

# ЛЕКЦИЯ 2

## ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Фотоэффект.
2. Формула Эйнштейна.
3. Фотоны. Импульс фотона. Давление света.
4. Эффект Комптона.

# ФОТОЭФФЕКТ

*Фотоэффект* - испускание электронов веществом под действием света.

Фотоэффект открыт Г.Герцем в 1887г. и детально исследован А. Столетовым в 1888 – 1889 г.

Схема установки:

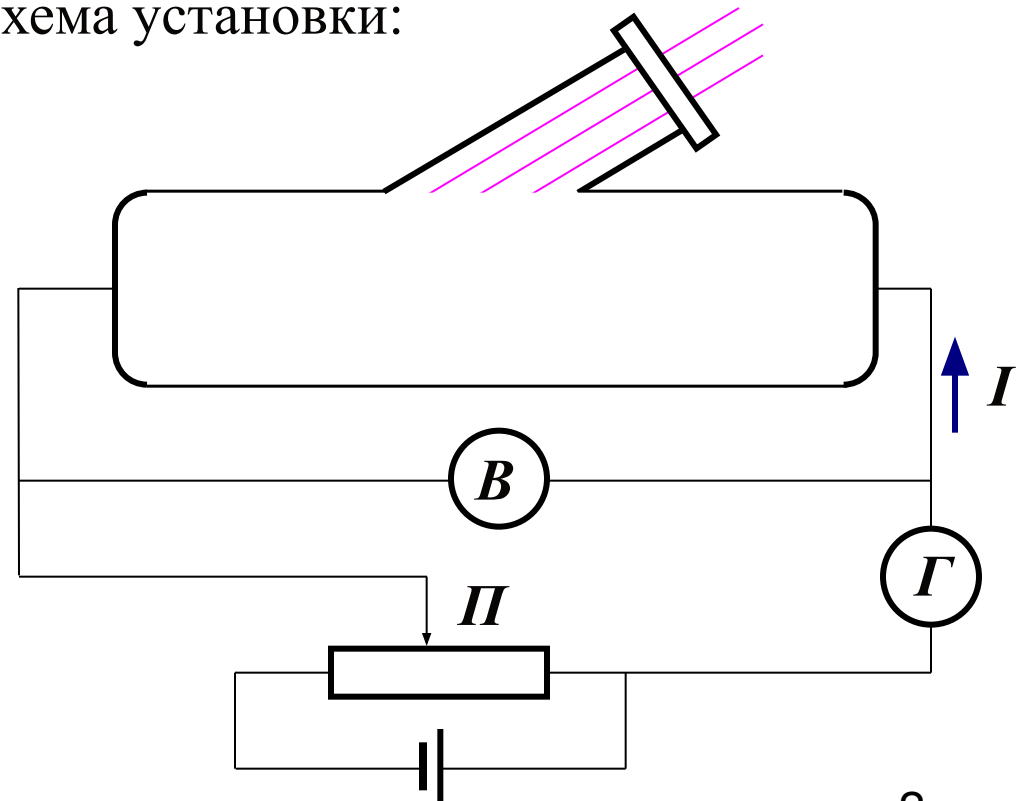
*K* - катод

*A* - анод

*П* - потенциометр

*B* - вольтметр

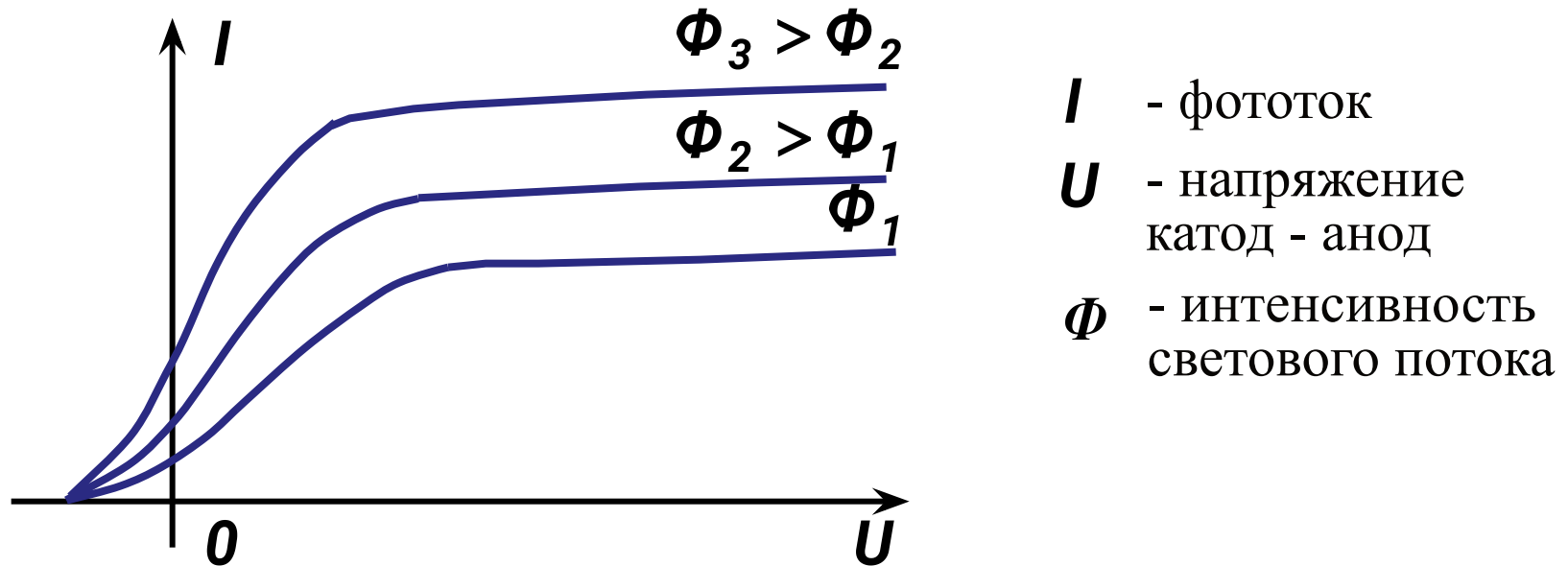
*Г* - гальванометр



# ФОТОЭФФЕКТ

## Результаты экспериментов.

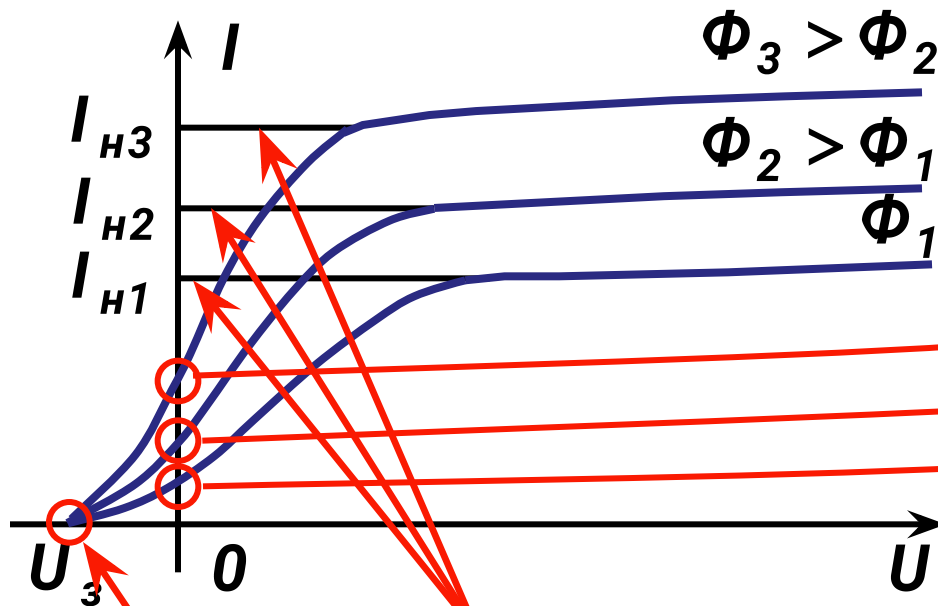
Анализировались вольт-амперные характеристики вакуумного диода



Характеристики сняты при  $\omega = const$  и различных  $\Phi$

# ФОТОЭФФЕКТ

## Результаты экспериментов.



При  $U = 0$  лишь часть самых быстрых электронов достигает анода.

При небольшом  $U > 0$  фототок достигает тока насыщения  $I_{н}$  — все электроны, испускаемые катодом, попадают на анод.

Чем больше световой поток, тем больше выбивается электронов в единицу времени и, следовательно, тем больше ток насыщения.

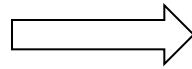
Если приложить некоторое отрицательное (задерживающее) напряжение  $U_3$ , то ни одному из фотоэлектронов не удастся преодолеть задерживающее поле и достичь анода.

# ФОТОЭФФЕКТ

## Анализ результатов

Максимальная скорость электронов  $v_{max}$  :

$$\frac{m_0 v_{max}^2}{2} = eU_3$$



$$v_{max} = \sqrt{\frac{2eU_3}{m_0}}$$

Из классической электродинамики: электрон, взаимодействуя с полем световой (электромагнитной) волны, совершает вынужденные колебания. Амплитуда колебаний может быть достаточной для того, чтобы электрон покинул металл.

Забираемая от волны энергия должна быть пропорциональна интенсивности света и не должна зависеть от частоты волны.

Следовательно, что при  $\omega = const$  с увеличением светового потока  $\Phi$ , падающего на катод, должна расти максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

## ФОТОЭФФЕКТ

### Анализ результатов

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2eU_3}{m_0}}$$

Иначе, в соответствии с приведенной формулой должно расти задерживающее напряжение  $U_3$ , чего в эксперименте не наблюдается.

Противоречие №1

Из экспериментов: при освещении катода светом различной частоты задерживающее напряжение изменяется. Чем больше  $\nu$ , тем больше  $U_3$ , больше энергия электронов.

Этот результат не объясняется классической электродинамикой.

Противоречие №2

Из экспериментов: для каждого вещества существует *красная граница фотоэффекта*, т.е. минимальная частота света, ниже которой фотоэффект невозможен.

По волновой теории энергия, передаваемая электронам, зависит от интенсивности света, и не зависит от частоты.

Противоречие №3

## ***ФОТОЭФФЕКТ***

### Разрешение противоречий. Формула Эйнштейна

В 1905 году Эйнштейн показал, что противоречия разрешаются, если предположить следующее:

1. Свет поглощается такими же порциями (квантами)  $W = h\nu = \hbar\omega$ , какими он, по предположению Планка, испускается.
2. Электрон поглощает квант энергии целиком.

Часть этой энергии, равная работе выхода  $A$ , затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело.

Если электрон освобождается под действием света не у самой поверхности, а на некоторой глубине, то он может дополнительно затратить часть энергии на случайные столкновения в веществе.

Остаток энергии образует кинетическую энергию  $E_k$  электрона, покинувшего вещество.

## *ФОТОЭФФЕКТ*

### Разрешение противоречий. Формула Эйнштейна

Энергия  $E_k$  будет максимальна, если электрон покидает тело без столкновений в веществе.

В этом случае должно выполняться соотношение:

$$\hbar \omega = \frac{m_0 v_{max}^2}{2} + A$$



## ФОТОЭФФЕКТ

### Разрешение противоречий. Формула Эйнштейна

$$\hbar\omega = \frac{m_0 v_{max}^2}{2} + A$$

Формула Эйнштейна правильно описывает особенности фотоэффекта, которые не нашли объяснения в рамках классической физики:

1. С ростом частоты света растет максимальная скорость электронов  $v_{max}$ , испускаемых катодом;
2. Максимальная скорость не зависит от интенсивности света (интенсивность не входит в формулу Эйнштейна);
3. Из формулы Эйнштейна следует, что в случае, когда работа выхода  $A$  превышает энергию кванта  $\hbar\omega$ , электроны не могут покинуть металл. Следовательно, для возникновения фотоэффекта необходимо выполнение условия  $\omega > \omega_0 = A/\hbar$ . Частота  $\omega_0$  и называется *красной границей фотоэффекта*.

## ***ФОТОНЫ***

Планк показал, что для объяснения распределения энергии в спектре равновесного теплового излучения достаточно допустить, что свет испускается порциями  $\hbar\omega$ .

Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями.

Эйнштейн развил эти две догадки и выдвинул гипотезу о том, что свет и распространяется в виде дискретных частиц - *фотонов*.

Энергия фотона согласно гипотезе Эйнштейна, равна:

$$W = \hbar\omega$$

где  $\omega$  - циклическая частота.

## ФОТОНЫ

### *Импульс фотона. Давление света*

Световая волна, как и всякая электромагнитная волна, обладает импульсом:

$$p = \frac{W}{c} = \frac{\hbar \omega}{c} = \hbar k$$

где  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$  - модуль волнового вектора  $\vec{k}$ , направленного вдоль вектора скорости распространения света.

В векторной форме выражение для импульса имеет вид:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление.

В соответствии с квантовой теорией давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс

Рассчитаем давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения, которое падает перпендикулярно поверхности.

## ФОТОНЫ

### *Импульс фотона. Давление света*

Пусть в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает  $N$  фотонов.

При коэффициенте отражения  $\rho$  света от поверхности тела  $\rho N$  фотонов отразится, а  $(1 - \rho)N$  поглотится.

Каждый поглощенный фотон передает телу импульс  $p_1 = \hbar \omega / c$ , а каждый отраженный -  $2p_1 = 2\hbar \omega / c$  (при отражении импульс фотона изменяется на  $-p_1$ ).

Давление света в единицу времени на единицу площади поверхности равно импульсу, который передается всеми  $N$  фотонами:

$$p = \rho N \frac{2\hbar \omega}{c} + (1 - \rho) N \frac{\hbar \omega}{c} = (1 + \rho) \frac{\hbar \omega}{c} N$$

## ФОТОНЫ

### *Импульс фотона. Давление света*

$\hbar \omega \mathbf{N} = \mathbf{E}$  - это энергия всех фотонов, падающих в единицу времени на единицу площади поверхности.

Величина  $\mathbf{N} \hbar \omega / c = E / c = w$  есть объемная плотность энергии излучения.

Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность, можно выразить формулой:

$$p = (1 + \rho)w$$

Эта формула совпадает с выражением для давления, получающимся из электромагнитной теории.

## ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Мы рассмотрели явления (тепловое излучение, фотоэффект), в которых свет ведет себя как поток частиц (фотонов) или корпускул.

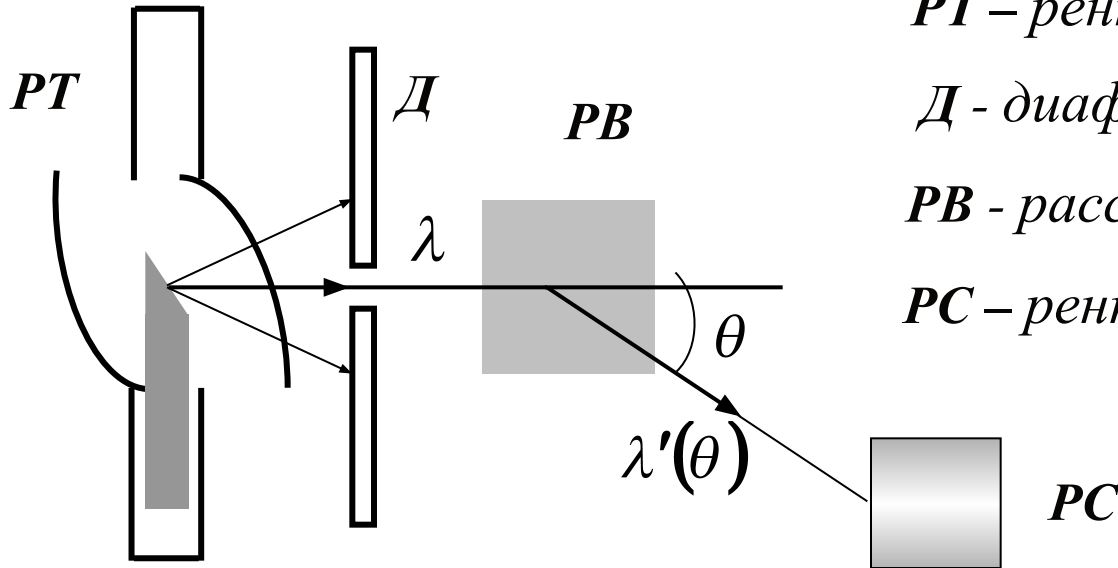
Существует еще целый ряд физических явлений, подтверждающих квантовую природу излучения. Например, существование коротковолновой границы тормозного рентгеновского излучения, а также явление, получившее название *эффект Комптона*.

Эффект Комптона является одним из важных доказательств корпускулярного характера света.

В 1922 году американский физик Комптон экспериментально показал, что при рассеянии рентгеновских лучей свободными электронами происходит изменение их частоты в соответствии с законами упругого столкновения двух частиц – фотона и электрона.

# ЭФФЕКТ КОМПТОНА

## Схема эксперимента



*PT* – рентгеновская трубка

*Д* - диафрагма

*PB* - рассеивающее вещество

*PC* – рентгеновский спектрограф

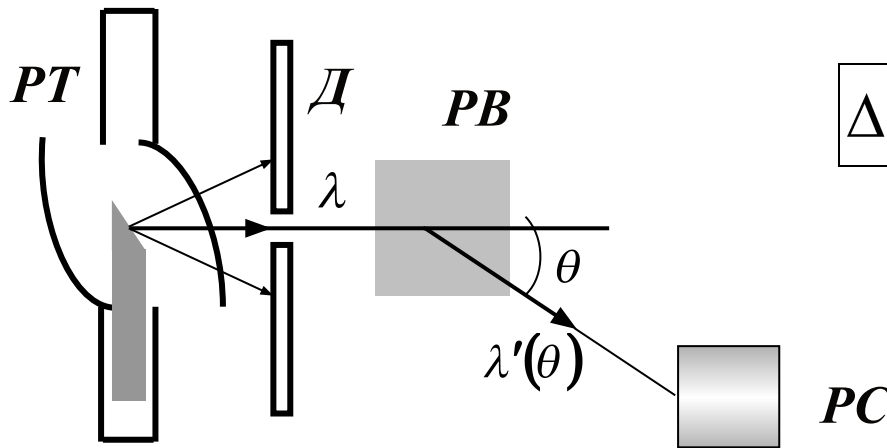
## Результаты экспериментов:

1. В составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны  $\lambda$  наблюдается также более длинноволновое излучение  $\lambda'$ .

2. Разность  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не зависит от длины волны падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния  $\theta$  (тета):

$$\Delta\lambda = \lambda'(\theta) - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$$

## ЭФФЕКТ КОМПТОНА



$$\Delta\lambda = \lambda'(\theta) - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$$

$\lambda_c$  - некоторая постоянная  
(комptonовская длина  
волны).

Волновая теория: длина волны при рассеивании изменяться не должна. Под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Экспериментальные результаты можно объяснить на основе представления о том, что рентгеновское излучение состоит из частиц – фотонов, обладающих энергией  $W = \hbar\omega$  и импульсом  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ .



# ЭФФЕКТ КОМПТОНА

## Теория эффекта Комптона

Рассмотрим упругое столкновение рентгеновского фотона с покоящимся квазисвободным электроном внешней электронной оболочки атома.

Приближение квазисвободного электрона - если энергия связи электрона в атоме (энергия ионизации) много меньше энергии, которую фотон может передать электрону при столкновении.

Запишем законы сохранения энергии и импульса в рассматриваемом упругом столкновении, считая электрон свободным.

Введем обозначения.

Фотон:

$\hbar \omega$  - начальная (до столкновения) энергия;

$\hbar \omega'$  - конечная (после столкновения) энергия;

$\hbar \vec{k}$  - начальный (до столкновения) импульс;

$\hbar \vec{k}'$  - конечный (после столкновения) импульс.

# ЭФФЕКТ КОМПТОНА

## Теория эффекта Комптона

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$$

Электрон:

- начальная (до столкновения) энергия;
- конечная (после столкновения) энергия;
- начальный (до столкновения) импульс;
- конечный (после столкновения) импульс.

Выражение для энергии электрона после столкновения получено следующим образом.

Полная энергия движущегося свободного электрона складывается из энергии покоя электрона и его кинетической энергии:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Запишем выражение для энергии электрона через его импульс  $\vec{p}$ , исключив из этого выражения скорость  $v$ .

# ЭФФЕКТ КОМПТОНА

## Теория эффекта Комптона

Из уравнения для импульса релятивистского электрона в скалярном виде

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

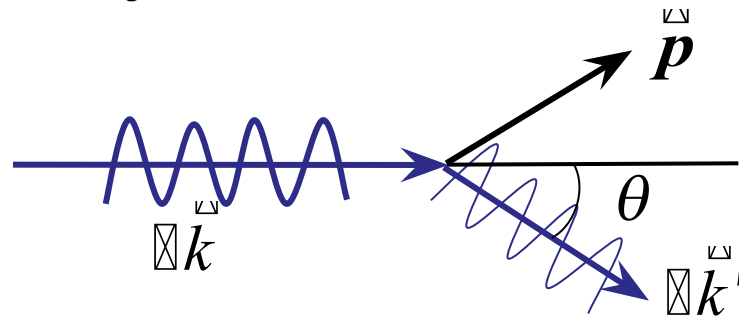
получим выражение для скорости :

$$v^2 = \frac{p^2 c^2}{p^2 + m_0^2 c^2}$$

После подстановки скорости в уравнение для энергии получается выражение вида

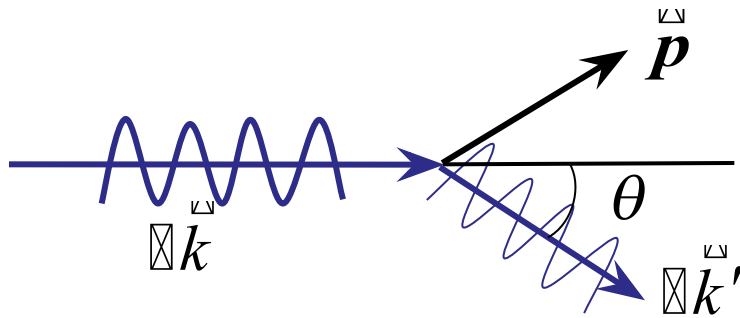
$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$$

Схема взаимодействия выглядит следующим образом:



# ЭФФЕКТ КОМПТОНА

## Теория эффекта Комптона



Законы сохранения энергии и импульса:

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2}$$

$$\hbar\mathbf{k} = \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}'$$

Разделим первое равенство на  $c$  и, учитывая, что  $\omega/c = k$ , запишем его в виде

$$\sqrt{p^2 + m_0^2c^2} = \hbar(k - k') + m_0c$$

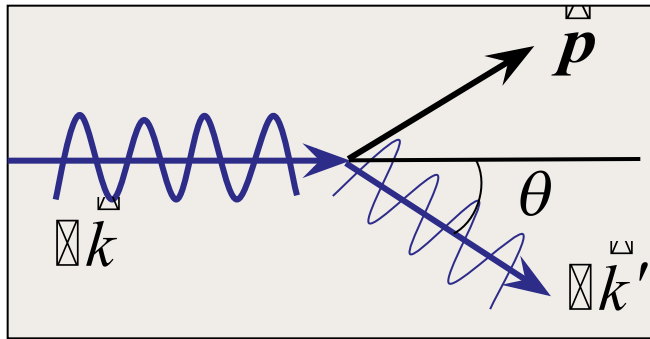
Возведение полученного равенства в квадрат дает:

$$\begin{aligned} p^2 &= [\hbar(k - k') + m_0c]^2 - m_0^2c^2 = \\ &= \hbar^2(k - k')^2 + 2\hbar(k - k')m_0c + m_0^2c^2 - m_0^2c^2 \end{aligned} \quad \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \quad p^2 = \hbar^2(k^2 - 2kk' + k'^2) + 2\hbar(k - k')m_0c$$

# ЭФФЕКТ КОМПТОНА

## Теория эффекта Комптона



$$p^2 = \hbar^2 (k^2 - 2kk' + k'^2) + 2\hbar(k - k')m_0c$$

Воспользуемся законом сохранения импульса  $\hbar\vec{k} = \hbar\vec{p} + \hbar\vec{k}'$  и запишем :

$$p^2 = \hbar^2 (\vec{k} - \vec{k}')^2 = \hbar^2 (k^2 + k'^2 - 2(\vec{k}, \vec{k}'))$$

При записи последнего выражения учли, что под квадратом вектора всегда подразумевается скалярное произведение вектора на самого себя:

$$\vec{p}^2 = [\vec{p}, \vec{p}] = pp \cos \alpha = pp = p^2$$

Поскольку в левой части полученного выше выражения скалярная величина, в скобках в правой части должно быть скалярное произведение двух векторов  $\vec{k}$  и  $\vec{k}'$ .

Результат такого произведения, как следует из рисунка -

$$(\vec{k}, \vec{k}') = kk' \cos \theta$$

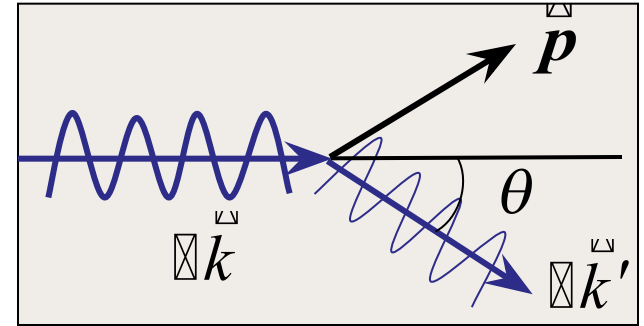
# ЭФФЕКТ КОМПТОНА

## Теория эффекта Комптона

$$p^2 = \hbar^2(k^2 - 2kk' + k'^2) + 2\hbar(k - k')m_0c$$

В итоге получим:

$$p^2 = \hbar^2(k - k')^2 = \hbar^2(k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta)$$



Сравним оба выражения и запишем:

$$\hbar^2(k^2 - 2kk' + k'^2) + 2\hbar(k - k')m_0c = \hbar^2(k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta)$$

После алгебраических преобразований получим

$$(k - k')m_0c = \hbar kk'(1 - \cos \theta)$$

Умножим это равенство на  $2\pi$  и разделим на  $m_0ckk'$ :

$$\frac{(k - k')2\pi}{kk'} = \frac{2\pi\hbar(1 - \cos \theta)}{m_0c} \quad \longrightarrow \quad \frac{2\pi}{k'} - \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar(1 - \cos \theta)}{m_0c}$$

# ЭФФЕКТ КОМПТОНА

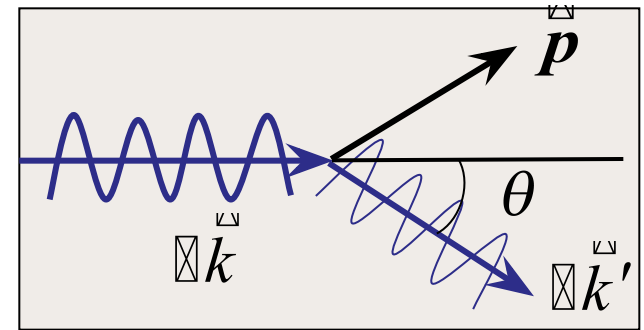
## Теория эффекта Комптона

Поскольку  $2\pi/k = \lambda$ , получим окончательно

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0c} (1 - \cos\theta) = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

Величина  $\lambda_c = 2,426 \cdot 10^{-12}$  м.

Таким образом, гипотеза о квантованности света позволяет объяснить и эффект Комптона, не находящий объяснения в классической электродинамике.



В приведенной теории принято приближение квазисвободного электрона.

При рассеянии фотонов на электронах с большой энергией связи с атомом обмен энергией и импульсом происходит с атомом как целым.

В этом случае вид полученной формулы не изменится, но под  $\lambda_c$  нужно понимать комптоновскую длину волны атома

$$\lambda_c = 2\pi\hbar/Mc, \quad \text{где } M - \text{масса атома.}$$