

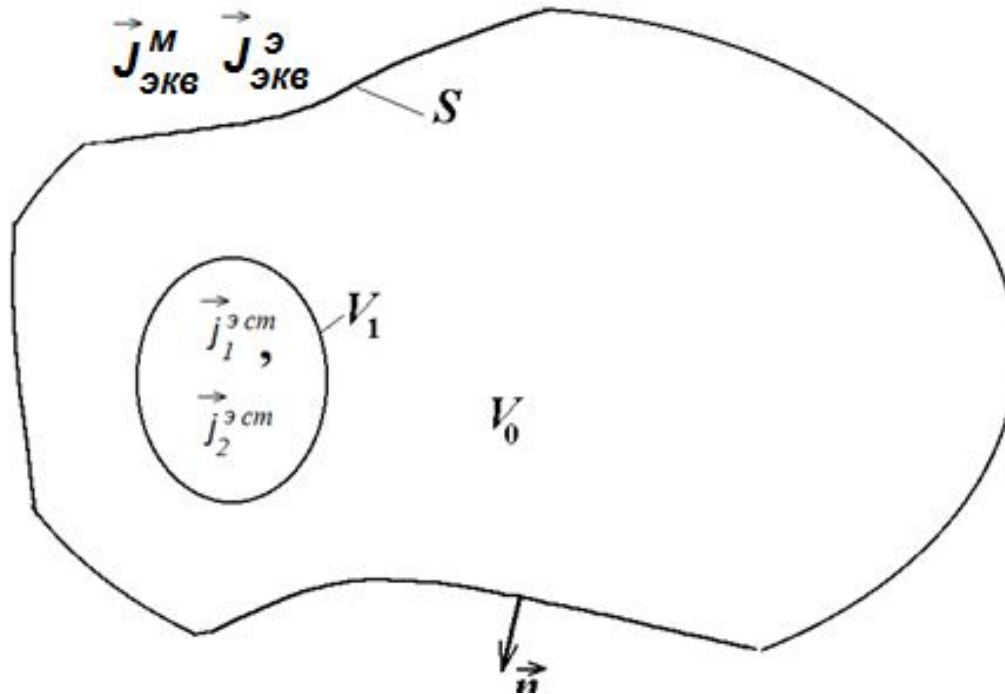
# Тема 2. ИЗЛУЧЕНИЕ ЭМВ В СВОБОДНОЕ ПРОСТРАНСТВО

## Лекция №6 (6). Поле системы элементарных излучателей

1. Принцип Гюйгенса-Кирхгофа.
2. Излучатель Гюйгенса.
3. Принцип получения остронаправленного излучения.

# 1 Принцип Гюйгенса-Кирхгофа

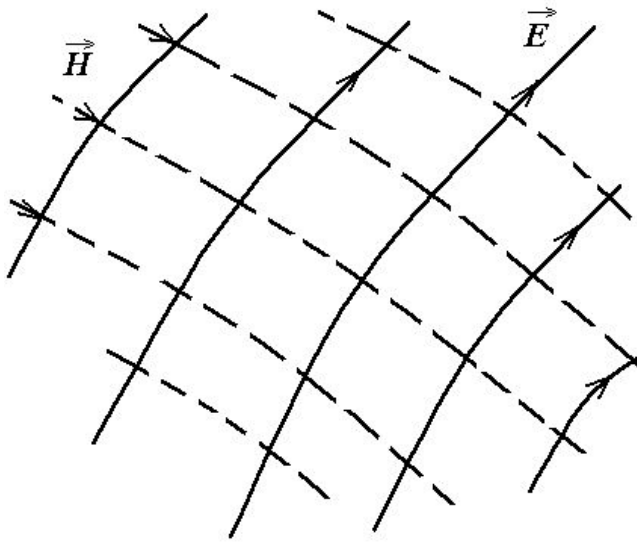
В случаях, когда распределение токов в системе не известно, например, в апертурных антеннах, используются распределение полей на эквивалентных поверхностях.



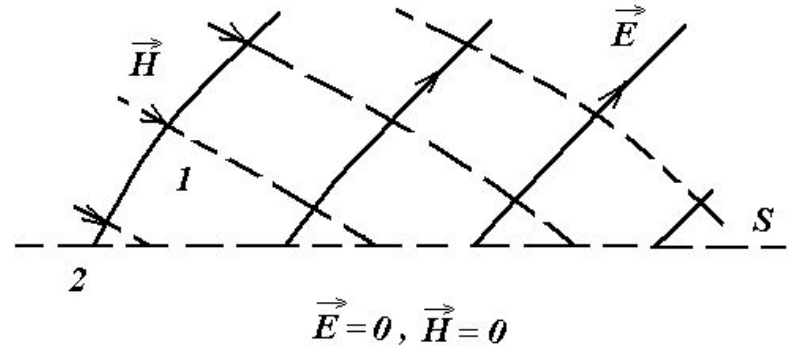
Реальные источники тока заменяются на эквивалентные, расположенные не внутри объема, а на его поверхности.

# Введение эквивалентных поверхностей

Исходное поле:



После преобразований:



Условия на фиктивной границе раздела  $S$  должны быть такими, чтобы их действие оказалось эквивалентным отображенному полю. Для устранения разрывов силовых линий на границе должны присутствовать токи или заряды:

$$\vec{J}_{\text{эkv}}^{\text{э}} = [\vec{n}, \vec{H}^S]$$

$$\vec{J}_{\text{эkv}}^{\text{м}} = [\vec{E}^S, \vec{n}]$$

$$\rho = \varepsilon_0 \varepsilon (\vec{E}^S, \vec{n})$$

$$\rho^{\text{м}} = \mu_0 \mu (\vec{H}^S, \vec{n})$$

**Принцип Гюйгенса-Кирхгофа:** *Каждый элемент волнового фронта можно рассматривать как центр вторичного возмущения, порождающего вторичные сферические волны, а результирующее поле в каждой точке пространства будет определяться интерференцией этих волн.*



Математическая формулировка – Кирхгоф.

***Фронт волны*** - поверхность, отделяющую область, в которой в данный момент уже имеют место колебания, от области, в которую волна еще не успела распространиться.

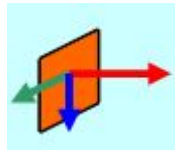
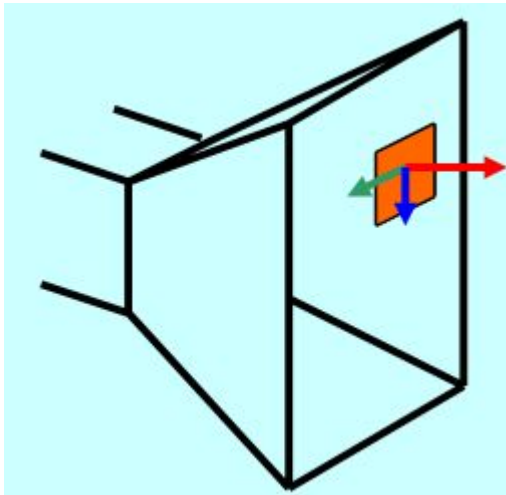
В случае монохроматических ЭМВ, распространяющихся в неограниченной области, под фронтом волны понимают любую поверхность равных фаз.

***Результат использования принципа Гюйгенса- Кирхгофа:***

Поле в объеме можно рассматривать не только как результат излучения реальных сторонних источников (электрических токов и зарядов), но и как результат излучения эквивалентных источников, распределенных на некоторой поверхности. При этом для определения источников достаточно знать поле на поверхности.

## 2 Излучатель Гюйгенса

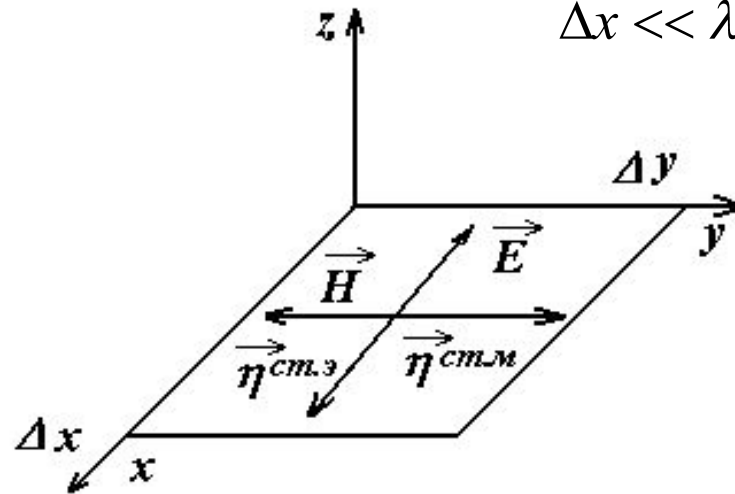
*Элемент Гюйгенса* - элементы поверхности  $S$  с заданным распределением поля, которые могут фигурировать как элементарные излучатели.



- элемент Гюйгенса

$$\Delta S = \Delta x \times \Delta y$$

$$\Delta x \ll \lambda \quad \Delta y \ll \lambda$$



Поверхностные токи выражаются через распределение полей на поверхности элемента:

$$\vec{\eta}^{ст.э} = [\vec{z}, \vec{H}]$$

$$\vec{\eta}^{ст.м} = [\vec{E}, \vec{z}]$$

**Элемент Гюйгенса – комбинированный излучатель, составленный из элементарных электрического и магнитного диполей.**

**Поле в дальней зоне:**

$$\vec{E} = -\frac{ik \left| \vec{\eta}^{cm.э} \right| \Delta S W_0}{4\pi} (1 + \cos \theta) \left( \vec{\theta} \sin \varphi - \vec{\varphi} \cos \varphi \right) \frac{\exp(-ikr)}{r}$$

$$\vec{H} = -\frac{ik \left| \vec{\eta}^{cm.э} \right| \Delta S}{4\pi} (1 + \cos \theta) \left( \vec{\theta} \cos \varphi + \vec{\varphi} \sin \varphi \right) \frac{\exp(-ikr)}{r}$$

**Анализ структуры поля в дальней зоне:**

. Структура поля отличается от структуры полей элементарных излучателей, на основе которых данный элемент образован: имеет две компоненты, а не одну.

. Характеристика направленности является векторной величиной

$$\vec{F}(\theta, \varphi) = \vec{\theta} F_{\theta}(\theta, \varphi) + \vec{\varphi} F_{\varphi}(\theta, \varphi)$$

$$F_{\theta} = (1 + \cos \theta) \sin \varphi \quad F_{\varphi} = (1 + \cos \theta) \cos \varphi$$

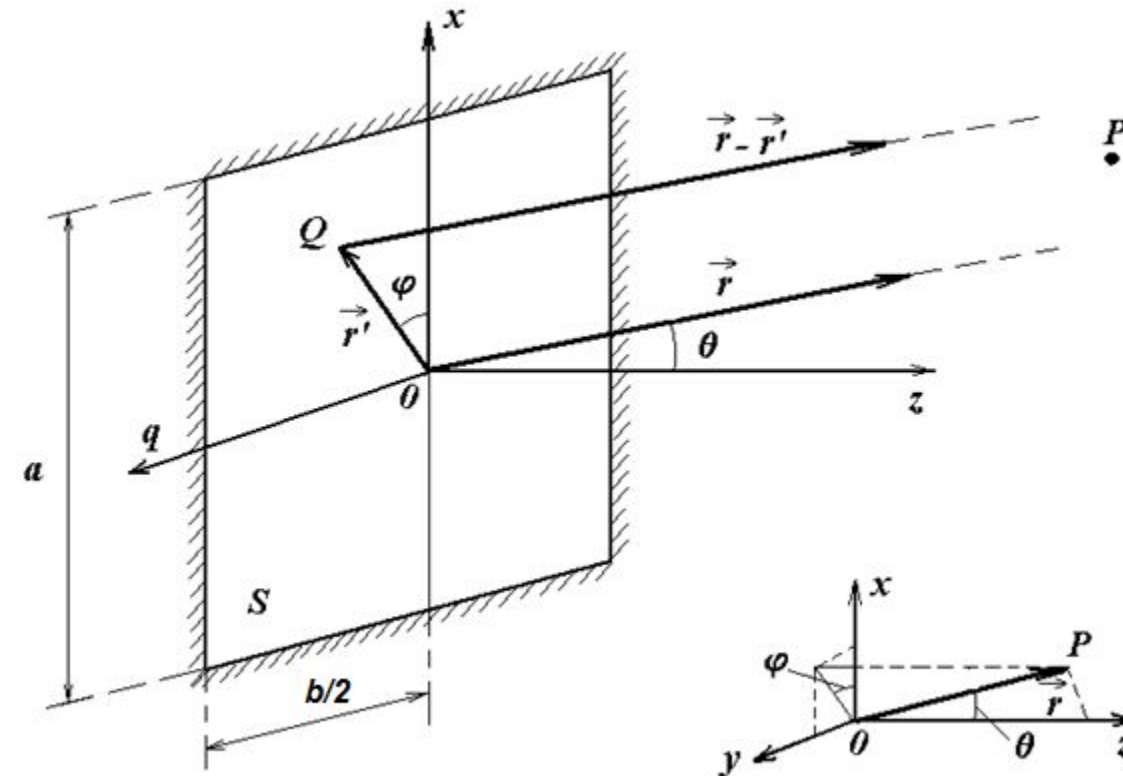
**3. Вектор Пойнтинга**

$$\Pi_R = \Pi_R = \frac{1}{2} \left( E_{\theta} H_{\varphi}^* - E_{\varphi} H_{\theta}^* \right) = \frac{k^2 (E_m^S)^2 \Delta S^2}{32\pi^2 W_0 r^2} (1 + \cos \theta)^2$$

# 3 Принцип получения остронаправленного излучения

Рассмотрим на примере излучения из прямоугольного отверстия в металлическом экране.

Реальный источник находится за экраном. Известно распределение полей в раскрыве отверстия:  $\vec{E}_m^S = \vec{i}_x E_0$      $\vec{H}_m^S = \vec{i}_y \frac{E_0}{W}$



Отверстие размером  $a \times b$  можно рассматривать как непрерывную систему элементов Гюйгенса.



**Преобразование выражение для компоненты поля в дальней зоне:**

$$\vec{E}_m = \vec{i}_x \frac{ikE_0}{4\pi} \int_S (1 + \cos \theta') \left\{ \vec{\theta}_0 \cos \varphi' - \vec{\varphi}_0 \sin \varphi' \right\} \frac{\exp\left(-ik|\vec{r} - \vec{r}'|\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} ds'$$

1. Отнесем точку наблюдения на бесконечность. Отсюда следует,

- векторы  $|\vec{r} - \vec{r}'|$  и  $\vec{r}$  могут считаться параллельными;
- все точки поверхности S имеют одинаковые угловые координаты  $\theta' = \theta$  и  $\varphi' = \varphi$ ;

- множитель  $\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$  можно заменить на  $\frac{1}{|\vec{r}|} = \frac{1}{r}$ ;

- множитель  $\exp(-ikr)$  описывает фазу и пока не преобразуется.

В итоге имеем:

$$\vec{E}_m = \vec{i}_x \frac{ikE_0}{4\pi} (1 + \cos \theta) \left\{ \vec{\theta}_0 \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 \sin \varphi \right\} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \exp\left(-ik|\vec{r} - \vec{r}'|\right) dx' dy'$$

2. Представим выражение  $|\vec{r} - \vec{r}'|$  в виде разложения в ряд:

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} =$$

$$= \sqrt{r^2 - 2(xx' + yy') + x'^2 + y'^2} = r - \frac{xx' + yy'}{r}$$

3. Подставим полученное выражение в множитель  $\exp(-ikr)$ :

$$\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \exp\left(ik \frac{xx' + yy'}{r}\right) dx' dy' = \int_{-a/2}^{a/2} \exp\left(\frac{ikxx'}{2r}\right) dx' \int_{-b/2}^{b/2} \exp\left(\frac{iky y'}{2r}\right) dy' =$$

$$= ab \frac{\sin\left(\frac{kax}{2r}\right)}{\frac{kax}{2r}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kby}{2r}\right)}{\frac{kby}{2r}}$$

В итоге преобразований получаем:

$$\vec{E}_m = iE_0 ab \frac{\exp(-ikr)}{4\pi r} \left\{ \vec{\theta}_0 \cos\varphi - \vec{\varphi}_0 \sin\varphi \right\} (1 + \cos\vartheta) \times$$

$$\times \frac{\sin\left(\frac{k a \sin\theta \cos\varphi}{2}\right)}{k a \sin\theta \cos\varphi} \cdot \frac{\sin\left(\frac{k b \sin\theta \sin\varphi}{2}\right)}{k b \sin\theta \sin\varphi}$$

## ***Анализ характеристики направленности:***

$$F(\theta, \varphi) = (1 + \cos \theta) \left| \frac{\sin u}{u} \right| \left| \frac{\sin v}{v} \right|$$

*x-ка направленности*    *элемент Гюйгенса*    *интерференционные множители*

где  $u = \frac{ka}{2} \sin \theta \cos \varphi$ ,  $v = \frac{kb}{2} \sin \theta \sin \varphi$ .

При  $a \gg \lambda$  и  $b \gg \lambda$  интерференционный множитель фактически определяет характеристику направленности в области малых  $\theta$ .

***E-плоскость*** (плоскость ориентации вектора  $\vec{E}$ ):  $\phi = 0$

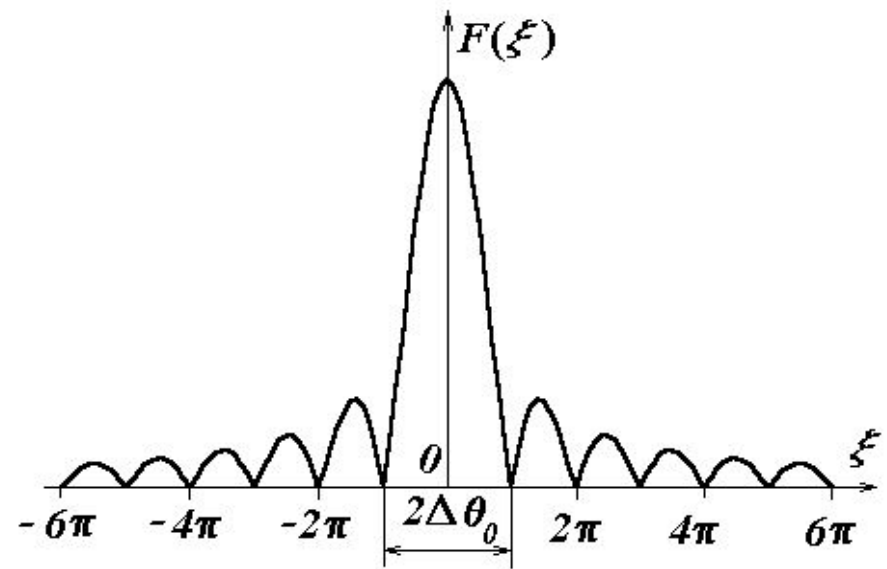
$$F^E(\theta) = (1 + \cos \theta) \left| \frac{\sin \xi^E}{\xi^E} \right|$$

***H-плоскость*** (плоскость ориентации вектора  $\vec{H}$ ):  $\phi = \pi/2$

$$F^H(\theta) = (1 + \cos \theta) \left| \frac{\sin \xi^H}{\xi^H} \right|$$

где  $\xi^E = \frac{ka}{2} \sin \theta$ ,  $\xi^H = \frac{kb}{2} \sin \theta$ .

График функции  $F(\xi) = \left| \frac{\sin \xi}{\xi} \right|$



**Угловая ширина «луча»** как зоны, ограниченной ближайшими к главному максимуму нулями, называется **диаграммой направленности по нулевому уровню** и определяется при выполнении условий:

$$2\Delta\theta_0^E \approx \frac{2\lambda}{a} \quad 2\Delta\theta_0^H \approx \frac{2\lambda}{b}$$

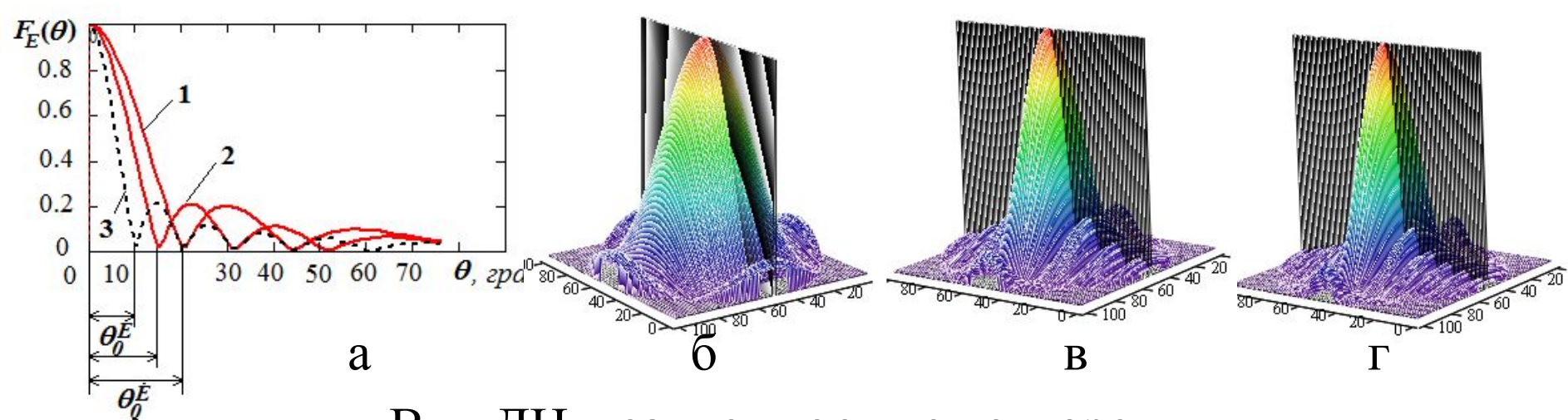
**Принцип получения остронаправленного излучения:**

- суперпозиция слабонаправленных источников;
- одинаковая ориентация источников;
- синфазность токов.

# Ширина ДН в зависимости от размера отверстия

Таблица 1 – Зависимость между размером прямоугольного отверстия и полушириной главного лепестка ДН «по нулям»

Размер отверстия $a/\lambda$	Полуширина ДН по нулям $\theta_0^E$ , град	Номер кривой на графике
1,432	20	1 и рисунок «б»
3,82	15	2 и рисунок «в»
5,73	10	3 и рисунок «г»



Вид ДН в зависимости от отверстия