



Раздел 1: Механика

Тема1. Кинематика	2	2		
Тема2. ДПД	2	1		
Тема3. ДВД	3	2		
Тема4. Работа. Энергия		1	1	
Тема5. Элементы МСС		2	1	
Тема6. Релятивистская механика		1	1	

Тема 4. Работа и энергия



1. Работа при механическом движении.
2. Мощность.
3. Кинетическая энергия.
4. Потенциальная энергия.
5. Закон сохранения полной механической энергии в поле потенциальных сил

1 учебный вопрос: Работа при механическом движении



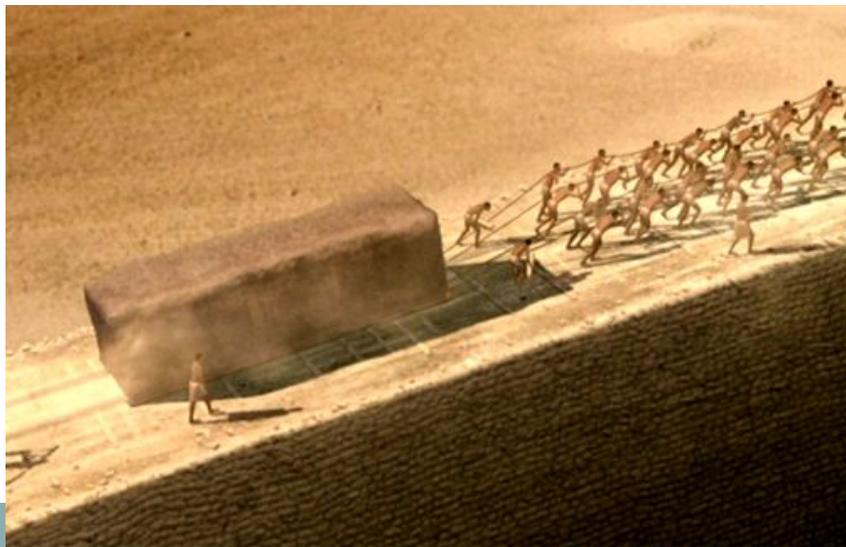
Отмечается то странное обстоятельство, что можно подсчитать какое-то число и затем спокойно следить, как природа будет выкидывать любые свои трюки, а потом опять подсчитать это число — и оно останется прежним. Исключений из этого закона не существует; насколько мы знаем, он абсолютно точен. Название его — сохранение энергии. Он утверждает, что существует определённая величина, называемая энергией, которая не меняется ни при каких превращениях, происходящих в природе.

Ричард Фейнман

Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

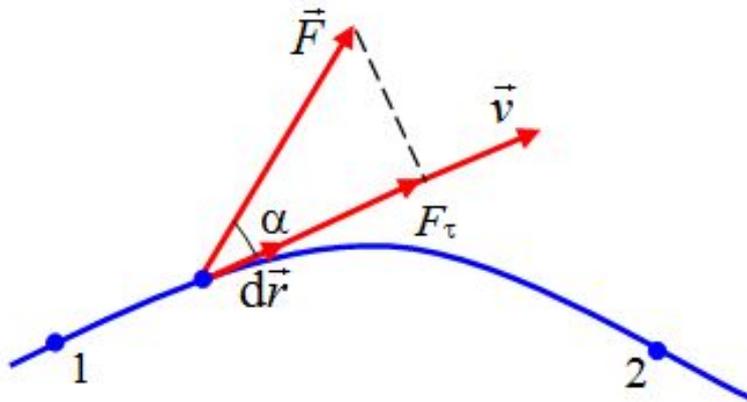
С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и др.

*Чтобы измерить механическую энергию, необходимо заставить тело совершить **работу**.*



Поступательное движение

Работа – скалярная величина, характеризующая изменение энергии, и равная скалярному произведению вектора \vec{F} силы на вектор перемещения \vec{r} .



Элементарная работа

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cos \alpha \, dr \quad (1)$$

Единица работы – джоуль (Дж).

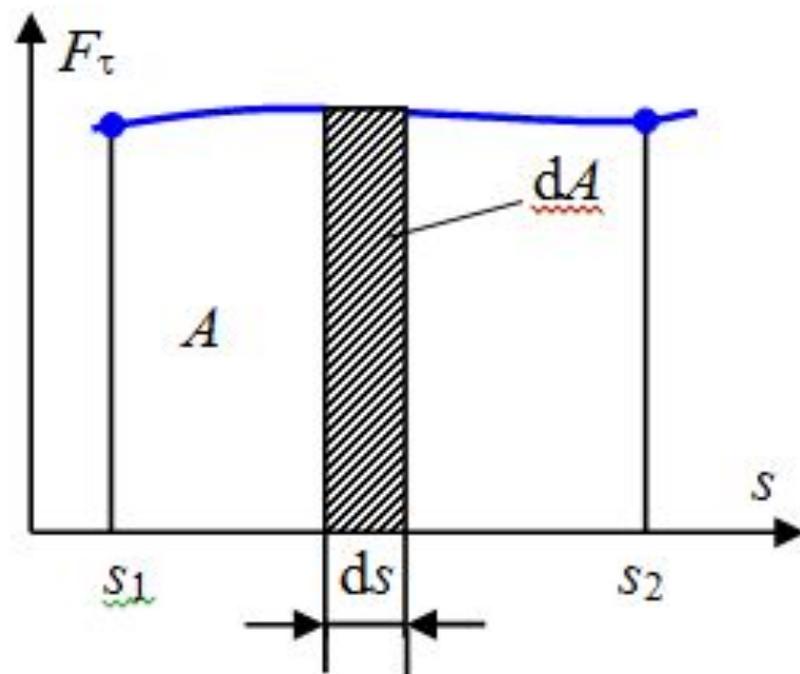
1 Дж – работа, совершаемая силой в 1 Н на пути в 1 м (1 Дж = 1 Н·м).

Интегральная работа

$$A_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos \alpha \, ds = \int_{s_1}^{s_2} F_{\tau} \, ds, \quad \text{Дж} \quad (2)$$

Правило знаков

$$\begin{array}{ll} \alpha < \pi/2 & A_{1-2} > 0; \\ \alpha > \pi/2 & A_{1-2} < 0; \\ \alpha = \pi/2 & A_{1-2} = 0 \end{array}$$

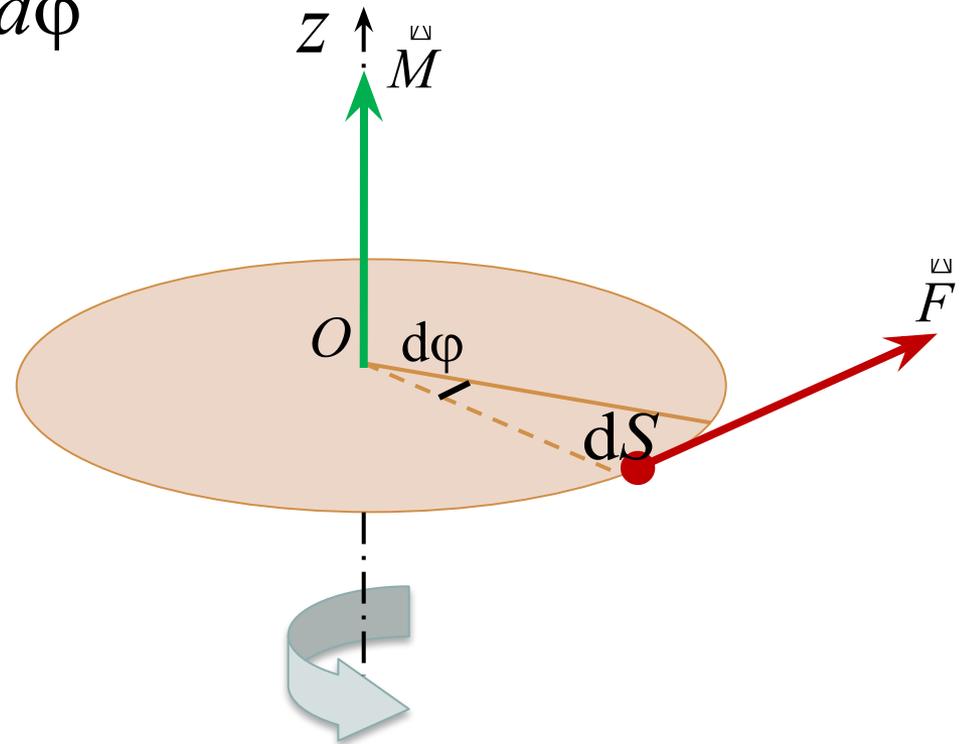


Вращательное движение

$$dA = F ds; \quad ds = r \cdot d\varphi$$

$$dA_{\text{вр}} = F \cdot r d\varphi = M d\varphi$$

$$A_{\text{вр}} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi \quad (3)$$



Работа силы, действующей на твердое тело при его вращении, равна произведению момента этой силы на угол поворота тела.

2 учебный вопрос: Мощность



Мощность – это скалярная физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы и численно равная работе, совершаемой за единицу времени.

Поступательное движение

Средняя мощность $N_{cp} = \Delta A / \Delta t$ (4)

Мгновенная мощность

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (5)$$

Вращательное движение

Средняя мощность: $N_{cp} = \Delta A_{вр} / \Delta t$ (6)



Мгновенная мощность:

$$N = \frac{d A_{вр}}{d t} = \frac{\overset{\Delta}{M} \cdot d\overset{\Delta}{\varphi}}{d t} = \overset{\Delta}{M} \cdot \frac{d\overset{\Delta}{\varphi}}{d t} = \overset{\Delta}{M} \cdot \overset{\Delta}{\omega} \quad (7)$$

Единица мощности – ватт (Вт).

1 Вт – мощность, при которой за время 1 с совершается работа в 1 Дж (1 Вт = 1 Дж/с).

3 учебный вопрос: Кинетическая энергия



Механическая энергия складывается из энергии движения (кинетической) и энергии взаимодействия (потенциальной)

Кинетическая энергия тела – это энергия, представляющая меру его механического движения и измеряемая той работой, которую может совершить тело при его торможении до полной остановки.

Теорема Кёнига

Кинетическая энергия плоского движения твердого тела складывается из:

- кинетической энергии поступательного движения центра масс тела и*
- кинетической энергии его вращения относительно центра масс.*



Поступательное движение

$$-E_{\hat{e}} = \int_1^2 dA = \int_1^2 F_{\tau} ds = \int_1^2 m a_{\tau} ds = m \int_1^2 \frac{dv}{dt} ds = m \int_1^2 \frac{ds}{dt} dv = m \int_v^0 v dv = -\frac{mv^2}{2}$$

$$E_{\kappa} = \frac{m v^2}{2} \quad (8)$$

Вращательное движение

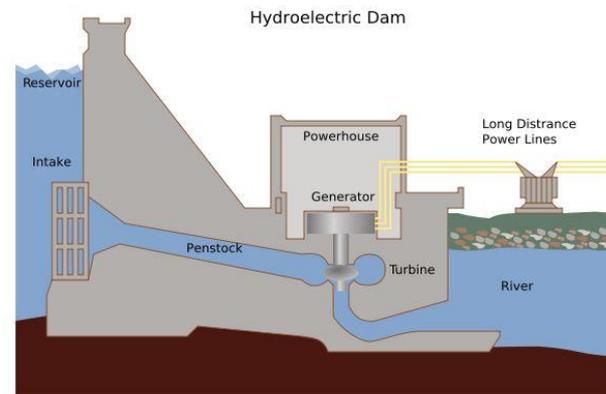
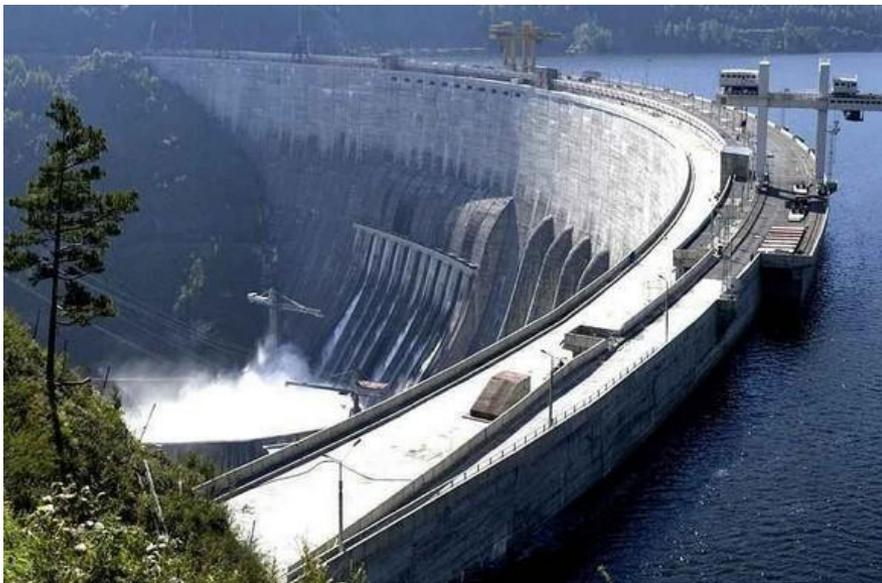
$$-E_{\hat{e}}^{\hat{a}\hat{\delta}} = \int_1^2 dA^{\hat{a}\hat{\delta}} = \int_1^2 M d\varphi = \int_1^2 J \varepsilon d\varphi = J \int_1^2 \frac{d\omega}{dt} d\varphi =$$

$$= J \int_{\omega}^0 \frac{d\varphi}{dt} d\omega = J \int_{\omega}^0 \omega d\omega = -\frac{J\omega^2}{2}$$

$$E_{\kappa}^{\text{вр}} = \frac{J \omega^2}{2} \quad (9)$$

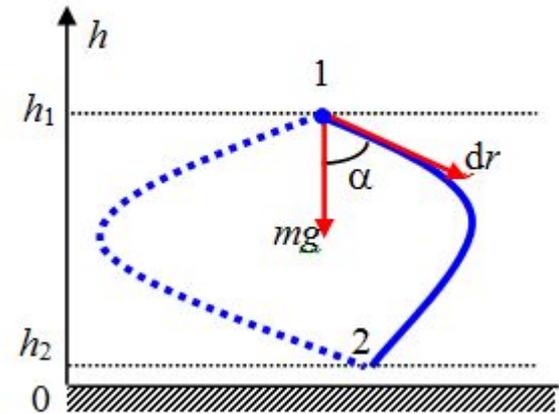
4 учебный вопрос: Потенциальная энергия

Потенциальная энергия – это механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.



Потенциальная энергия в поле сил тяжести

Изменение потенциальной энергии измеряется работой сил тяжести

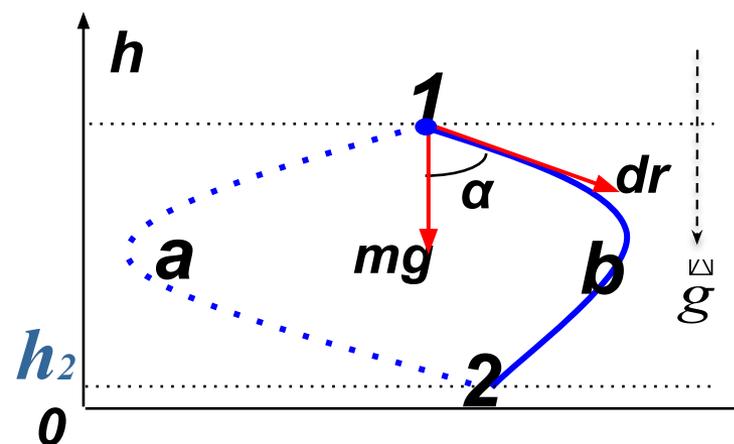


при $h_2 = 0$ и $h_1 \equiv h$ $E_{\text{п}} = mgh + C$

Работа, не зависит от формы пути, по которому происходило перемещение из начальной точки 1 в конечную точку 2.

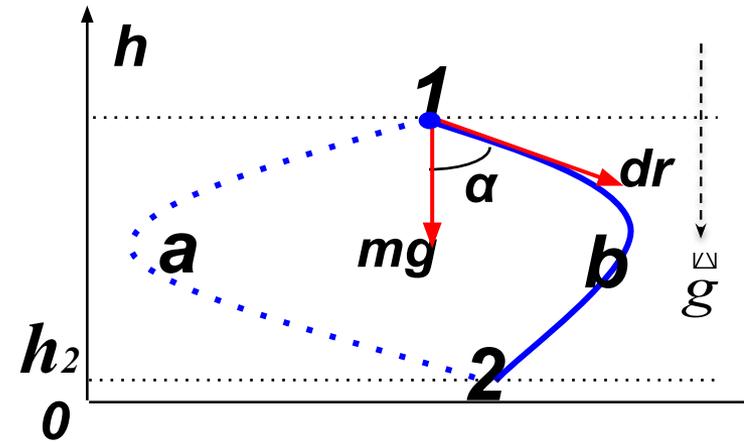
Стационарное силовое поле, в котором работа силы поля между двумя любыми точками не зависит от формы пути, а зависит только от положения этих точек ($A_{1a2} = A_{1b2}$), называется потенциальным, а сами силы – консервативными.

Сила тяготения, силы упругости, силы электростатического взаимодействия между заряженными телами – консервативные.



*В потенциальном поле
работа сил при
прохождении любой
замкнутой траектории
1-2-1 равна нулю:*

$$\oint dA = 0$$



*Силы, работа которых зависит от траектории
перемещения точки, называются
неконсервативными.*

Силы трения, магнитные силы - неконсервативные.

Потенциальная энергия в поле упругих сил

$$F_{\text{упр}} = -kx \quad dA = F_{\text{упр}} dx = -kx dx$$

Изменение потенциальной энергии упругого деформирования определяется работой, которую совершает внешняя сила при удлинении пружины от величины x_1 до величины x_2 ($x_1 < x_2$)

$$\Delta E_{\text{п.упр}} = A = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}$$

Принимая за нулевую потенциальную энергию недеформированной пружины ($E_n = 0$ при $x = 0$)

$$E_{\text{п.упр}} = \frac{kx^2}{2}$$

Гравитационные силы и силы упругости консервативны

- Работа гравитационной силы

$$A = Gm_1m_2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

- Потенциальная энергия

$$U = -G \frac{m_1m_2}{r}$$

- Работа силы тяжести

$$A = mg(h_2 - h_1)$$

- Потенциальная энергия

$$U = mgh$$

- Работа силы упругости

$$A = \frac{k\Delta x_2^2}{2} - \frac{k\Delta x_1^2}{2}$$

- Потенциальная энергия

$$U = \frac{k\Delta x^2}{2}$$

Силы и потенциальная энергия

Пусть точка переместилась на бесконечно малую величину $d\vec{r}$

Работа силы при таком перемещении будет равна убыли потенциальной энергии:

$$F \cdot dx = -dE_{\Pi} \quad F_x = -\frac{dE_{\Pi}}{dx} \quad (10)$$

Векторная форма записи (10): $\vec{F} = -\text{grad } E_{\Pi}$ (11)

$$\text{grad } E_{\Pi} = \left(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial x}\right) \vec{i} + \left(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial y}\right) \vec{j} + \left(\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial z}\right) \vec{k}$$

5 учебный вопрос: Закон сохранения механической энергии



Этот фундаментальный закон природы отражает вечность и неуничтожимость механического движения. Идея закона принадлежит М.В. Ломоносову (1711-1765 г.г.), количественные формулировки – Ю.Майеру (1814-1878 г.г.), Г. Гельмгольцу (1821-1894 г.г.).

2-й закон Ньютона для системы тел

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{F}_i + \mathbf{f}_i) \quad (12)$$

\mathbf{F}_i – внешние силы; \mathbf{f}_i – внутренние (консервативные) силы; $i = 1, 2, \dots, n$.

Умножим уравнение (12) на перемещения $d\mathbf{r}_i = \mathbf{v}_i dt$, совершаемые точками системы:

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} d\mathbf{r}_i = \sum_{i=1}^n (\mathbf{F}_i + \mathbf{f}_i) d\mathbf{r}_i$$

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{dv_i}{dt} dr_i = \sum_{i=1}^n (F_i + f_i) dr_i$$

$$\sum_{i=1}^n m_i v_i dv_i = \sum_{i=1}^n F_i dr_i + \sum_{i=1}^n f_i dr_i$$

$$\sum_{i=1}^n d \frac{m_i v_i^2}{2} - \sum_{i=1}^n f_i dr_i = \sum_{i=1}^n F_i dr_i$$

dE_K

dE_{Π}

dA

$$dE_K + dE_{\Pi} = dA$$

$$(13) \int_1^2 (dE_K + dE_{\Pi}) = A_{1-2} (14)$$

$$A_{1-2} = 0: \quad dE_{\text{к}} + dE_{\text{п}} = d(E_{\text{к}} + E_{\text{п}}) = 0$$

$$E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = E = \text{const} \quad (15)$$

Закон сохранения механической энергии:

В системе с одними только консервативными силами полная энергия остается неизменной. Могут происходить лишь превращения потенциальной энергии в кинетическую и обратно, но полный запас энергии системы измениться не может.

Консервативные системы

Механические системы, в которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние), называются консервативными системами.

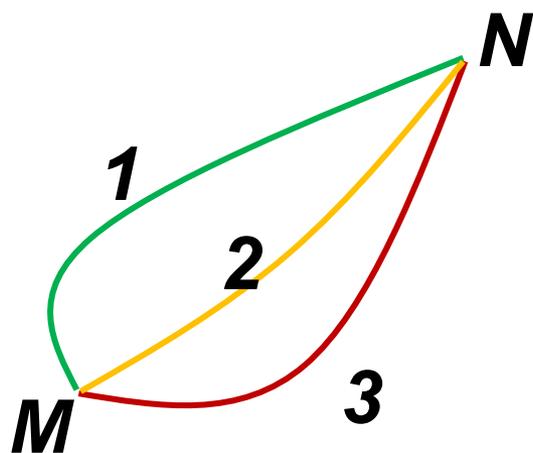
Закон сохранения механической энергии:

В консервативных системах полная механическая энергия сохраняется.

Диссипативные системы

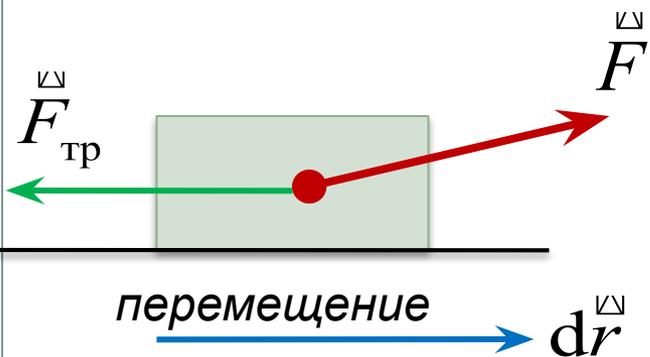
В диссипативных системах механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии, например, тепловую, электромагнитную и т.д. Этот процесс называется диссипацией (или рассеянием энергии).

При «исчезновении» механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида.



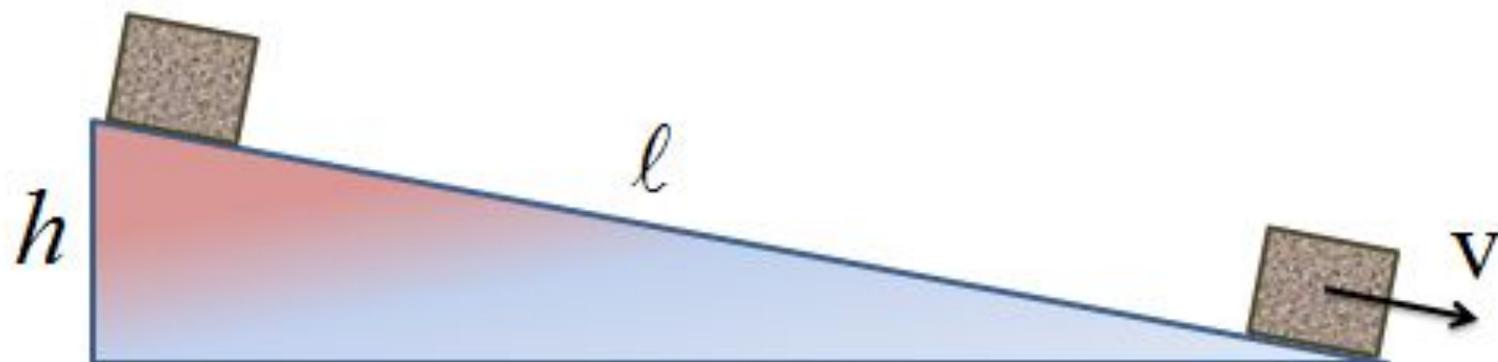
*Работа диссипативных сил
зависит от формы траектории*

$$A_1 \neq A_2 \neq A_3$$



*Силы трения и сопротивления –
диссипативные. Их работа
отрицательна. Происходит
диссипация энергии –
нагрев.*

Пример



Нет трения

$$mgh = \frac{mV_1^2}{2}$$

Есть трение

$$mgh = \frac{mV_2^2}{2} + |F_{\text{тр}} l|$$

$$V_2 < V_1$$