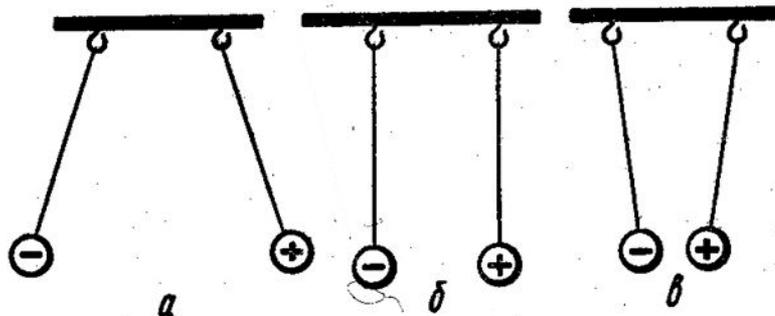




Электричество и магнетизм

Электростатика

Электрический заряд – величина, характеризующая способность частицы к электрическому взаимодействию



Заряд всех элементарных частиц одинаков по абсолютной величине, поэтому его называют **элементарным зарядом (e)**.

Свойства электрического заряда

$$q_{\min} = e$$

$$\sum q = 0$$

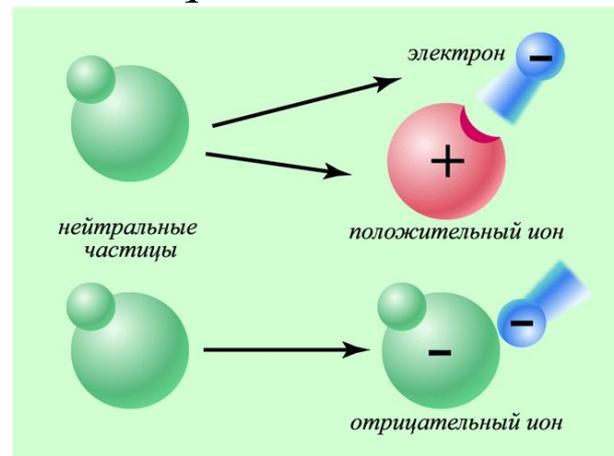
$$q = \pm Ne$$

$$q_{\text{сум}} = \sum q_i$$

$$q = Inv$$

Как зарядить тело?

1. Создать недостаток частиц другого знака;
2. Создать избыток частиц одного знака;



Электрические заряды могут исчезать и возникать вновь. Но только парами противоположных знаков - Суммарный заряд электрически изолированной системы остается постоянным - *Закон сохранения электрического заряда*

Закон Кулона

Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{|q_1| |q_2| \mathbf{r}}{r^2}$$



$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф / м}$$

Электрическая постоянная

В вакууме в системе СИ:

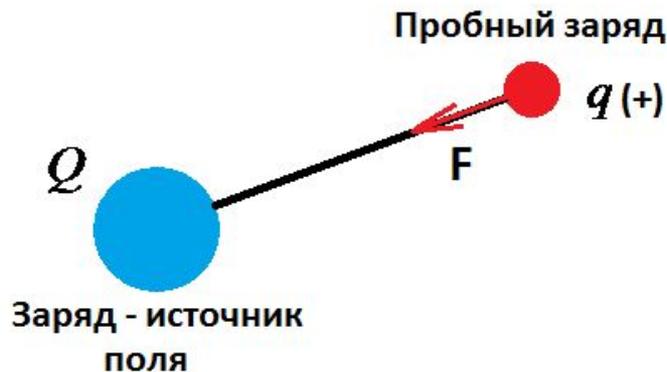
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Элементарный заряд, выраженный в кулонах, равен:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$$

Электрическое поле. Напряженность поля

Взаимодействие между зарядами осуществляется через **электростатическое поле**.



Пробный заряд –
единичный,
положительный,
точечный.

Взаимодействие между неподвижными зарядами осуществляется через электрическое поле!

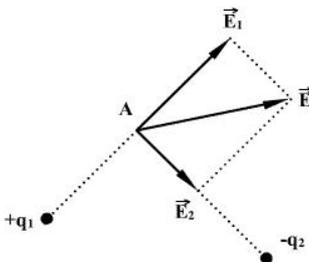
$$\mathbf{F} = \frac{q_{np}}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

Объективное знание об величине электрического поля, создаваемого зарядом q дается отношением:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_{np}}$$

Напряженность электрического поля численно равна силе, действующей на единичный положительный точечный заряд, находящийся в данной точке поля [В/м].

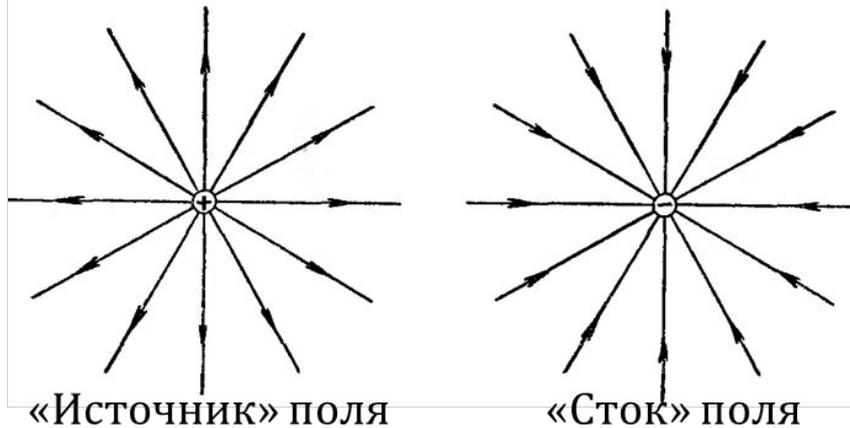
$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$



$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots = \sum \mathbf{E}_i$$

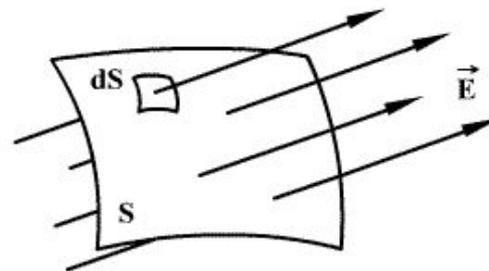
Напряженность поля, создаваемого точечным зарядом

Линии \mathbf{E}
точечного
заряда:

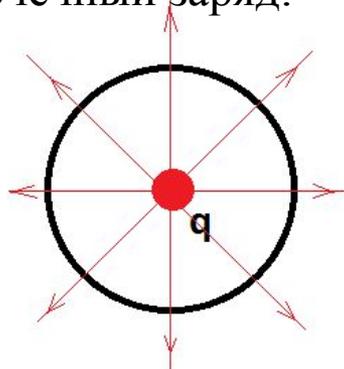


Потоком вектора напряженности через поверхность S называют количество линий \mathbf{E} , пронизывающих произвольную поверхность S .

$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \int_S E_n dS$$



Точечный заряд:



$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Если внутри некоторой замкнутой поверхности заключено несколько точечных зарядов произвольных знаков, то в силу принципа суперпозиции

$$E_n = E_{n1} + E_{n2} + \dots = \sum E_{ni}$$

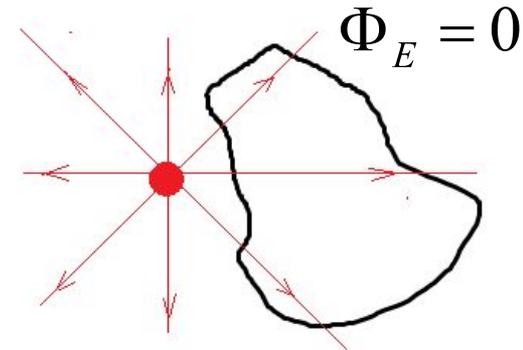
Если внутри некоторой замкнутой поверхности заключено несколько точечных зарядов произвольных знаков, то в силу принципа суперпозиции

$$E_n = E_{n1} + E_{n2} + \dots = \sum E_{ni}$$

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Заряд снаружи поверхности:

Это теорема Гаусса: поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на



Заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV$$

1-ое интегральное уравнение Максвелла

Потенциал

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}$$

Величина $\varphi = \frac{W_p}{q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$ определяется только зарядом, создающим поле и не зависит от величины пробного заряда [В]

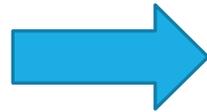
Это потенциал поля в данной точке. Он численно равен потенциальной энергии, которой обладает единичный положительный заряд в данной точке поля.

Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности (принцип суперпозиции):

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i}$$

Работа и потенциал:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2}$$



$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q' (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$W_p = q' \varphi$$

Потенциал численно равен работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки на бесконечность.

$$A_\infty = q' \varphi$$

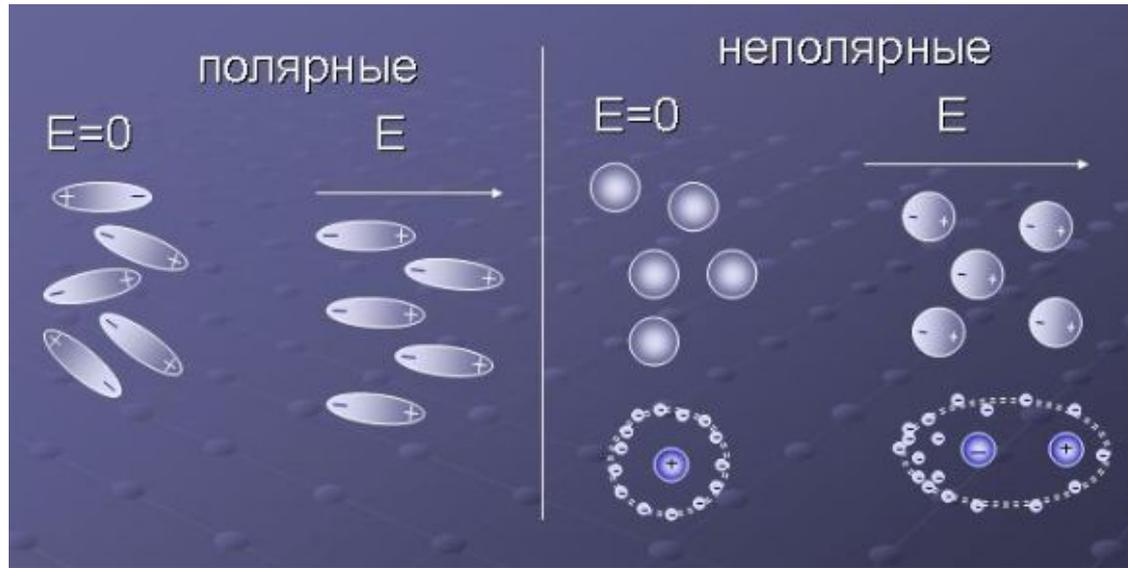
[А] = эВ (электронвольт)

$$1 \text{ эВ} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ К} \cdot 1 \text{ В} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,60 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

$$\mathbf{E} = -grad\varphi$$

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} + E_z \mathbf{k} = - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k} \right)$$

Полярные и неполярные молекулы



Полярная молекула обладает собственным электрическим моментом (жесткий диполь):

\mathbf{l} проводится от отрицательного заряда к положительному:

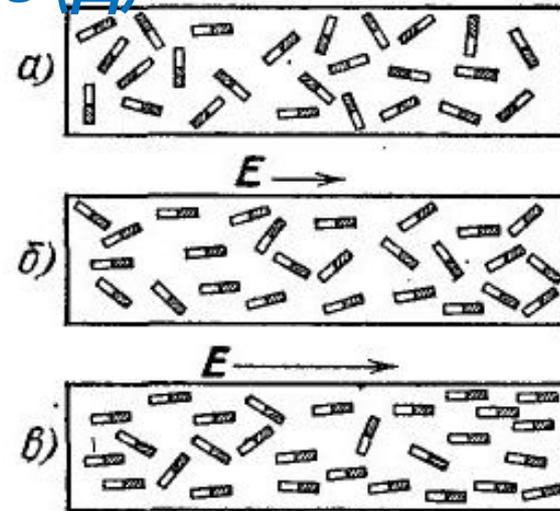
$$\mathbf{p} = q\mathbf{l}$$

В **неполярной молекуле** под действием внешнего электрического поля заряды смещаются друг относительно друга: положительные по направлению поля, отрицательные против поля. В результате молекула приобретает электрический момент (упругий диполь)

$$\mathbf{P} = \beta \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad \text{где } \beta \text{ - поляризуемость молекулы.}$$

Поляризация диэлектриков (Д)

Под действием внешнего поля диэлектрик поляризуется: результирующий электрический момент диэлектрика $\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_i$ отличен от нуля.



вектор поляризации

$$[\text{Кл/м}^2]$$

$$\mathbf{P} = \frac{\sum \mathbf{p}_i}{\Delta V}$$

\mathbf{p}_i - электрический момент единицы объема.

Изотропный диэлектрик:

$$\mathbf{P} = \chi \epsilon_0 \mathbf{E}$$

χ диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, не зависящая от \mathbf{E}

Поле диэлектрика

внутри

Связанные заряды

Сторонние заряды

$$\mathbf{E}_{\text{микро}} = \mathbf{E}_{\text{стор}} + \mathbf{E}_{\text{связ}}$$

$$\mathbf{P} = \chi \epsilon_0 \mathbf{E} \qquad \Phi_E = \int_S \mathbf{E} d\mathbf{S}$$

При поляризации диэлектрика образуются поверхностные связанные и объемные связанные заряды.

Электрическая индукция - \mathbf{D} [Кл/м²], определяется распределением в пространстве только свободных зарядов.

$$\oint_S \mathbf{D}_n dS = \sum q_i$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}$$

1-ое материальное уравнение

Проводники в электрическом поле

В проводнике заряды способны перемещаться. Равновесие зарядов наблюдается при:

1. Напряженность в проводнике равна 0. Потенциал постоянен.
2. Линии напряженности поля направлены по нормали к поверхности проводника.

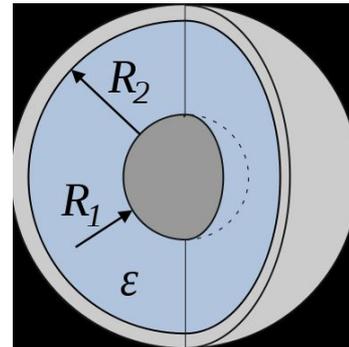
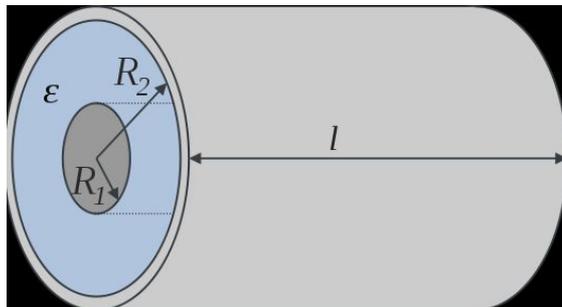
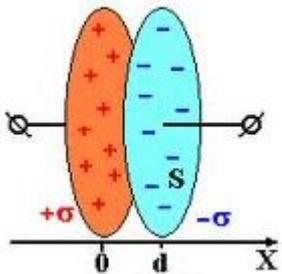
При равновесии зарядов внутри проводника не может быть избыточных зарядов.

Электрическая емкость

Электрическое поле и разность потенциалов в проводнике должно равняться 0, так как они могут свободно перемещаться.

$$q = \varphi_m C$$

Электрическая емкость численно равна заряду, который нужно поместить на проводник, чтобы изменить его потенциал на единицу. Кл/В=Ф (фарада).



$$C = \frac{q}{U_{12}}$$

ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Энергия системы зарядов

Силы, с которыми взаимодействуют заряженные тела, консервативны (их работа не зависит от пути) □ система заряженных тел обладает потенциальной энергией.

Если заряды находятся на бесконечном расстоянии друг от друга, то они не взаимодействуют. В этом случае энергия их взаимодействия равна нулю.

Работа переноса заряда q_2 из бесконечности в точку, удаленную от второго заряда на r_{12} , равна

$$A_2 = q_2 \Phi_2 = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{12}} \quad \text{или} \quad A_1 = q_1 \Phi_1 = q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{12}}$$

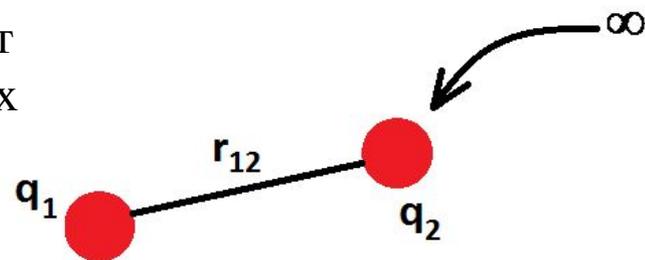
Значения этих работ одинаковы, и в выражение энергии системы оба заряда входят симметрично:

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \Phi_1 + q_2 \Phi_2)$$

Энергия системы из N зарядов:

$$W = \frac{1}{2} \sum q_i \Phi_i$$

Потенциал создается всеми зарядами в точке расположения q_i .



Энергия заряженного проводника

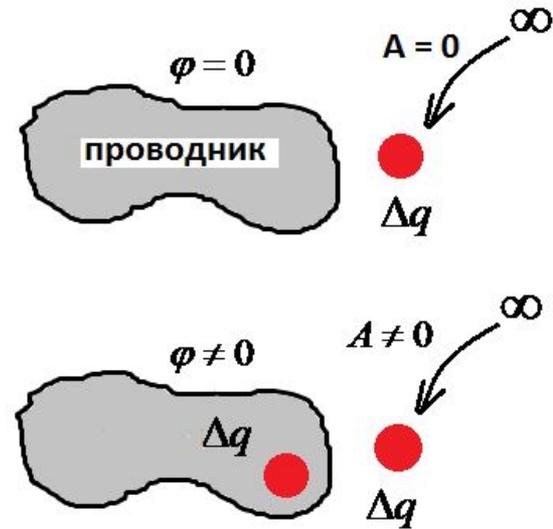
Потенциал незаряженного проводника первоначально равен нулю.

По мере увеличения заряда на проводнике потенциал его растет, при перемещении каждой последующей порции заряда должна совершаться все большая по величине работа:

$$\Delta A = \varphi \Delta q = \frac{q}{C} \Delta q$$

где потенциал проводника обусловлен уже имеющимся на нем зарядом q ,
проводника.

Эта работа идет на увеличение энергии проводника. Поэтому



C - емкость

$$dW = \frac{1}{C} q dq$$

Выражение для полной энергии проводника:

$$A = W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}$$

Энергия заряженного конденсатора

Процесс возникновения на обкладках конденсатора зарядов $+q$ и $-q$ можно представить так, что от одной обкладки последовательно отнимаются очень малые порции заряда и перемещаются на другую обкладку.

Работа переноса очередной порции равна:

$$\Delta A = \Delta q (\varphi_1 - \varphi_2) = \Delta q U \quad \text{или} \quad dW = dA = U dq = \frac{q}{C} dq$$

где U — напряжение на конденсаторе.

Интегрирование дает:

Энергия любого конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

Энергия плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \frac{d^2 E^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V$$

Плотность энергии

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \quad \omega = \frac{ED}{2}$$

$$\omega = \frac{\mathbf{E} (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})}{2} = \frac{\varepsilon_0 \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mathbf{E} \mathbf{P}}{2}$$

Упорядоченное движение зарядов называется электрическим током.

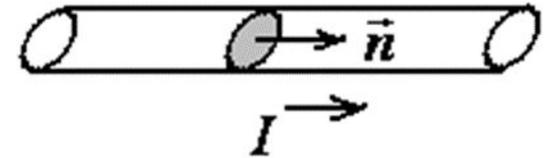
Количественная характеристика электрического тока: **сила тока** — скалярная величина, равная заряду, переносимому носителями через рассматриваемую поверхность (например, через поперечное сечение проводника) в единицу времени.

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Направление тока — направление движения положительных зарядов.

Если ток через сечение проводника течет неравномерно, то его характеризуют вектором **плотности тока**:

$$\mathbf{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \quad I = \int_S \mathbf{j} dS$$



Этот вектор численно равен силе тока через площадку, перпендикулярную к направлению движения носителей, отнесенной к величине этой площадки.

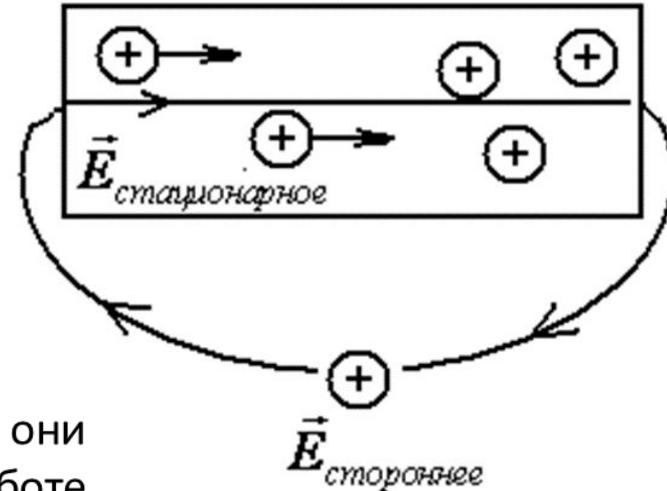
Ток не меняющийся со временем — **постоянный ток** (направленное движение заряженных частиц с постоянной скоростью)

$$I = \frac{q}{t} \text{ Ампер}$$

Электродвижущая сила

Как поддержать ток в проводнике?

Необходимо наличие неэлектрических сил, способных разделить заряды, совершая при этом работу против электростатических сил = сторонние силы.



Сторонние силы характеризуются работой, которую они совершают при переносе зарядов = величина равная работе сторонних сил по переносу единичного положительного заряда – электродвижущая сила (ЭДС) ξ

$$\xi = \frac{A}{q}$$

Закон Ома

Сопротивление зависит (для однородного проводника):

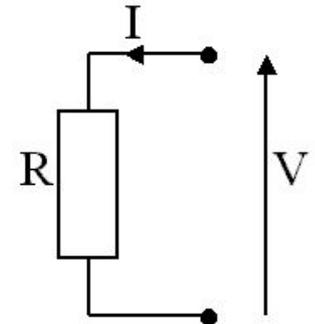
1. Материала проводника
2. Длины проводника
3. Площади поперечного сечения проводника
4. Температуры

где ρ – удельное сопротивление проводника, зависящее от материала, [Ом*м или Ом*мм²/м].

$$1 \text{ Ом*мм}^2/\text{м} = 10^{-6} \text{ Ом*м}$$

$$I = \frac{U}{R} \quad j = \sigma E$$

$$R = \rho \frac{l}{S}$$



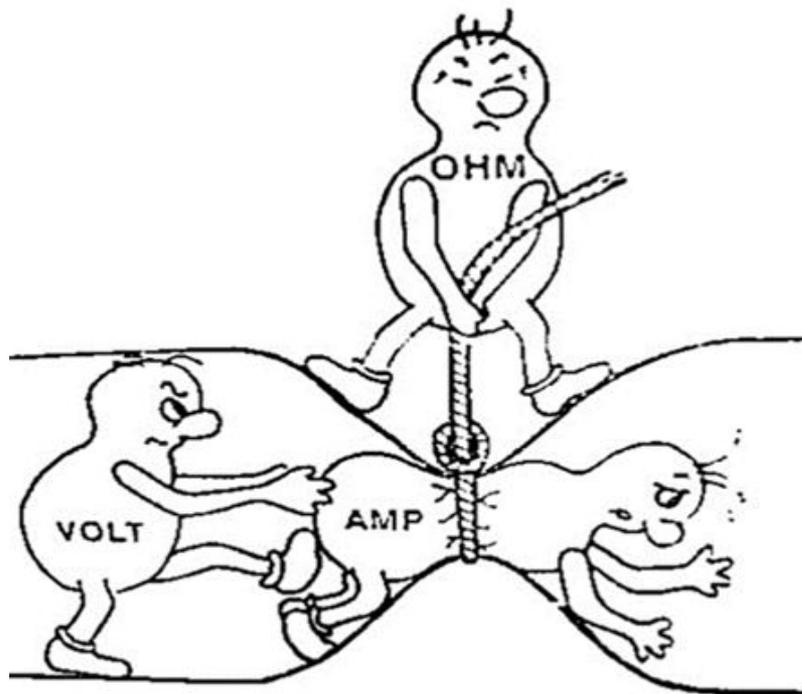


Иллюстрация значения тока, сопротивления и напряжения

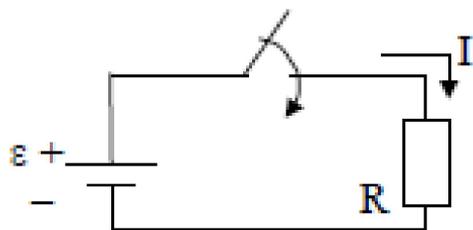
Закон Джоуля-Ленца (Д)

$$Q = RI^2t$$

Это происходит за счет работы поля над зарядами!

Явление сверхпроводимости!!!! (Бардин, Купер, Шиффер)

Закон Ома для неоднородного участка цепи



Электрическая цепь: источник тока (напряжения), потребители (нагрузка), соединительные провода, управляющие элементы.

Источник тока характеризуется ЭДС и внутренним сопротивлением r

Для неоднородного участка цепи

$$dA = \xi dq + (\varphi_1 - \varphi_2) dq$$

$$dQ = RI^2 dt = RI(Ids) = RI dq$$

$$dA = dQ$$

$$\xi dq + (\varphi_1 - \varphi_2) dq = RI dq$$

$$\xi + (\varphi_1 - \varphi_2) = RI$$

$$I = \frac{\xi + \varphi_1 - \varphi_2}{R}$$

$$j = \sigma(E + E^*)$$

Для замкнутой цепи

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$I = \frac{\xi}{R}$$

ЗДЕСЬ: R – полное сопротивление участка или цепи!!!!

Источник напряжения – источник электроэнергии, имеющий малое внутреннее сопротивление $r \ll R$. Закон Ома для такой цепи имеет вид $IR \approx \varepsilon$
В этом случае напряжение на нагрузке равно ЭДС, т.е. постоянно, а величина тока обратно пропорциональна сопротивлению нагрузки.

Источник тока – источник электроэнергии, имеющий большое внутреннее сопротивление $r \gg R$.

Для такого подключения закон Ома будет иметь вид: $I = \varepsilon / r = \text{const}$
Напряжение на нагрузке (IR) в этом случае будет меняться пропорционально ее сопротивлению.

Короткое замыкание это такое подключение источника, когда сопротивление проводов и нагрузки равно 0. Формула тока короткого замыкания имеет вид:

КПД источника

Коэффициентом полезного действия источника (КПД) называют отношение мощности, выделяющейся в нагрузке к полной мощности источника.

$$\eta = \frac{P_{\text{н}}}{P_{\text{ис}}}$$

$$P_{\text{н}} = I^2 R, \quad P_{\text{ист}} = I \varepsilon, \quad \eta = \frac{IR}{\varepsilon}$$

$$P_{\text{н}} = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} \eta = \frac{R}{R + r}, \quad P_{\text{ист}} = \frac{\varepsilon^2}{R + r},$$

$\eta = 0$ при $R = 0$ – короткое замыкание
 $\eta = 0,5$ Максимальное значение при $R = r$

Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа.

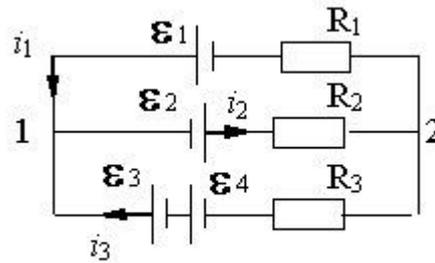
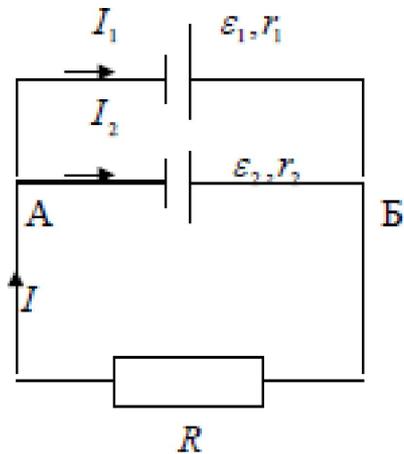
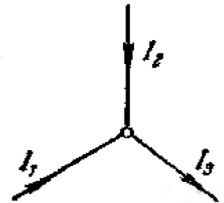


Рис. 4.5

Узел – точка, к которой присоединено больше двух проводов. **Ветвь** – участок цепи, на котором нет узлов. **Контур** – замкнутая часть



1 правило Кирхгофа.

что алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю (Сумма токов входящих равна сумме токов выходящих для каждого узла.) Пишется для N-1 узлов.

$$\sum I_k = 0$$

2 правило Кирхгофа

Алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжения на всех элементах данного контура. Берутся контуры, не получающиеся наложением других.

$$\sum (\pm \varepsilon_i) = \sum (\pm I_j R_j),$$

Правило знаков подразумевает, что выбирается (произвольно) направление обхода контура.

- ЭДС > 0, если при обходе контура ЭДС проходится от «-» к «+» (движение в направлении действия сторонней силы; в противоположном случае ЭДС берется со знаком минус.
- Аналогично знак падения напряжения выбирается «+», если ток в элементе контура совпадает с направлением обхода контура и минус в противном случае.

