

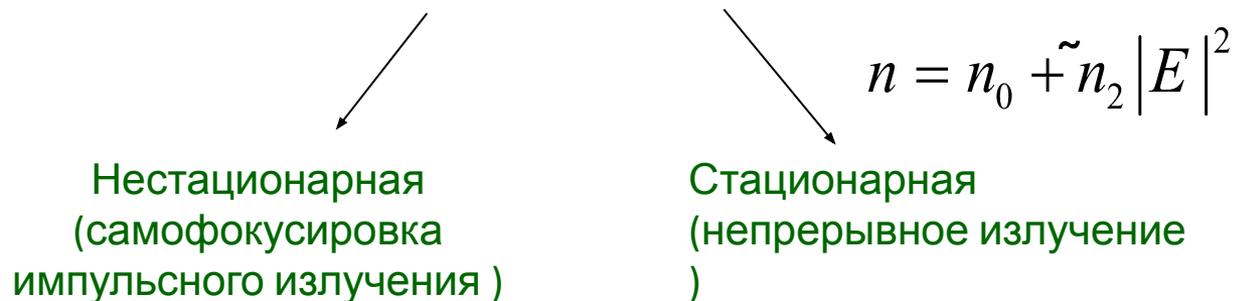
# САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ( САМОФОКУСИРОВКА ) СВЕТА

The refractive index of many optical materials depends upon the intensity of the light used to measure the refractive index  $\Rightarrow$  nonlinear refractive index

Предсказано в 1962 г. Г.А. Аскарьяном.

«Воздействие луча на среду может быть настолько сильным, что создается перепад свойств среды в луче и вне луча, что вызовет волноводное распространение луча и устранил геометрическую и дифракционную расходимость. Это интересное явление можно назвать самофокусировкой электромагнитного луча».

Самофокусировка - пороговый эффект: для ее наблюдения необходимо превышение мощности излучения над критической мощностью самофокусировки (от МВт в конденсированной среде до ГВт в газах).



Оптически  
й эффект  
Керра

# САМОВОЗДЕЙСТВИЕ И САМОФОКУСИРОВКА СВЕТА

В нелинейных средах отлична от нуля *кубичная* нелинейность,  $\chi^{(3)}$  :

$$\vec{P}^{(3)}(\omega) = \hat{\chi}^{(3)}(\omega = \omega + \omega - \omega) \vec{E}(\omega) \vec{E}(\omega) \vec{E}^*(\omega)$$

Если ввести эффективную кубичную нелинейность среды  $\chi^{(3)eff}$  :

$$\vec{P}_i^{(3)}(\omega) = \chi^{(3)eff}(\omega) |\vec{E}(\omega)|^2 \vec{E}_i(\omega)$$

ТО МОЖНО ЗАПИСАТЬ:

$$\begin{aligned} D_i(\omega) &= E_i(\omega) + 4\pi (P_i^L(\omega) + \boxed{P_i(\omega)}) \\ &= \varepsilon_0 E_i(\omega) + 4\pi \chi^{(3)eff}(\omega) |E_i(\omega)|^2 E_i(\omega) = n^2(\omega) E_i(\omega) \end{aligned}$$



$$\varepsilon(E) = \varepsilon_0 + 4\pi \chi^{(3)eff} |E|^2$$

В общем случае  $\varepsilon$  и  $\chi^{(3)}$  - комплексные величины,

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_0' + 4\pi \operatorname{Re} \chi^{(3)eff} |E(\omega)|^2 \quad \text{причем} \quad \varepsilon_0'(\omega) \gg 4\pi \operatorname{Re} \chi^{(3)eff} |E(\omega)|^2$$

обычная диэлектрическая  
проницаемость  
(соответствующая слабому  
световому воздействию)

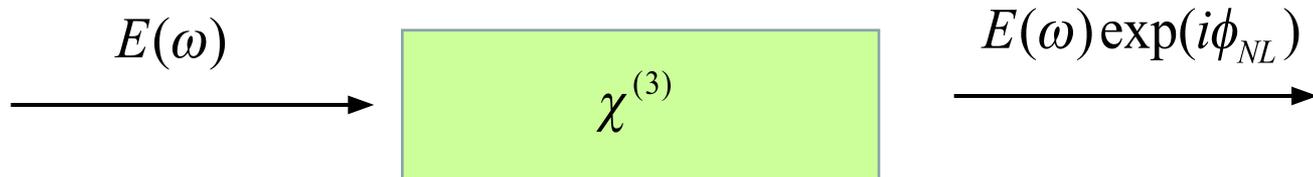
$$n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)} \approx n_0 + \frac{2\pi \chi^{(3)eff}}{n_0} |E|^2$$

или

$$n = n_0 + \tilde{n}_2 \langle |E|^2 \rangle$$

Временное  
усреднение

**Нелинейный показатель преломления** – показывает, с какой скоростью меняется показатель преломления с ростом интенсивности света



$$n = n_0 + \tilde{n}_2 |E|^2, \quad n_0 = \sqrt{1 + 4\pi\alpha} \quad - \text{линейный показатель преломления среды,}$$

$n_2$  – *нелинейная* добавка, определяемая видом нелинейного взаимодействия.

В общем виде: 
$$n = n_0 + \tilde{n}_2 |E|^2 + n_4 |E|^4 + \dots$$

Обычно нелинейный показатель преломления определяется кубичной нелинейностью; высшие члены разложения могут играть роль, например, вблизи резонансов.

### Альтернативный метод описания -

$$n = n_0 + n_2 I + n_4 I^4 + \dots$$

$$I = \frac{cn_0}{8\pi} |E(\omega)|^2$$

- ИНТЕНСИВНОСТЬ СВЕТА

$$n_2 |E|^2 = n_2 I \Rightarrow n_2 = \frac{8\pi}{cn_0} n_2$$

$$n_2 \left[ \frac{cm^2}{Vm} \right] = \frac{16\pi^2 \chi^{(3)eff}}{n_0^2 c}$$

## Типичные значения нелинейного показателя преломления

Mechanism	$n_2$ (cm <sup>2</sup> /W)	$\chi_{1111}^{(3)}$ (esu)	Response time (sec)
Electronic polarization	$10^{-16}$	$10^{-14}$	$10^{-15}$
Molecular orientation	$10^{-14}$	$10^{-12}$	$10^{-12}$
Electrostriction	$10^{-14}$	$10^{-12}$	$10^{-9}$
Saturated atomic absorption	$10^{-10}$	$10^{-8}$	$10^{-8}$
Thermal effects	$10^{-6}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$

$$n_2 = 3 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$$

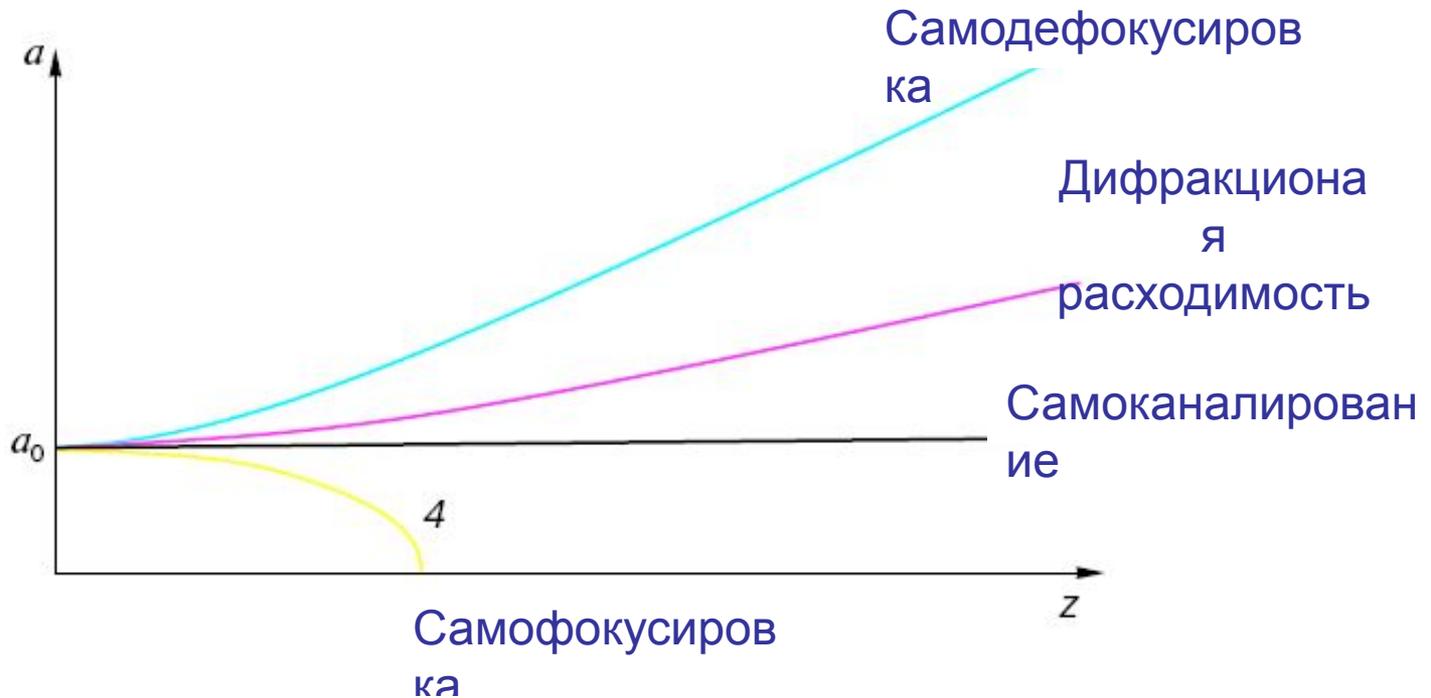
$$n_2 = 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{W}$$

Хотя величина нелинейного показателя преломления очень мала, позже мы покажем, что такое нелинейное взаимодействие **в условиях фазового синхронизма** может приводить к сильнейшим эффектам!

TABLE 4.1.2 Third-order nonlinear optical coefficients of various materials<sup>a</sup>

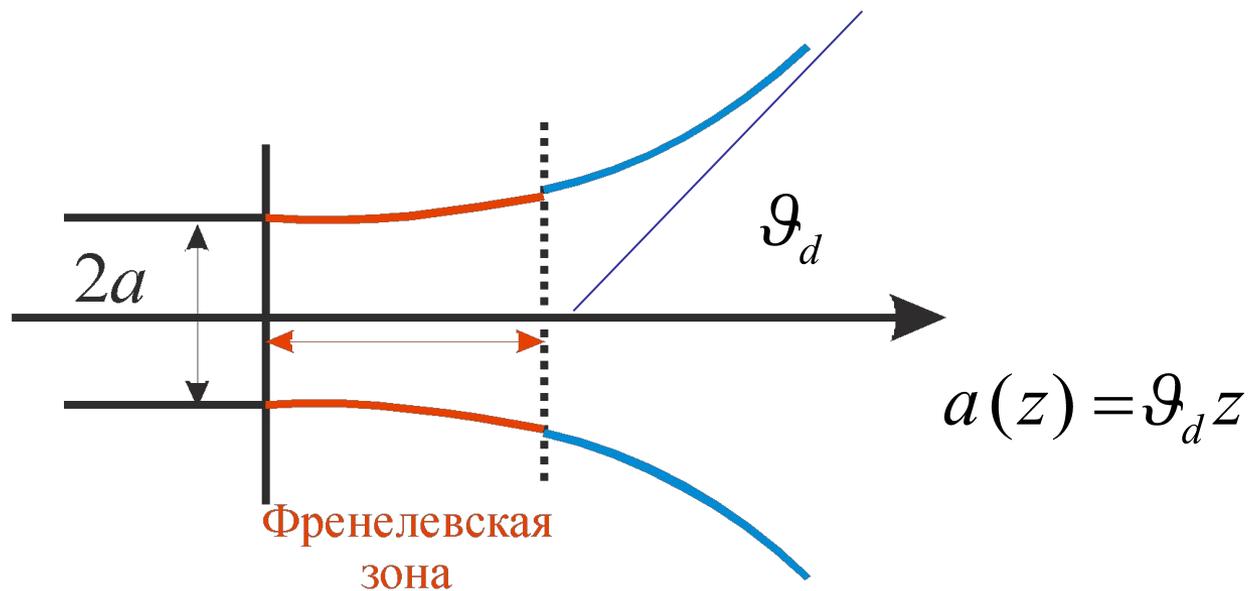
Material	$n_0$	$\chi^{(3)}$ (esu)	$n_2$ (cm <sup>2</sup> /W)	Comments and refere
<i>Crystals</i>				
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.8	$2.2 \times 10^{-14}$	$2.9 \times 10^{-16}$	1
CdS	2.34	$7.0 \times 10^{-12}$	$5.1 \times 10^{-14}$	1, 1.06 $\mu$ m
Diamond	2.42	$1.8 \times 10^{-13}$	$1.3 \times 10^{-15}$	1
GaAs	3.47	$1.0 \times 10^{-10}$	$3.3 \times 10^{-13}$	1, 1.06 $\mu$ m
Ge	4.0	$4.0 \times 10^{-11}$	$9.9 \times 10^{-14}$	2, THG $ \chi^{(3)} $
LiF	1.4	$4.4 \times 10^{-15}$	$9.0 \times 10^{-17}$	1
Si	3.4	$2.0 \times 10^{-10}$	$2.7 \times 10^{-14}$	2, THG $ \chi^{(3)} $
TiO <sub>2</sub>	2.48	$1.5 \times 10^{-12}$	$9.4 \times 10^{-15}$	1
ZnSe	2.7	$4.4 \times 10^{-12}$	$3.0 \times 10^{-14}$	1, 1.06 $\mu$ m
<i>Glasses</i>				
Fused silica	1.47	$1.8 \times 10^{-14}$	$3.2 \times 10^{-16}$	1
As <sub>2</sub> S <sub>3</sub> glass	2.4	$2.9 \times 10^{-11}$	$2.0 \times 10^{-13}$	3
BK-7	1.52	$2.0 \times 10^{-14}$	$3.4 \times 10^{-16}$	1
BSC	1.51	$3.6 \times 10^{-14}$	$6.4 \times 10^{-16}$	1
Pb Bi gallate	2.3	$1.6 \times 10^{-12}$	$1.3 \times 10^{-14}$	4
SF-55	1.73	$1.5 \times 10^{-13}$	$2.0 \times 10^{-15}$	1
SF-59	1.953	$3.1 \times 10^{-13}$	$3.3 \times 10^{-15}$	1
<i>Nanoparticles</i>				
CdSSe in glass	1.5	$1.0 \times 10^{-12}$	$1.8 \times 10^{-14}$	3, nonres.
CS 3-68 glass	1.5	$1.3 \times 10^{-8}$	$2.3 \times 10^{-10}$	3, res.
Gold in glass	1.5	$1.5 \times 10^{-8}$	$2.6 \times 10^{-10}$	3, res.
<i>Polymers</i>				
Polydiacetylenes				
PTS		$6 \times 10^{-10}$	$3. \times 10^{-12}$	5, nonres.
PTS		$-4 \times 10^{-8}$	$-2 \times 10^{-10}$	6, res.
9BCMU			$1.9 \times 10^{-10}$	7, $ n_2 $ , res.
4BCMU	1.56	$-9.2 \times 10^{-12}$	$-1.5 \times 10^{-13}$	8, nonres, $\beta =$ 0.01 cm/MW

# НЕЛИНЕЙНАЯ РЕФРАКЦИЯ



Изменение ширины волнового пучка при дифракции в линейной (1) и нелинейных (2-4) средах

# Самофокусировка ограниченных пучков. Гауссов пучок



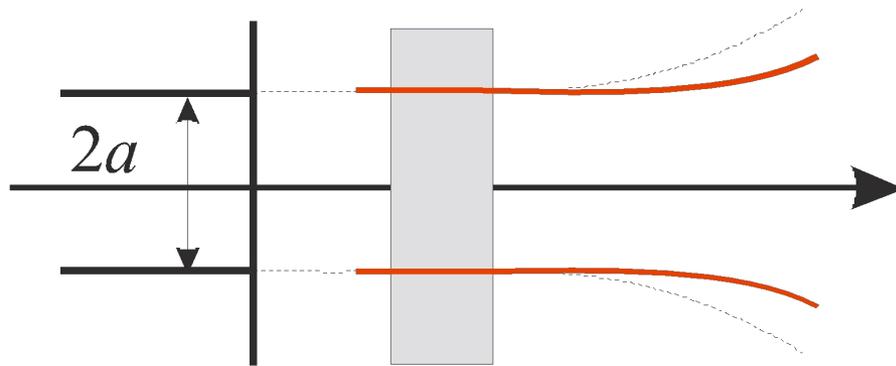
дифракционная длина

$$l_D \approx \frac{a^2}{\lambda} \quad \vartheta_d \approx \frac{0.61\lambda}{2a}$$

$$\lambda = 1 \text{ мкм}, a = 1 \text{ см}, l_D \approx 1 \text{ км}$$

Тонкая нелинейная пластина :  $l \ll l_d$

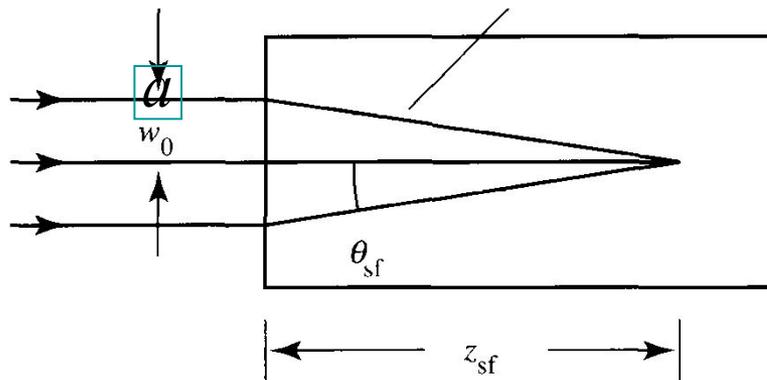
если увеличить толщину нелинейной среды –  
набор тонких пластин



$$n = n_0 + \tilde{n}_2 |E|^2 \dots$$

$$n_2 > 0$$

В тонкой нелинейной пластине сечение пучка остается практически неизменным, меняется только волновой фронт



$$(n_0 + n_2 E^2) z \cos \vartheta_{cf} = n_0 l_{cf}$$

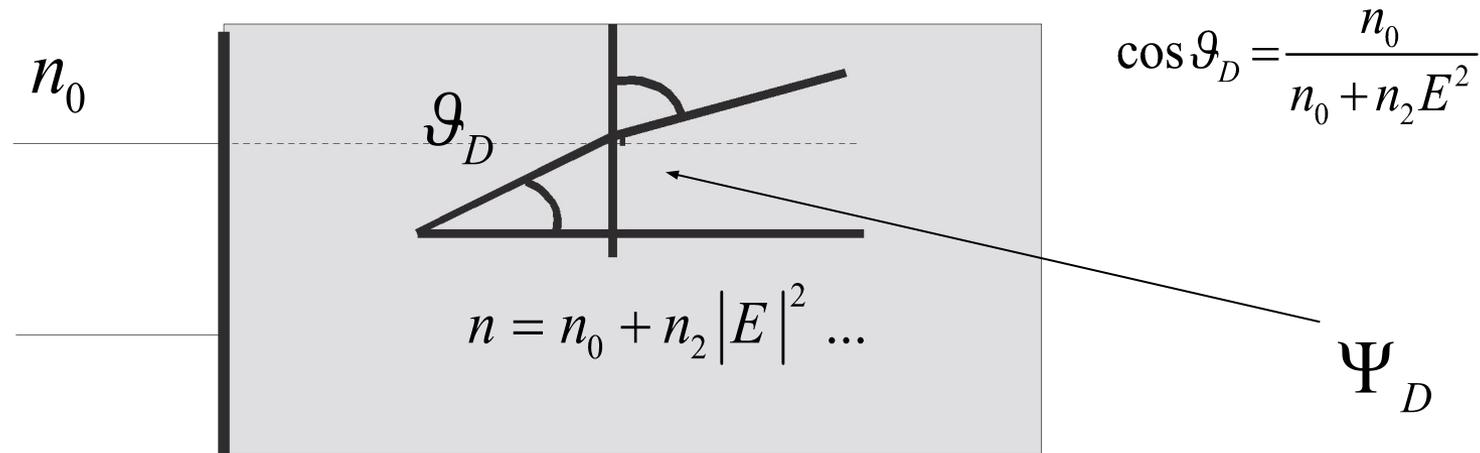
$$\vartheta_{cf} \rightarrow 0 \Rightarrow \cos \vartheta_{cf} \approx 1 - \frac{1}{2} \vartheta_{cf}^2$$

$$\vartheta_{cf} \approx \sqrt{2n_2 I / n_0}$$

$$l_{cf} \approx a / \vartheta_{cf} = a / \sqrt{2n_2 I / n_0}; \quad P > P_{cr}$$

$$l_{cf} \approx a^2 n_0 / 2n_2 I$$

## Критическая мощность, или компенсация дифракционной расходимости:



Пусть среда слабонелинейная, расходимость слабая

$$n_2 E^2 \ll n_0, \quad \vartheta_D \ll 1; \quad \Rightarrow \quad \frac{\vartheta_D^2}{2} \approx \frac{n_2 E^2}{n_0} \quad \vartheta_D \approx \frac{0.61\lambda}{2a}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{0.61\lambda}{2a} \right)^2 = \frac{n_2 E^2}{n_0} \quad E_{\text{критич}}^2 = \frac{(0.61)^2 \lambda^2 n_0}{8 a^2 n_2}$$

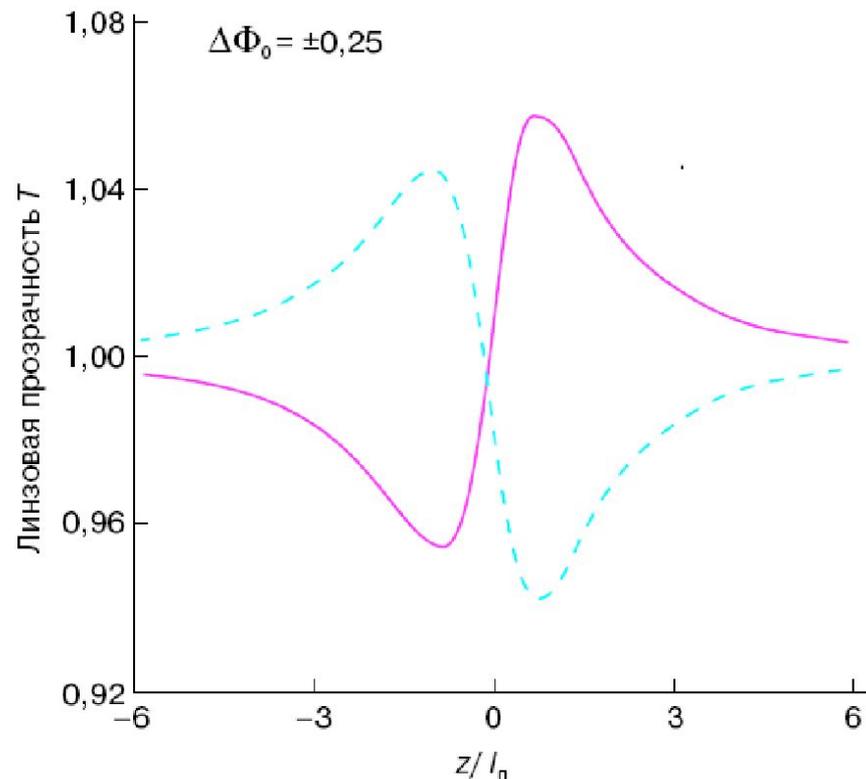
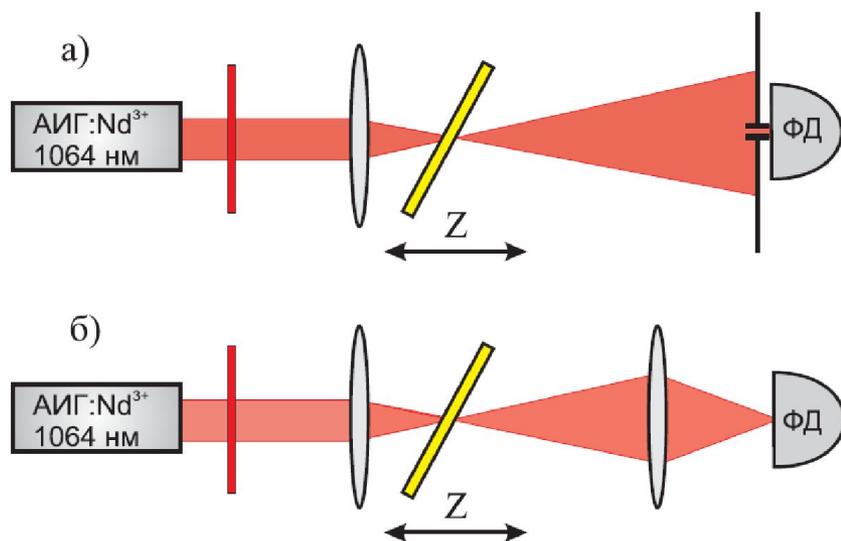
Что происходит в  
фокусе?

$$n = n_0 + n_2 E^2 + n_4 E^4 + \dots$$

Длинные (нс) импульсы: основной нелинейный процесс - двухфотонное поглощение

Короткие (фс) импульсы – нелинейности высших порядков ,  
дефокусировка в самонаведенной лазерной плазме,  
поглощение при многофотонной ионизации, ВКР, пробой

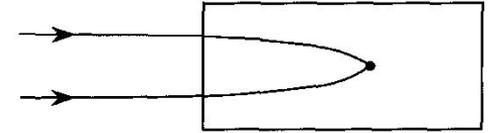
# Метод Z-сканирования



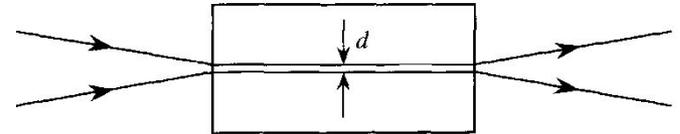
**Рис. 2.** а – Схема экспериментов по наблюдению самофокусировки и дефокусировки: 1 – лазер, 2 – фокусирующая линза, 3 – нелинейный образец, 4 – экран, 5 – фотодетектор, б – графопостроитель. б – Зависимость амплитуды сигнала, принимаемого фотодетектором, от положения образца.

# Эффекты, возникающие в средах с нелинейным показателем преломления

- Самофокусировка (само-дефокусировка) – различаются для импульсного и непрерывного излучения



- Самоканалирование (self-trapping of light)

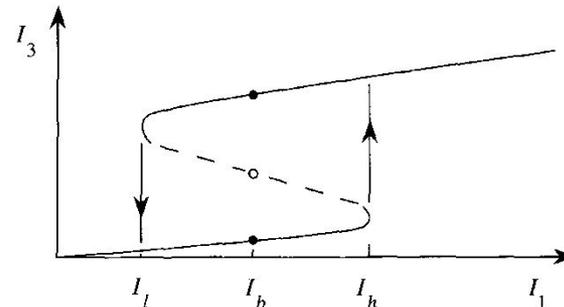


- Филаментация лазерных пучков



- Фазовая самомодуляция (phase conjugation)

- Оптическая бистабильность



## Следствия тензорной природы кубичной восприимчивости:

Эффект нелинейной рефракции определяется *кубичной восприимчивостью*. Это тензор 4-го ранга (81 компонента)  
⇒ тензорный характер эффекта

Для *изотропной среды* и случая :  $\chi_{ijkl} (\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3)$

21 компонента (четное число индексов, соответствующих каждой из осей x,y,z)

$$\chi_{1111} = \chi_{2222} = \chi_{3333}$$

$$\chi_{1122} = \chi_{1133} = \chi_{2211} = \chi_{2233} = \chi_{3311} = \chi_{3322}$$

$$\chi_{1212} = \chi_{1313} = \chi_{2323} = \chi_{2121} = \chi_{3131} = \chi_{3232}$$

$$\chi_{1221} = \chi_{1331} = \chi_{2112} = \chi_{2332} = \chi_{3113} = \chi_{3223}$$

$$1, 2, 3 = x, y, z$$

4 отличные от нуля компоненты кубической восприимчивости (для изотропной нелинейной среды) связаны соотношением:

$$\chi_{1111} = \chi_{1122} + \chi_{1212} + \chi_{1221}$$

-это можно получить, если учесть инвариантность нелинейной поляризации при переходе между двумя координационными системами, повернутыми на произвольный угол ( $45^\circ$ ).

Т.о. кубическая восприимчивость может быть представлена в виде:

$$\chi_{ijkl} = \chi_{1122} \delta_{ij} \delta_{kl} + \chi_{1212} \delta_{ik} \delta_{jl} + \chi_{1221} \delta_{il} \delta_{jk}$$

Рассмотрим, что дает этот результат для описания эффекта нелинейной рефракции,

$$\chi_{ijkl} (\omega = \omega + \omega - \omega) \quad \Rightarrow \quad \chi_{1122} = \chi_{1212}$$

$$\chi_{ijkl} (\omega = \omega + \omega - \omega) = \chi_{1122} \{ \delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} \} + \chi_{1221} \delta_{il} \delta_{jk}$$

Эффект нелинейной рефракции определяется нелинейной поляризацией:

$$P_i(\omega) = 3 \sum \chi_{ijkl} (\omega = \omega + \omega - \omega) E_j(\omega) E_k(\omega) E_l(-\omega)$$

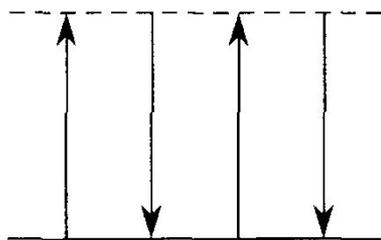
$$P_i(\omega) = 6 \chi_{1122} E_i (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) + 3 \chi_{1221} E_i^* (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})$$

$$A \equiv 3 \chi_{1122} + 3 \chi_{1212} \quad B / 2$$

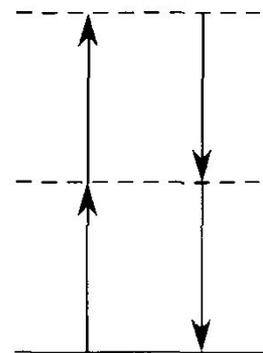
$$\mathbf{P}(\omega) = A \mathbf{E} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) + \frac{1}{2} B (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{E}^*$$

Или полностью в векторной форме:

$$P(\omega) = A \mathbf{E} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) + \frac{1}{2} B (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{E}^*$$



Однофотонный резонанс



Двухфотонный резонанс

## Индукцированный круговой дихроизм

Рассмотрим распространение лазерного пучка в направлении Z через *изотропную* среду с *кубичной* нелинейностью :

$$P_i(\omega) = 3 \sum \chi_{ijkl} (\omega = \omega + \omega - \omega) E_j(\omega) E_k(\omega) E_l(-\omega)$$

$$P_i(\omega) = \underbrace{6 \chi_{1122}}_A E_i(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) + \underbrace{3 \chi_{1221}}_{B/2} E_i^*(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})$$

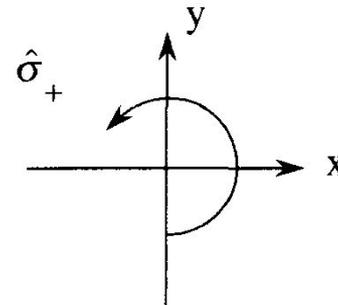
$$\mathbf{P}(\omega) = A \mathbf{E}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) + \frac{1}{2} B (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{E}^*$$

Пусть поляризация излучения *произвольна*; в общем случае

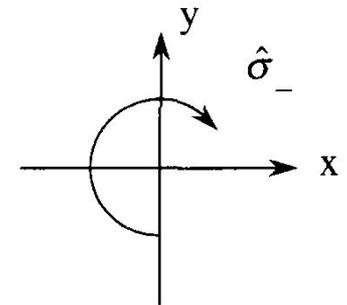
$$\mathbf{E} = E_+ \hat{\sigma}_+ + E_- \hat{\sigma}_-$$

где *единичные вектора для левой и правой циркулярных поляризаций*

$$\hat{\sigma}_\pm = \frac{\mathbf{x} \pm iy}{\sqrt{2}}$$

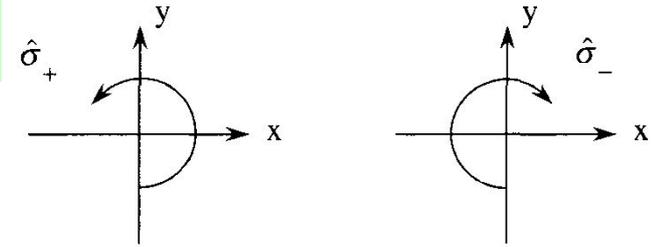


Left-hand circular polarization



$$\mathbf{E} = E_+ \hat{\sigma}_+ + E_- \hat{\sigma}_- \Rightarrow \mathbf{P}(\omega) = A \mathbf{E} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) + \frac{1}{2} B (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{E}^*$$

Поскольку



$$\hat{\sigma}_\pm^* = \hat{\sigma}_\mp, \quad \hat{\sigma}_\pm \cdot \hat{\sigma}_\pm = 0, \quad \hat{\sigma}_\pm \cdot \hat{\sigma}_\mp = 1$$

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* = (E_+ \hat{\sigma}_+ + E_- \hat{\sigma}_-) (E_+^* \hat{\sigma}_+^* + E_-^* \hat{\sigma}_-^*) = E_+^* E_+ + E_-^* E_- = |E_+|^2 + |E_-|^2$$

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{E} = (E_+ \hat{\sigma}_+ + E_- \hat{\sigma}_-) (E_+ \hat{\sigma}_+ + E_- \hat{\sigma}_-) = E_+ E_- + E_- E_+ = 2E_+ E_-$$



$$\mathbf{P}(\omega) = A \mathbf{E} (|E_+|^2 + |E_-|^2) + B (E_+ E_-) \mathbf{E}^*$$

Если теперь представить и нелинейную поляризацию через циркулярные составляющие

$$\mathbf{P} = P_+ \hat{\sigma}_+ + P_- \hat{\sigma}_-$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_+ &= A (|E_+|^2 + |E_-|^2) E_+ + B (E_+ E_-) E_-^* = A (|E_+|^2 + |E_-|^2) E_+ + B |E_-|^2 E_+ = \\ &= A |E_+|^2 E_+ + (A + B) |E_-|^2 E_+ \end{aligned}$$

Аналогично

$$\mathbf{P}_- = A |E_-|^2 E_- + (A + B) |E_+|^2 E_-$$

Запишем эти равенства через *нелинейные восприимчивости для циркулярно поляризованных волн*, при этом введем нелинейные восприимчивости для левой и правой циркулярных поляризаций;

эти выражения подставим в волновое уравнение

$$\mathbf{P}_{\pm} \equiv \chi_{\pm}^{NL} \mathbf{E}_{\pm} ; \quad \chi_{\pm}^{NL} = A |E_{\pm}|^2 + (A + B) |E_{\mp}|^2$$

$$\nabla^2 \mathbf{E}(z, t) = \frac{\varepsilon^{(1)}}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(z, t)}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2}$$

В циркулярных поляризациях

$$\nabla^2 E_{\pm}(z, t) = \frac{\varepsilon_{\pm}^{eff}}{c^2} \frac{\partial^2 E_{\pm}(z, t)}{\partial t^2}$$

$$\varepsilon_{\pm}^{eff} = \varepsilon^{(1)} + 4\pi \chi_{\pm}^{NL}$$

Решение этого уравнения дает значения для фазовых скоростей распространяющихся волн

$$v_{\pm} = \sqrt{\varepsilon_{\pm}^{eff}}$$

Учтем, что

$$\begin{aligned} n_{\pm}^2 = \varepsilon^{(1)} &\Rightarrow n_{\pm}^2 = n_0^2 + 4\pi \chi_{\pm}^{NL} = n_0^2 + 4\pi \left\{ A |E_{\pm}|^2 + (A + B) |E_{\mp}|^2 \right\} \\ &= n_0^2 \left( 1 + \frac{4\pi}{n_0^2} \left\{ A |E_{\pm}|^2 + (A + B) |E_{\mp}|^2 \right\} \right) \end{aligned}$$

Таким образом

$$n_{\pm} \approx n_0 + \frac{2\pi}{n_0} \left\{ A |E_{\pm}|^2 + (A+B) |E_{\mp}|^2 \right\},$$

т.е. *левая и правая* циркулярно поляризованные компоненты пучка *распространяются с разными фазовыми скоростями*

$$\Delta n \equiv n_+ - n_- = \frac{2\pi B}{n_0} \left\{ |E_-|^2 - |E_+|^2 \right\}$$

(причем разность  $\Delta n$  зависит только от коэффициента  $B$ ).

***Итак, эллипс поляризации будет вращаться по мере распространения в нелинейной среде.***

Найдем выражение для угла поворота.

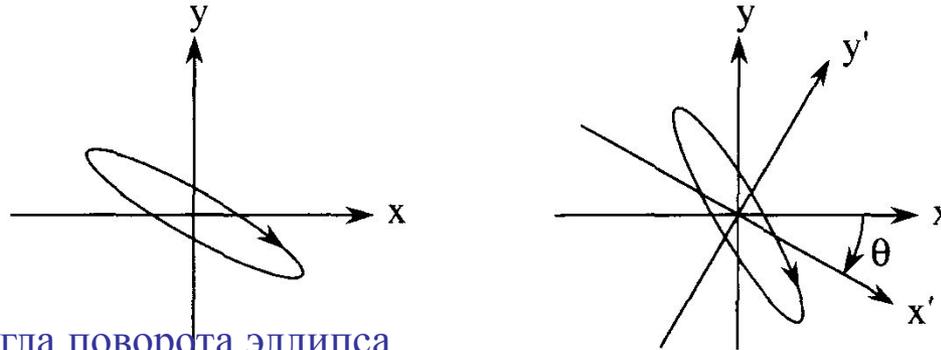
$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z) &= \mathbf{E}_+ \hat{\mathbf{e}}_+ + \mathbf{E}_- \hat{\mathbf{e}}_- = A_+ e^{in_+\omega z/c} \hat{\mathbf{e}}_+ + A_- e^{in_-\omega z/c} \hat{\mathbf{e}}_- = \\ &= \left( A_+ e^{i(1/2)\Delta n \omega z/c} \hat{\mathbf{e}}_+ + A_- e^{-i(1/2)\Delta n \omega z/c} \hat{\mathbf{e}}_- \right) e^{i(1/2)(n_+ + n_-)\omega z/c} \end{aligned}$$

Если ввести средний волновой вектор и угол, соответственно, как

$$\left. \begin{aligned} k_m &\equiv \frac{1}{2} (n_+ + n_-) \frac{\omega}{c}, \\ \theta &= \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} z \Delta n \end{aligned} \right\} \mathbf{E}(z) = \left( A_+ \hat{\mathbf{e}}_+ e^{i\theta} + A_- \hat{\mathbf{e}}_- e^{-i\theta} \right) e^{ik_m z}$$

$$\mathbf{E}(z) = \left( A_+ \hat{\sigma}_+ e^{i\theta} + A_- \hat{\sigma}_- e^{-i\theta} \right) e^{ik_m z}$$

- это уравнение для волны, имеющей ту же эллиптичность поляризации, что и падающая волна, но повернутую на угол  $\theta$  :



Т.о. измерение угла поворота эллипса поляризации – метод измерения нелинейного коэффициента  $B$ .

$$\Delta n \equiv n_+ - n_- = \frac{2\pi B}{n_0} \left\{ |E_-|^2 - |E_+|^2 \right\}$$

Вращения эллипса поляризации нет, если

1. Падающее излучение циркулярно поляризовано, т.е. существует  $\sigma_+$  или  $\sigma_-$
2. Падающее излучение поляризовано линейно ,  $E_+ = E_-$

Таким образом, достаточно интенсивный луч лазера может вызвать заметное **изменение показателя преломления среды** =>

*самофокусировка (дефокусировка) и нелинейное поглощение*

**Самофокусировка** возникает при распространении в среде **ограниченных пучков**

$n_2 > 0$  - Как правило, в прозрачных средах – **самофокусировка**:  
области максимальной интенсивности оказываются  
оптически более плотными

$n_2 < 0$  - Чаще всего, в средах с поглощением

Под действием света в веществе наводится керровская линза,  
тип которой – собирающая или рассеивающая – зависит от знака  
нелинейности

«Сова стала объяснять, что такое Необходимая или Соответствующая Спинная Мускулатура. Она уже объясняла это когда-то Пуху и Кристоферу Робину и с тех пор ожидала удобного случая, чтобы повторить объяснения, потому что это такая штука, которую вы спокойно можете объяснять два раза, не опасаясь, что кто-нибудь поймет, о чем вы говорите.» А. Милн «Винни Пух и Все-Все-Все...»

---

## **(Квази)стационарная и нестационарная самофокусировка**

Квазистационарная самофокусировка ( $\tau_{имп} \gg \tau_0$ )

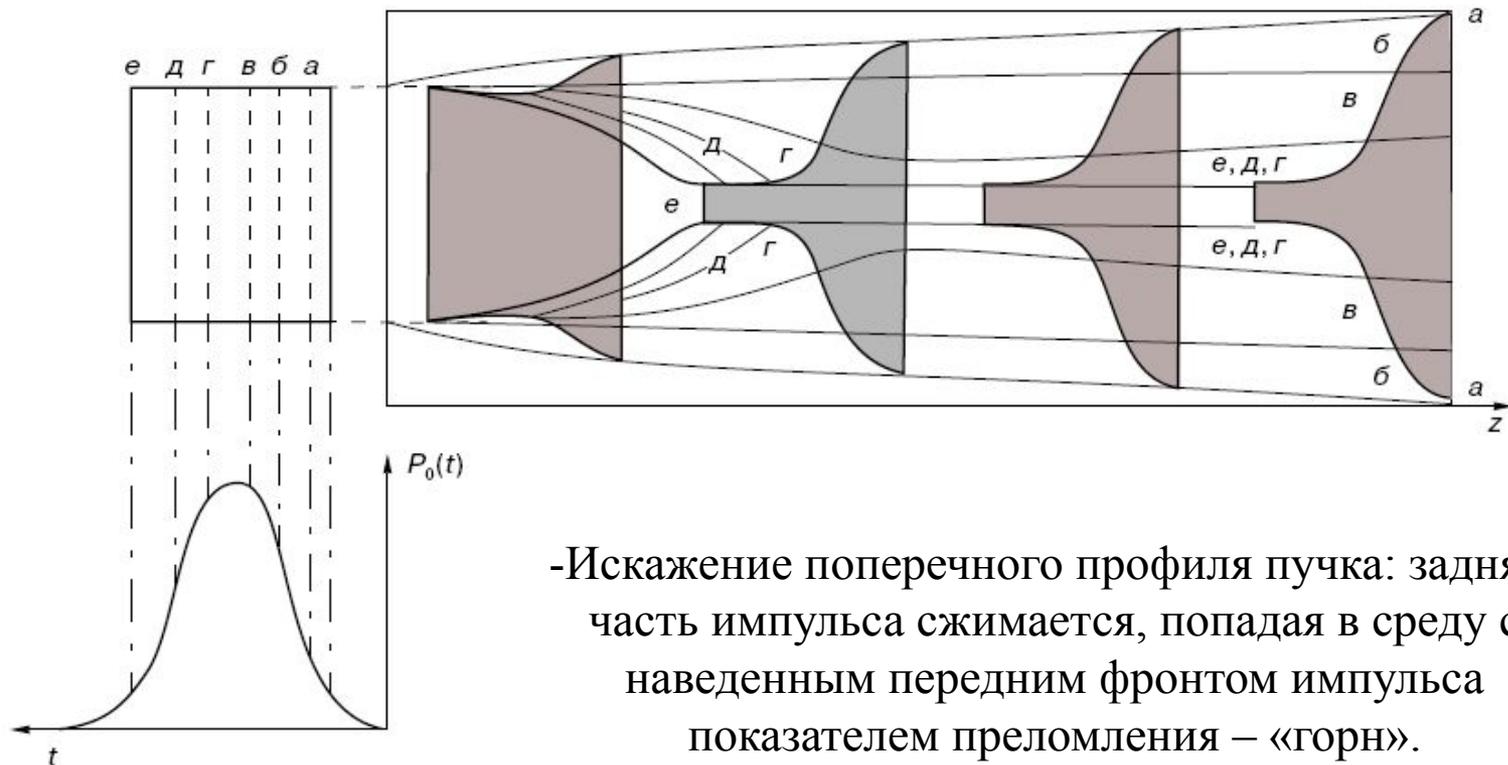
(длительность импульса много БОЛЬШЕ, чем время отклика среды).

- разбиение лазерного пучка на нити;
- след движущегося фокуса, оставляемого им на фотографии при большом времени экспозиции

## Нестационарная самофокусировка

Если длительность импульса света МЕНЬШЕ или сравнима с временем установления  $\Delta n$  ( $\tau_{имп} \leq \tau_0$ ) – необходимо учитывать изменение  $\Delta n$  за время действия импульса  $\Rightarrow$  нестационарная самофокусировка.

$$n(t) \approx n_0 + \frac{\partial n}{\partial t} \delta T$$



-Искажение поперечного профиля пучка: задняя часть импульса сжимается, попадая в среду с наведенным передним фронтом импульса показателем преломления – «горн».

Рис. 4. Последовательные стадии развития нестационарной самофокусировки короткого светового импульса в среде с релаксирующей нелинейностью.

# Тепловая самофокусировка

Поглощающая среда,  $I = I_0 \exp(-\alpha z)$ .

$$n(t) \approx n_0 + \frac{dn}{dT} \delta T$$

Лазерно-индуцированное изменение  $T$

Вклад *тепловых эффектов* в нелинейность среды.

Нагрев среды при поглощении света  $\Rightarrow$  изменение плотности  $\Rightarrow$  изменение показателя преломления (характерные времена до единиц сек).

Уравнение

теплопроводности:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \zeta \nabla^2 T + \alpha \frac{en}{8\pi} E_0^2 \exp(-\alpha z)$$

$\alpha I(z)$

теплоемкость  
единицы  
объема

$c$  - удельная теплоемкость

$c$  - скорость света

$\zeta$  - теплопроводность (температуро- $\eta(T) = n_0 + \frac{dn}{dT} \delta T$ )

$\rho$  - плотность вещества

$\alpha$  - коэффициент поглощения

Лазерно индуцированное  
изменение температуры  
вещества

$$n(T) = n_0 + \frac{dn}{dT} \delta T$$

самофокусировка

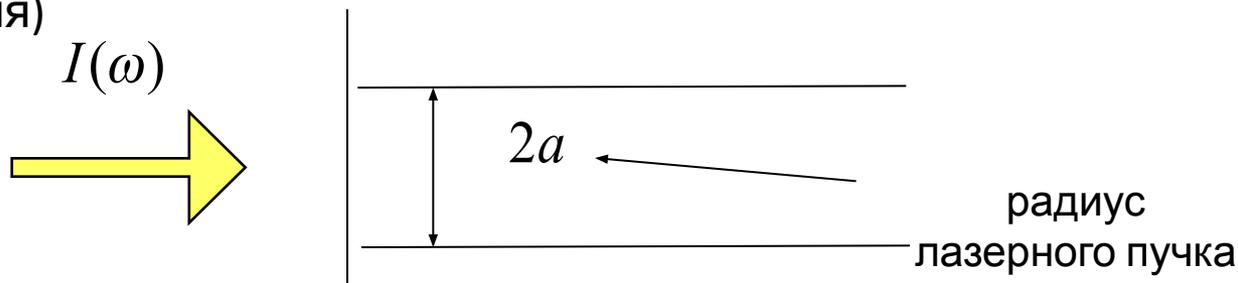
> 0

В общем случае –  
нелокальный эффект

Механизмы: - изменение плотности вещества;  
- спектральный сдвиг полосы поглощения

# 1. Стационарная тепловая самофокусировка

(в том числе наблюдается в среде под воздействием непрерывного излучения)



$\tau_{имп} \boxtimes \tau_T$

Характерное время  
установления  
распределения

температуры в среде

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{\delta T}{\tau_T}; \quad \nabla^2 T \approx \frac{T}{a^2} \Rightarrow \rho c_T \frac{T}{\tau_T} = \zeta \frac{T}{a^2} + \alpha I(z)$$

Если внешнее излучение выключили:  $\rho c \frac{T}{\tau_T} = \zeta \frac{T}{a^2} \Rightarrow \tau_T = \rho c \frac{a^2}{\zeta}$

Оценим время  $\tau$ :  $\rho c_T = 10^6 \text{ Дж К / м}^3$ ,  $\zeta = 1 \text{ Вт К / м}$ ,  $a = 1 \text{ мм} \Rightarrow \tau_T \approx 1 \text{ сек.}$

$\Rightarrow$  важна *интенсивность* лазерного излучения; в то время как для коротких импульсов – плотность потока энергии (.. на единицу площади)

## Тепловой механизм изменения показателя преломления среды под действием *непрерывного* излучения

Для оценки максимальной температуры

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \zeta \nabla^2 T + \alpha \frac{cn}{8\pi} E_0^2 \exp(-\alpha z)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx 0; \quad \nabla^2 T \approx \frac{T}{a^2} \Rightarrow$$

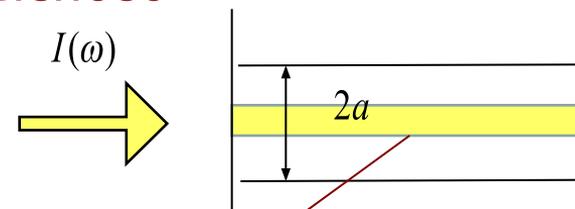
$$-\alpha I = \zeta \frac{T}{a^2} \Rightarrow$$

$$T_{\max} \approx \frac{\alpha a^2 I_{\max}}{\zeta}$$

$$\Delta n = \left( \frac{dn}{dT} \right) \frac{\alpha I_{\max} a^2}{\zeta}, \quad \Delta n = n_T^{(2)} I_{\max}, \quad n_T^{(2)} = \left( \frac{dn}{dT} \right) \frac{\alpha \cdot a^2}{\zeta}$$

$$\left( \frac{dn}{dT} \right) = 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \alpha = 1 \text{ см}^{-1}, \quad a = 1 \text{ см} \Rightarrow n_T^{(2)} \approx 3 \times 10^{-5} \text{ см}^2 / \text{Вт}$$

$$n_T^{(2)} = 3 \times 10^{-5} \text{ см}^2 / \text{Вт}$$



Температура в центре лазерного пучка

Т.о. *термические эффекты* являются доминирующими в изменении нелинейного показателя преломления среды под действием *непрерывного лазерного излучения*

## 2. Нестационарная самофокусировка

$$\tau_{умп} \leq \tau_T$$

- необходимо вначале учитывать процесс установления температуры в нелинейной среде
- Невозможность описания отклика среды в терминах  $\tau_{умп}$ , поскольку он определяется изменяющимся за время импульса (нелинейным) показателем преломления

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \zeta \nabla^2 T + \alpha \frac{cn}{8\pi} E_0^2 \exp(-\alpha z);$$

$\rho_0 = \rho(T)$ ,  $\zeta = \zeta(T)$ ,  $\alpha = \alpha(T)$

- т.к. за время  $\tau_{умп}$  ничтожно малая часть энергии уходит из области взаимодействия

Нелинейный  
показатель  
преломления

$$\delta T(t) = \alpha \frac{cn E_0^2 t}{8\pi \rho c}$$

$$n(T) = n_0 + \frac{dn}{dT} \delta T$$



$$n_2(t) = \frac{dn}{dt} \frac{cn}{8\pi \rho c} t$$

Время установления  $T$

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{\delta T_{\max}}{\tau_{умп}} \quad \delta T_{\max} = \alpha \frac{I_{\max}}{\rho_0 \zeta} \tau_{умп}$$

**В каком случае термическая нелинейность будет равна электронной?**

$$\frac{dn}{dT} \delta T_{\max} = \alpha \frac{I_{\max}}{\rho_0 \zeta} \tau_{умп} \quad \frac{dn}{dT} = n_{el}^{(2)} I_{\max}$$

$$\tau_{умп} \geq \frac{n_{el}^{(2)} \rho_0 \zeta}{dn/dT \alpha} \approx 30 \text{ пс} \quad \text{при } n_{el}^{(2)} \approx 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$$