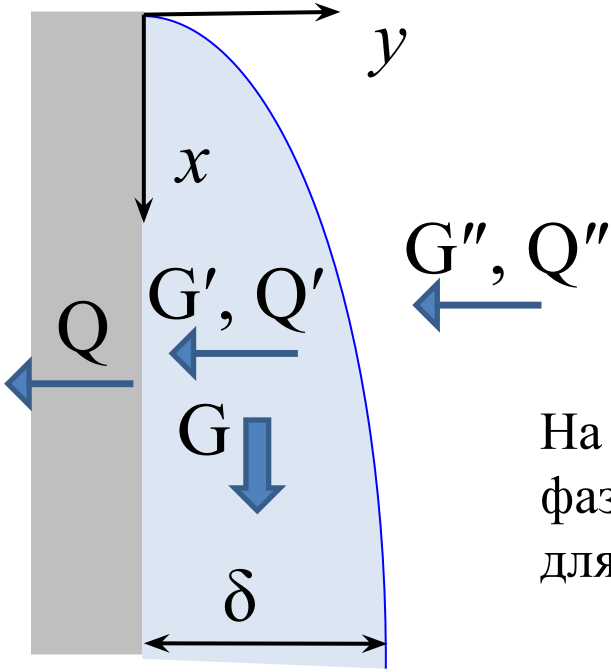
Балансовые соотношения



Баланс массы: $G'' = G' = G$

Баланс тепла:

$$Q' = Q'' + rG + C''_{p} G \Delta T$$

$$Q = Q' + \frac{1}{2} C'_p G \Delta T_\delta$$

На практике обычно не учитывают сопротивление фазового перехода и теплоту, которую надо отвести для охлаждения жидкости:

$$Q = Q'' + rG$$

Расход жидкости: $G = \rho' \overline{w}_x b\delta$ (b – ширина пластины)

Полный тепловой поток: $Q = \overline{\alpha} \Delta T H b = rG = r\rho' \overline{w}_x b\delta$

$$\frac{\overline{w}_x \delta}{\nu'} = \mathrm{Re} = \frac{\overline{\alpha} \Delta T H}{r \rho' \nu'}$$

В задачах конденсации число Рейнольдса определяет не только характер течения, но и интенсивность теплообмена!

Средний по высоте тепловой поток: $\bar{q} = \bar{\alpha}\Delta T = \frac{1}{H}\int_0^H q\,dx$

Средняя по сечению скорость: $\bar{w}_x = \frac{1}{\delta}\int_0^\delta w_x\,dy$

$$Q = \bar{q}Hb \Rightarrow \frac{Q}{b} = \int_0^H q\,dx \qquad G = \rho'\bar{w}_x b\delta \Rightarrow \frac{G}{b} = \rho'\int_0^\delta w_x\,dy$$

$$Q = rG \Rightarrow \int_0^H q\,dx = r\rho'\int_0^\delta w_x\,dy$$

Продифференцируем это уравнение по x:

$$q = r\rho'\frac{d}{dx}\int_0^\delta w_x\,dy$$

Система уравнений

Жидкость и пар (кроме слоя Кнудсена) считаются сплошной средой, поэтому система уравнений не отличается от той, которая применялась для конвекции.

Уравнение неразрывности: $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\left(\rho \vec{w}\right) = 0$

Уравнение движения: $\rho \dfrac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \rho\left(\vec{w}\nabla\right)\vec{w} = -\mathrm{grad}p + \rho \vec{g} + \mu \Delta \vec{w}$

Уравнение энергии: $\rho C_p \dfrac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \left(\vec{w}\nabla\right) T = \lambda \Delta T + q_v$

Для пленки жидкости можно использовать **приближение пограничного слоя**:

$$\delta << H, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} << \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

В случае турбулентного течения надо также учесть перенос импульса и энергии турбулентными пульсациями.

Граничные условия

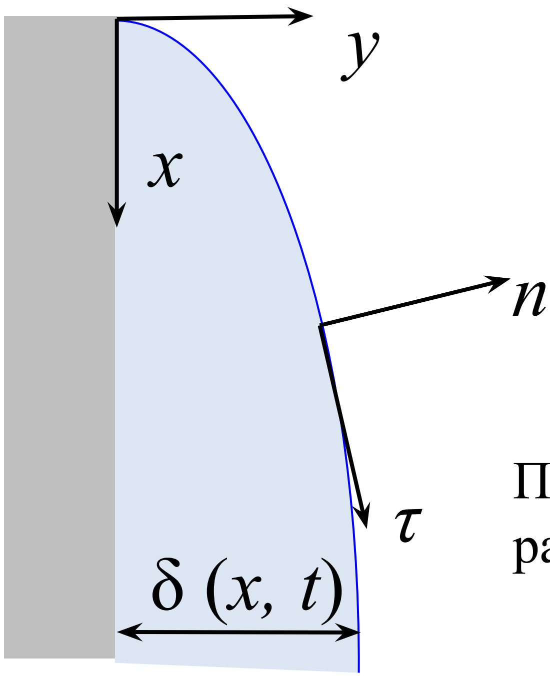
Граничные условия на стенке и вдали от нее формулируются так же, как в задачах конвекции: на стенке – условие прилипания, на бесконечности задаются скорость и температура пара.

Дополнительная сложность: надо задать граничные условия на поверхности раздела фаз пар – жидкость.

Почему это сложно?

1) Форма межфазной поверхности не известна заранее, а определяется в ходе решения задачи.

2) Может требоваться учет неравновесных эффектов на межфазной поверхности. На межфазной поверхности есть скачок параметров (температуры, скорости, давления).



x, y – лабораторная система координат

n, τ – система координат, связанная с поверхностью

На непроницаемой поверхности для скорости задается условие прилипания:

$$w'_n = w''_n, \quad w'_\tau = w''_\tau$$

При наличии потока массы j (w_0 – скорость границы раздела фаз в лабораторной системе координат):

$$w'_n = w_0 - j/\rho', \quad w''_n = w_0 - j/\rho''$$

$$\rho'\left(w'_n - w_0\right) = \rho''\left(w''_n - w_0\right)$$

В связанной с поверхностью системе координат поток массы пара равен потоку массы жидкости, т.е. сколько пара конденсируется, столько жидкости образуется.

Для касательной проекции скорости: $w'_\tau = w''_\tau + \Delta w_{\text{к}}$

$\Delta w_{\text{к}} = f\left(j\right)$ – скорость скольжения, вызванная неравновесностью

Граничное условие для напряжений: $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i}\right)$

На непроницаемой плоской поверхности напряжения в разных фазах одинаковы. На криволинейной поверхности надо учесть скачок давлений для нормальных напряжений:

$$-p' + 2\mu' \frac{\partial w'}{\partial n} + \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = -p'' + 2\mu'' \frac{\partial w''}{\partial n}$$

$$\mu'\left(\frac{\partial w_n'}{\partial \tau} + \frac{\partial w_\tau'}{\partial n}\right) = \mu''\left(\frac{\partial w_n''}{\partial \tau} + \frac{\partial w_\tau''}{\partial n}\right)$$

При наличии потока массы через границу переносится также импульс!

$$-p' + 2\mu' \frac{\partial w'}{\partial n} + \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = -p'' + 2\mu'' \frac{\partial w''}{\partial n} + j\left(w_n' - w_n''\right)$$

$$\mu'\left(\frac{\partial w_n'}{\partial \tau} + \frac{\partial w_\tau'}{\partial n}\right) = \mu''\left(\frac{\partial w_n''}{\partial \tau} + \frac{\partial w_\tau''}{\partial n}\right) + j\Delta w_{ск}$$

Граничное условие для температуры

Если неравновесные эффекты не учитываются, то температуры фаз одинаковы. В общем случае

$$T' = T'' - \Delta T_{ф}$$

Граничное условие для потока энергии

На непроницаемой поверхности потоки энергии в разных фазах одинаковы:

$$\lambda' \frac{\partial T'}{\partial n} = \lambda'' \frac{\partial T''}{\partial n}$$

При наличии фазового перехода надо учесть его теплоту:

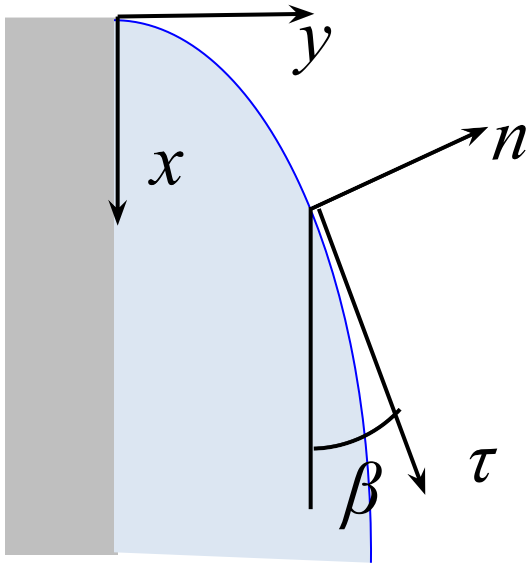
$$\lambda' \frac{\partial T'}{\partial n} = \lambda'' \frac{\partial T''}{\partial n} + jr$$

Это выражение можно применять, если скорости фаз малы в сравнении со скоростью звука. В общем случае кроме теплового потока надо учесть поток кинетической энергии, работу сил давления и вязкого трения:

$$\sigma'_n w'_n + \sigma'_\tau w'_\tau + j\left(h' + \frac{w'^2}{2}\right) + \lambda' \frac{\partial T'}{\partial n} = \sigma''_n w''_n + \sigma''_\tau w''_\tau + j\left(h'' + \frac{w''^2}{2}\right) + \lambda'' \frac{\partial T''}{\partial n}$$

Кинематическое граничное условие для поверхности: $$\frac{\partial\delta}{\partial t}+w'_{\tau}\frac{\partial\delta}{\partial\tau}=w_{0n}$$

Связь производных в разных системах координат



$$\frac{\partial}{\partial x}=\cos\beta\frac{\partial}{\partial\tau}-\sin\beta\frac{\partial}{\partial n}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}=\sin\beta\frac{\partial}{\partial\tau}+\cos\beta\frac{\partial}{\partial n}$$

$$\mathrm{tg}\beta=\frac{\partial\delta}{\partial x}$$

При малой толщине пленки можно считать $\beta\approx 0$.