Теория Информационных Процессов

Тема №3: Воздействие сигналов на нелинейные элементы

План

- Преобразования сигналов
- Классы нелинейных элементов
- Режимы работы нелинейного элемента
- Методы аппроксимации
- Воздействие сигналов различных видов на нелинейных элемент

Преобразования сигналов

Основные преобразования сигналов осуществляются с помощью:

- Нелинейных электрических цепей
- Линейных цепей с переменными параметрами

Необходим нелинейный элемент!

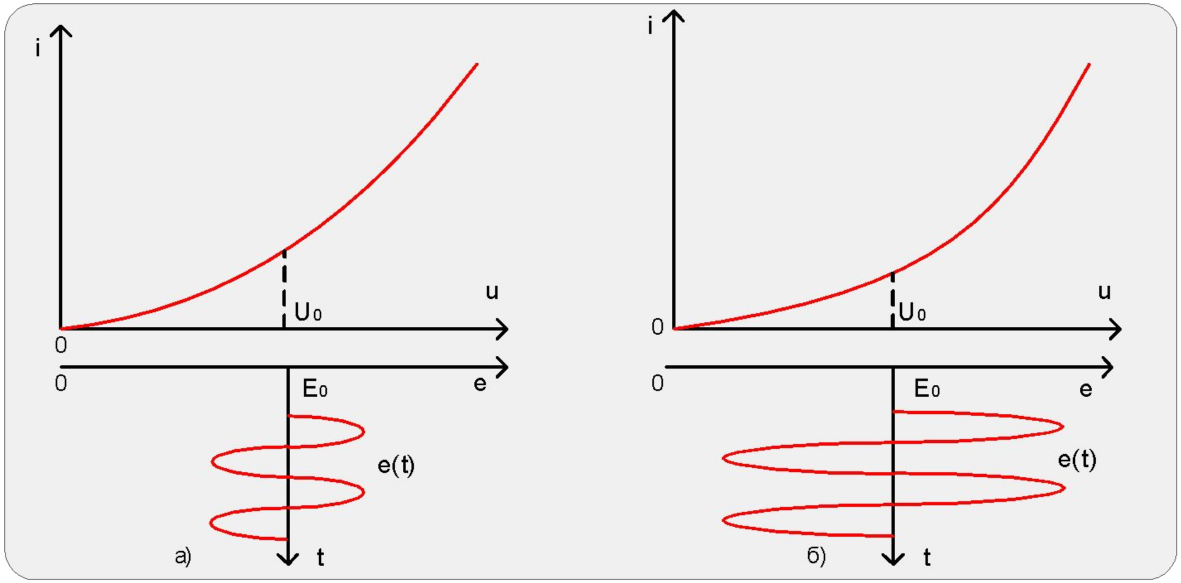
Пример: емкость p-n перехода в полупроводниковом диоде

Классы нелинейных элементов

- Резистивные (сопротивления)
- Реактивные (индуктивность, емкость)

Пример резистивного элемента: полупроводниковые, ламповые и другие приборы, имеющие нелинейную вольт-амперную характеристику

Режимы работы нелинейного элемента



U_0 – рабочая точка

а) сигнал e(t) – слабый

Линейный режим работы нелинейного элемента

$$S = \left(\frac{di}{du}\right)_{u=U_0}$$ дифференциальная крутизна

б) сигнал e(t) – сильный

Нелинейный режим работы (характеристика средней крутизны)

Примеры

Пример нелинейной емкости:

- Устройство с нелинейной вольткулоновской характеристикой $q(u)$
- Устройство с нелинейной вольтфарадной характеристикой $c(u)=q(u)/u$

Пример нелинейной индуктивности $L(i)$:

- Катушка с ферромагнитным сердечником, обтекаемым сильным током

Метод аппроксимации

Для анализа нелинейных цепей необходимо задать вольтамперные или иные аналогичные характеристики

Широкое распространение получил способ представления характеристики **<u>методом аппроксимации</u>**

Оптимальный выбор способа аппроксимации зависит от вида нелинейной характеристики и от режима работы нелинейного элемента

Метод аппроксимации

Аппроксимация системным полиномом:

$$i(u) = i(U_0) + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2 + a_3(u - U_0)^3 + \dots$$

Коэффициенты a_1, a_2,…

$$a_1 = \left(\frac{di}{du}\right)_{u=U_0} \qquad a_{12} = \frac{1}{2!}\left(\frac{d^2 i}{du^2}\right)_{u=U_0}$$

a_1, a_2, a_3 … существенно зависят от U_0 – рабочей точки

Воздействие узкополосного сигнала на безинерционный нелинейный элемент

Н.Э. используются в диапазоне частот, на которых можно пренебречь влиянием паразитных индуктивностей и емкостей

Рассмотрим режим работы, при котором вольтамперная характеристика i(u) удовлетворительно аппроксимируется степенным полиномом

Сигнал e(t) зададим в форме гармонического колебания

$$e(t) = E\cos(\omega_1 t + \Theta_1) = E\cos\psi_1(t)$$

Воздействие узкополосного сигнала на безинерционный нелинейный элемент

Подставив в ряд разложение e(t)=u-U$_0$ получим

$$i(t)=\left[i(U_0)+\frac{1}{2}a_2E^2+\frac{3}{8}a_4E^4+\ldots\right]+$$
$$+\left[a_1E+\frac{3}{4}a_3E^3+\frac{5}{8}a_5E^5+\ldots\right]\cos\psi_1(t)+$$
$$+\left[\frac{1}{2}a_2E^2+\frac{1}{2}a_4E^4+\ldots\right]\cos 2\psi_1(t)+$$
$$+\left[\frac{1}{4}a_3E^3+\frac{5}{16}a_5E^5+\ldots\right]\cos 3\psi_1(t)+\ldots.=$$
$$=I_0+I_1\cos\psi_1(t)+I_2\cos 2\psi_1(t)+\ldots$$

Здесь используется:

$$\cos^2 x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x$$
$$\cos^3 x=\frac{3}{4}\cos x+\frac{1}{4}\cos 3x$$
$$\cos^4 x=\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{8}\cos 4x$$
$$\cos^5 x=\frac{5}{8}\cos x+\frac{5}{16}\cos 3x+\frac{1}{16}\cos^5 x$$

и т.д.

Воздействие АМ-сигнала на Н.Э.

Для АМ-колебания, когда $E=E(t)$ - нелинейность, характеристики может коренным образом исказить форму передаваемого сигнала

Воздействие сигнала со сложным спектром

Рассмотрим воздействие суммы гармонических сигналов на Н.Э.

Пусть $$e(t) = E_1\cos(\omega_1 t + \Theta_1) + E_2\cos(\omega_2 t + \Theta_2) =$$
$$= E_1\cos\psi_1(t) + E_2\cos\psi_2(t)$$

$$a_1 e(t) = a_1 E_1\cos\psi_1(t) + a_2 E_2\cos\psi_2(t)$$

$$a_2 e^2(t) = a_2[E_1\cos\psi_1(t) + a_2 E_2\cos\psi_2(t)]^2 =$$

$$= \frac{1}{2}a_2(E_1^2 + E_2^2) + \frac{1}{2}a_2 E_1^2\cos 2(\omega_1 t + \Theta_1) +$$

$$+ \frac{1}{2}a_2 E_2^2\cos 2(\omega_2 t + \Theta_2) + a_2 E_1 E_2\cos\left[(\omega_1 + \omega_2)t + (\Theta_1 + \Theta_2)\right] +$$

$$+ a_2 E_1 E_2\cos\left[(\omega_1 - \omega_2)t + (\Theta_1 - \Theta_2)\right]$$

$$a_3 e^3(t) = \ldots$$

Воздействие сигналов с сложным спектром

Образуются частоты:

$$\omega = m\omega_1 \pm n\omega_2 \qquad m + n \leq k$$

Из полученного выражения видны следующие проявления нелинейности в/а характеристики:

- Постоянный ток получает приращение

$$I_0 = i(U_0) + \frac{1}{2}a_2E^2 + \frac{3}{8}a_4E^4 + \ldots$$

- Амплитуда основной частоты зависит от Е

$$I_1 = a_1E + \frac{3}{4}a_3E^2 + \ldots$$

- Ток содержит высшие гармоники

Наивысший порядок гармоники совпадает со степенью k полинома

Полная фаза n-й гармоники - $\psi_n(t) = n\omega_1 t + n\Theta_1$

Воздействие ЧМ-сигнала на Н.Э.

При $\Theta_1(t) = \Theta_{1\max} s(t)$ модулированная фаза

все полученные выражения сохраняют свой вид

Итак, при воздействии ЧМ-сигнала на безинерционный Н.Э. все сформулированные выше положения сохраняются

I_n необходимо трактовать как несущее колебание, модулированное по углу

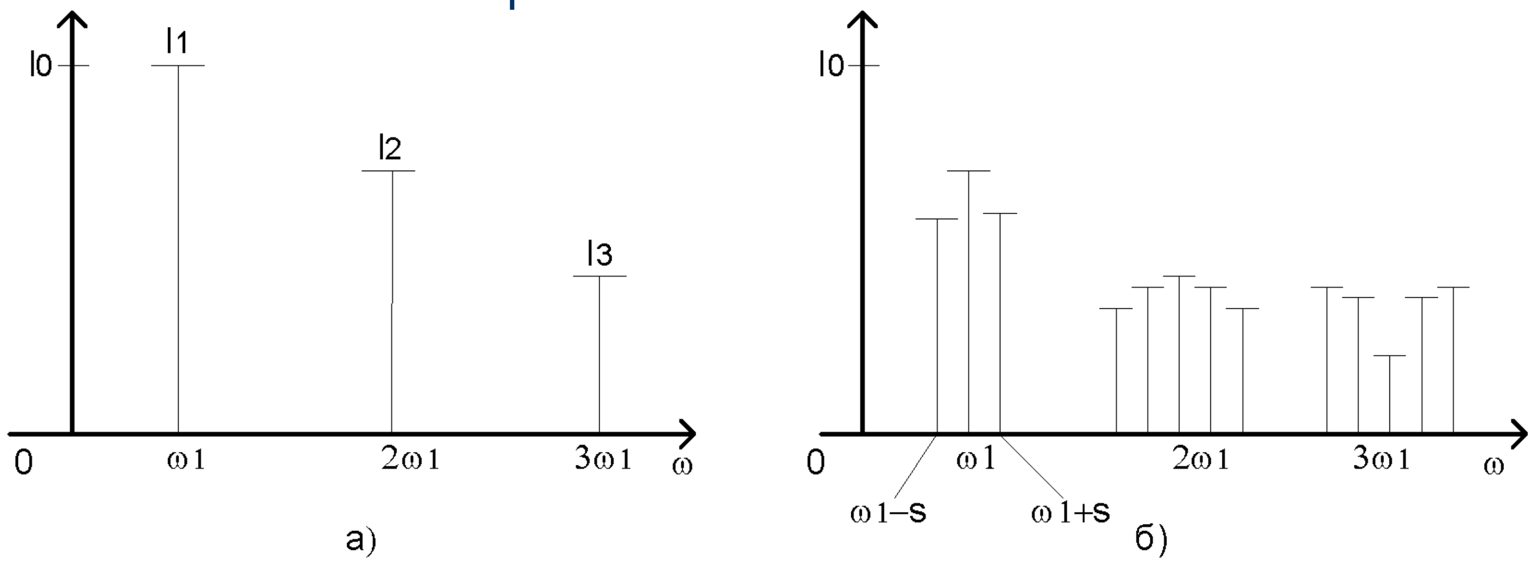
Воздействие ЧМ-сигнала на Н.Э.

Для первой (основной) гармоники индекс угловой модуляции совпадает с $\Theta_{imax}=m$

Для высших гармоник $n\Theta_{imax}=nm_1$ соответственно в n раз увеличивается и девиация частоты.

Воздействие ЧМ-сигнала на Н.Э.

Сказанное иллюстрируется рисунком для случая $\Omega \ll \omega_1$



Спектр тока при гармоническом воздействии на резистивный элемент (а) и то же при частотной модуляции (б)

Воздействие сложного сигнала.

За счет квадратного члена в/а характеристики k=2 m и n могут принимать следующие значения

$$m = 0,\ n = 0 \longrightarrow \omega = 0$$

$$m = 2,\ n = 0 \longrightarrow \omega = 2\omega_1$$

$$m = 0,\ n = 2 \longrightarrow \omega = 2\omega_2$$

Гармоники 2-го порядка

$$m = 1,\ n = 1 \longrightarrow \omega = \omega_1 \neq \omega_2$$

Комбинационные частоты 2-го порядка

Воздействие сложного сигнала.

За счет кубичного члена $a_3 e^3(t)$ в спектре тока появляются частоты $\omega = m\omega_1 \pm n\omega_2$ со следующими m и n

$$m = 1,\ n = 0 \longrightarrow \omega = \omega_1$$
$$m = 0,\ n = 1 \longrightarrow \omega = \omega_2$$

Гармоники 1-го порядка

$$m = 3,\ n = 0 \longrightarrow \omega = 3\omega_1$$
$$m = 0,\ n = 3 \longrightarrow \omega = 3\omega_2$$

Гармоники 3-го порядка

$$m = 1,\ n = 2 \longrightarrow \omega = \omega_1 \pm 2\omega_2$$
$$m = 2,\ n = 1 \longrightarrow \omega = 2\omega_1 \pm \omega_2$$

Комбинационные частоты
3-го порядка

Полученные результаты могут быть обобщены на случай воздействия большого числа гармонических составляющих на Н.Э.