$

$$W_{\text{связ}} = -\frac{2e^3}{3\pi\hbar c^3 m^3} \left[\int_0^k \langle 0|p^2|0 \rangle dk + \int_0^k dk \sum_n |\langle 0|p|n \rangle|^2 \left(\frac{k}{E_n - E_0 + k} - 1 \right) \right] \quad (6)$$

- Далее выбирая импульсы свободного и связанного электрона одинаковыми и составляя разность $W_{\text{связ}} - W_{\text{своб}}$

$$W' = \frac{2e^3}{3\pi\hbar c^3 m^3} \int_0^k \sum_n |\langle 0|p|n \rangle|^2 \left(\frac{E_n - E_0}{E_n - E_0 + k} \right) dk \quad (7)$$

Пусть k много больше всех возможных разностей энергий $E_n - E_0$

$$W' = \frac{2e^3}{3\pi\hbar c^3 m^3} \sum_n |\langle 0|p|n \rangle|^2 (E_n - E_0) \ln \left| \frac{k}{E_n - E_0} \right| \quad (8)$$

$$A = \sum_n |\langle 0|p|n \rangle|^2 (E_n - E_0) \quad (9)$$

- $k \approx mc^2$
- Заменяем $\ln|E_n - E_0|$ средним $[\ln|E_n - E_0|]_{cp} = \ln(\Delta E_{cp})$

$$\langle 0|p|n \rangle (E_n - E_0) = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dt} \langle 0|p|n \rangle = \frac{\hbar}{i} \langle 0 \left| \frac{dp}{dt} \right| n \rangle \quad (10)$$

$$A = \frac{\hbar}{2i} \langle 0 \left| \frac{dp^2}{dt} \right| 0 \rangle \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} p^2 = \frac{i}{\hbar} (H p^2 - p^2 H) \quad (12)$$

$$H = \frac{p^2}{2m} - eV \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} p^2 = -\frac{ie}{\hbar} (Vp^2 - p^2V) = ie\hbar(V\Delta - \Delta V) \quad (14)$$

Δ - оператор Лапласа


$$\Delta V = -4\pi eZ\delta(r)$$

$$A = \frac{1}{2} e\hbar^2 \int \psi [V\Delta\psi - \Delta(V\psi)] d\tau = -\frac{1}{2} e\hbar^2 \int \psi^2 \Delta V d\tau = 2\pi\hbar^2 e^2 Z |\psi(0)|^2 \quad (15)$$

Для смещения уровня
водородоподобного атома получаем

$$W' = \frac{4Ze^3}{3} \frac{e^3}{\hbar c} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 \ln \frac{mc^2}{(\Delta E)_{\text{ср}}} |\psi(0)|^2 \quad (16)$$

$$|\psi(0)|^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{Z}{na} \right)^3 \quad (17) \quad ; \quad a = \frac{\hbar^2}{me^2}$$


$$W' = \frac{4}{3\pi} \frac{me^{10}}{\hbar^5 c^3} \frac{Z^4}{n^3} \ln \frac{mc^2}{(\Delta E)_{\text{cp}}} \quad (18)$$

$$R = \frac{me^4}{2\hbar^2}$$

$$W' = \frac{8}{3\pi} \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^3 R \frac{Z^4}{n^3} \ln \frac{mc^3}{(\Delta E)_{\text{cp}}} \quad (19)$$

$$W' = \frac{8}{3\pi} \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^3 R \frac{Z^4}{n^3} \ln \frac{mc^3}{(\Delta E)_{\text{cp}}}$$

- Для численной оценки вклада будем использовать значения физических констант определенных для гелия:
- $Z=2, n=2, (\Delta E)_{\text{cp}} = 20.5 \cdot R, (R=13.5 \text{ эВ}), \hbar=6.582 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с}, \pi=3.14,$
 - $e=1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, c=3 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2$
- $W' = 14100 \text{ МГц}.$

Заключение

- Таким образом мы вычислили лэмбовский сдвиг для гелия в рамках нерелятивистской квантовой механики и полученный результат удовлетворяет современным экспериментальным значениям.
- Лэмбовский сдвиг представляет большой интерес в квантовой физике, с его помощью обнаружили ошибочность уравнения Дирака. Мы видим, что уже в нерелятивистской квантовой механике можно развить теорию, которая даёт результат, достаточно хорошо совпадающий с опытом, несмотря на то, что по существу задача является релятивистской.

Библиографический список

1. Я. А. Смородинский, Журнал "Успехи физических наук" 1949г.
2. У. Паркер, Б. Тэйлор, Д. Лангенберг, Журнал "Успехи физических наук" 1968г.
3. С. Дрелл, Журнал "Успехи физических наук" 1980г.
4. С. Бродский, С. Дрелл, Журнал "Успехи физических наук" 1972г.
5. Peter W. Milonni, The quantum vacuum, Academic press inc. 1994г.
6. Д.В. Сивухин, Атомная и ядерная физика, т.5, издательство "Физико-математическая литература" 2006.
7. Е.Е Салпетер, Журнал "Успехи физических наук" 1953г.



Спасибо за внимание