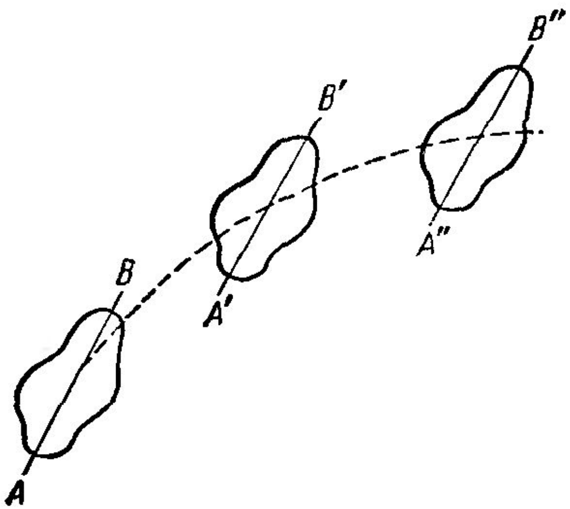
Кинематика вращательного движения

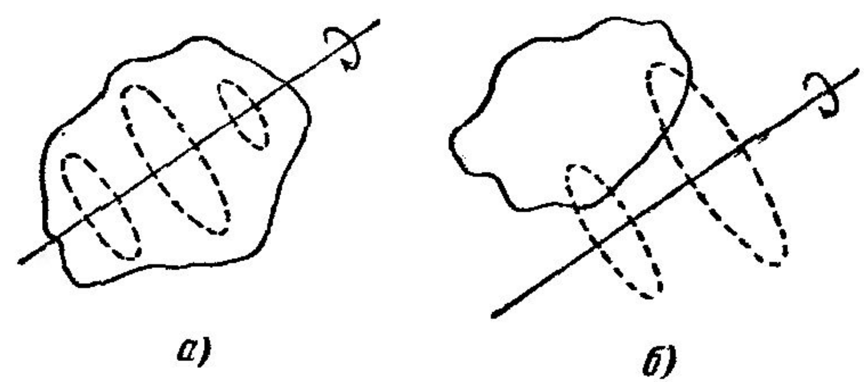
Всякое движение твердого тела может быть представлено как сумма *поступательного* и *вращательного* движений.

Поступательное движение – движение тела, при котором прямая, соединяющая две любые точки тела, остается параллельной самой себе при движении этого тела.



Следствие. Все точки тела движутся по одинаковым траекториям.

Вращательное движение твердого тела *вокруг оси* – движение тела, при котором все точки тела описывают окружности в плоскостях, перпендикулярных к оси вращения и с центрами, лежащими на этой оси.



Точки тела находятся на разном расстоянии от оси вращения, их скорость разная.

Характеристики кинематики вращательного движения абсолютно твердого тела

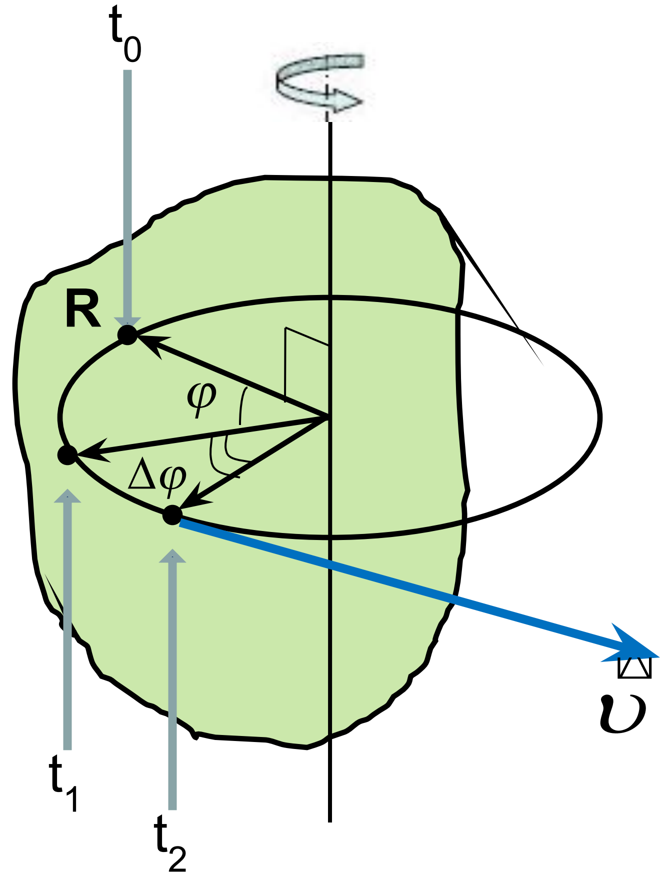
Абсолютно твердое тело – тело, деформациями которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Рассмотрим вращательное движение *абсолютно твердого тела* относительно неподвижной оси вращения.

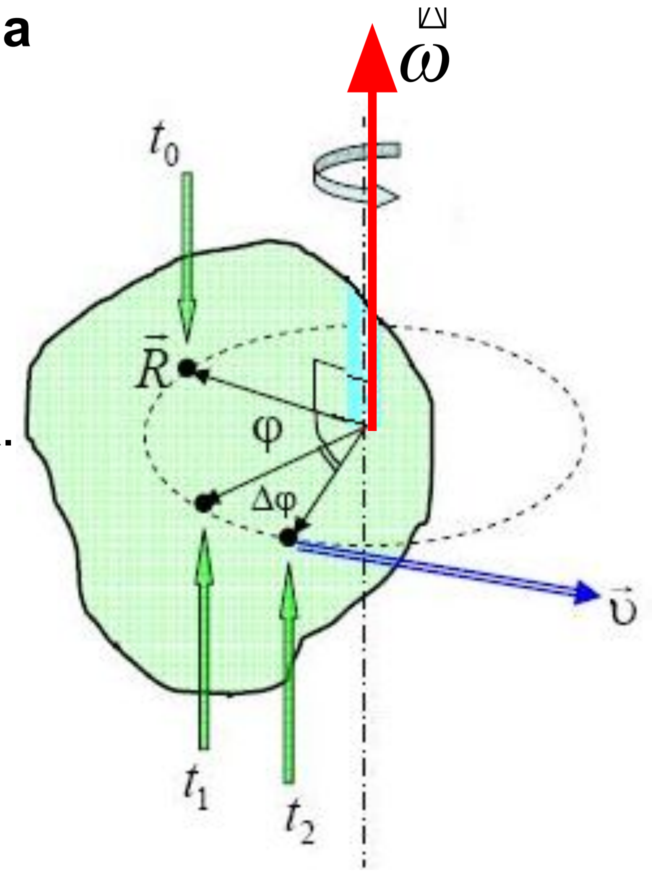
Положение такого тела при вращении вокруг неподвижной оси можно охарактеризовать угловой координатой φ (скаляр)

За время $\Delta t = t_2 - t_1$ угол поворота $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

За время dt - dφ.



Характеристики кинематики вращательного движения абсолютно твердого тела



Характеристика быстроты вращения тела вокруг неподвижной оси → *угловая скорость:*

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Размерность в системе СИ – радиан/сек или 1/сек.

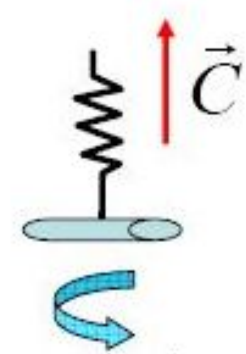
Движение по окружности данного радиуса R, будет задано в том случае, если заданы

1. величина угловой скорости ω,
2. плоскость в которой лежит окружность,
3. направление вращения

Все три характеристики могут быть даны с помощью одного вектора:

Вектор перпендикулярен плоскости вращения

Направление вектора даёт направление вращения по правилу правого винта.



Будем считать, что $\vec{\omega}$ – это такой вектор

Характеристики кинематики вращательного движения абсолютно твердого тела

При вращении с *постоянной* угловой скоростью полный оборот совершается за время

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Longrightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Т – период обращения.

Величина обратная периоду – число оборотов в единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \Longrightarrow \omega = 2\pi\nu$$

Т и ν можно рассматривать и как характеристики движения с *переменной* угловой скоростью. Тогда они будут характеризовать вращение в данный момент времени.

Пример: изменение скорости вращения ротора, двигателя и т.п. характеризуют изменением числа оборотов (а не изменением угловой скорости).

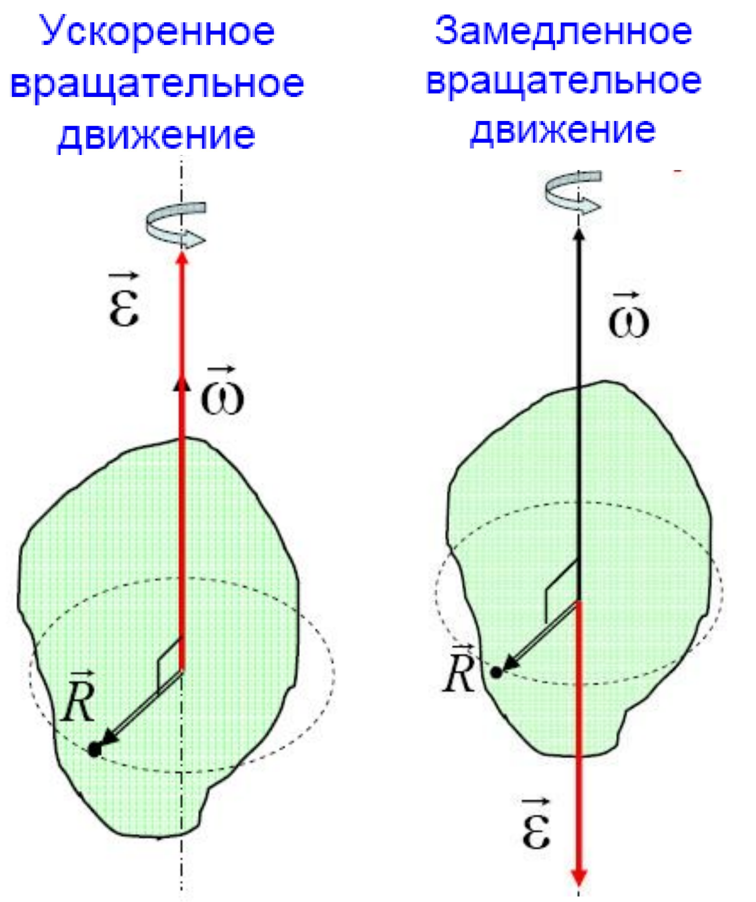
Характеристики кинематики вращательного движения абсолютно твердого тела

Угловое ускорение **-** характеристика быстроты изменения угловой скорости

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

При *неподвижной* оси вращения $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ совпадают по направлению в случае ускоренного вращательного движения.

В случае замедленного вращательного движения $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ - противоположны.



Связь угловых и линейных величин

Путь, пройденный точкой при движении по окружности:

$$S = R\varphi$$

Связь между **модулями** линейной скорости точки тела и угловой скоростью:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d(R\varphi)}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} = R\omega \quad \Longrightarrow \quad v = R\omega$$

Связь между модулями тангенциального ускорения точки тела и углового ускорения:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{\dot{d}(\omega R)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon \quad \Longrightarrow \quad a_\tau = R\varepsilon$$

Связь между модулем нормального ускорения точки тела и модулем угловой скорости:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

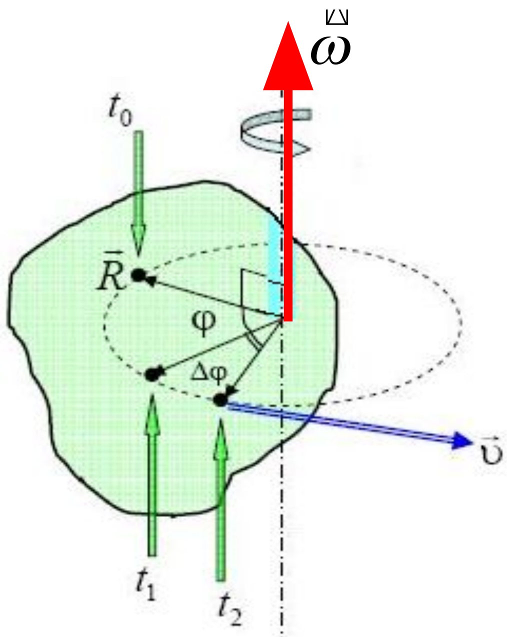
Связь угловых и линейных величин

Связь между линейной скоростью точки тела и угловой скоростью в **векторном** виде:

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}\vec{R}].$$

векторное произведение

$$\upsilon = R\omega\sin\frac{\pi}{2},$$



$$\vec{C} = [\vec{A} \times \vec{B}]$$

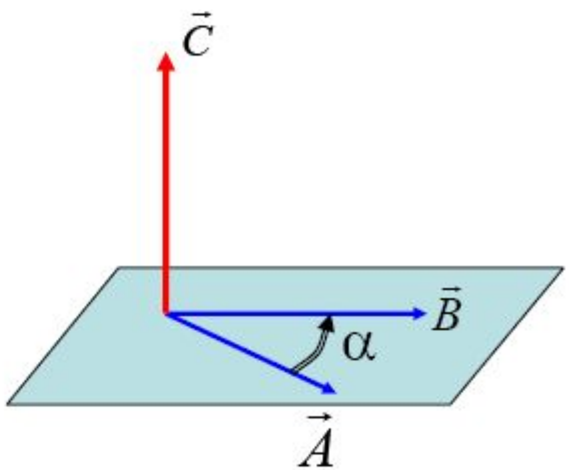
$$\vec{C} \perp \vec{A}$$

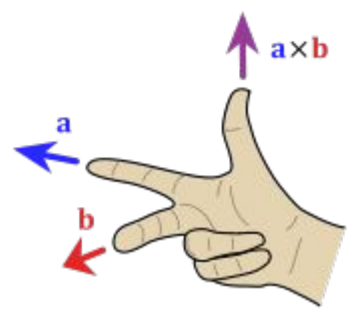
$$\vec{C} \perp \vec{B}$$

$$|\vec{C}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\alpha$$

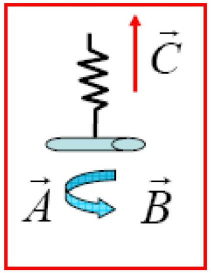
$$C = AB\sin\alpha$$

$$\vec{C} = -[\vec{B} \times \vec{A}]$$



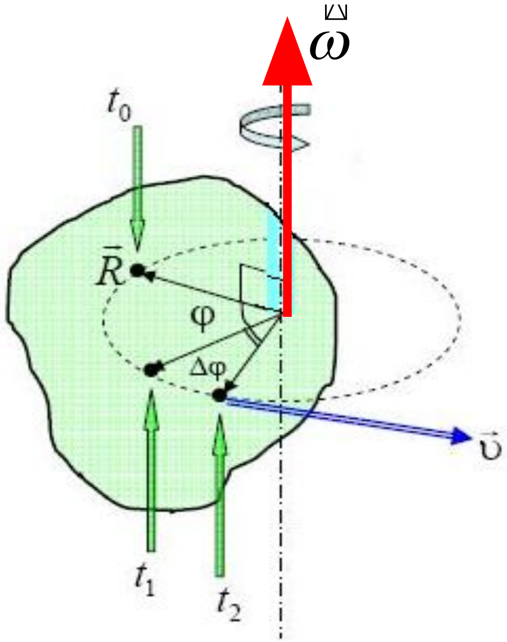


правило правой руки



Правило Правого винта

Связь угловых и линейных величин



$$\boxed{S = R\varphi}$$

$$\boxed{\upsilon = R\omega}$$

$$\boxed{\vec{\upsilon} = [\vec{\omega} \times \vec{R}]}$$

$$\boxed{a_\tau = R\varepsilon}$$

$$\boxed{a_n = \omega^2 R}$$