

ВоГТУ

Лекция 20 (3)

**Тепловое излучение
Внешний фотоэффект
Давление света
Эффект Комптона**

Кузина Л.А.,

к. ф.-м. н.,

доцент

2015 г.

План

1. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ. АБСОЛЮТНО ЧЁРНОЕ ТЕЛО
2. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
 - 2.1. ЗАКОН КИРХГОФА
 - 2.2. ЗАКОНЫ ВИНА
 - 2.3. ЗАКОН СТЕФАНА-БОЛЬЦМАНА
3. УЛЬТРАФИОЛЕТОВАЯ КАТАСТРОФА
4. КВАНТОВАЯ ГИПОТЕЗА И ФОРМУЛА ПЛАНКА
5. ОПТИЧЕСКАЯ ПИРОМЕТРИЯ
6. ВНЕШНИЙ ФОТОЭФФЕКТ. УРАВНЕНИЕ ЭЙНШТЕЙНА
7. ФОТОНЫ: ЭНЕРГИЯ, ИМПУЛЬС
8. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА
9. ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Тепловое излучение

Излучение тела, обусловленное тепловым движением молекул (атомов), называется тепловым, так как происходит за счёт энергии теплового движения

- Любое тело с температурой $T > 0$ К излучает, причём спектр излучения – сплошной
- Тепловое излучение – единственное излучение, способное находиться в термодинамическом равновесии с веществом
- Если уменьшение энергии тела при излучении восполняется за счёт поглощения излучения, падающего на тело из окружающей среды, то излучение называется равновесным

Величины, характеризующие тепловое излучение

❖ Интегральная интенсивность излучения

(полная энергетическая светимость)

численно равна энергии всех длин волн, излучаемой за единицу времени с единичной площади поверхности тела

$$R_T = \frac{dW_{\text{излуч.}}}{dt \Delta S}$$

$$[R_T] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

❖ Монохроматическая (дифференциальная) интенсивность

излучения (спектральная плотность энергетической светимости)

численно равна энергии, излучаемой за единицу времени с единичной площади поверхности тела в единичном интервале...

...длин волн:

$$r_{\lambda, T} = \frac{dW_{\text{излуч.}}}{d\lambda \cdot \Delta t \cdot \Delta S}$$

$$[r_{\lambda, T}] = \frac{\text{Вт м}}{\text{м}^3}$$

.....частот:

$$r_{\nu, T} = \frac{dW_{\text{излуч.}}}{d\nu \cdot \Delta t \cdot \Delta S}$$

$$[r_{\nu, T}] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}$$

Связь между величинами, характеризующими тепловое излучение

Интегральная:

$$R_T = \frac{dW_{\text{излуч.}}}{dt \Delta S}$$

Монохроматически
е:

$$r_{\nu, T} = \frac{dW_{\text{излуч.}}}{d\nu \cdot \Delta t \cdot \Delta S}$$

$$r_{\lambda, T} = \frac{dW_{\text{излуч.}}}{d\lambda \cdot \Delta t \cdot \Delta S}$$

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} \cdot d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} \cdot d\lambda$$

Связь между величинами, характеризующими тепловое излучение

Монохроматически
е:

$$r_{\nu, T} = \frac{dW_{\text{излуч.}}}{d\nu \cdot \Delta t \cdot \Delta S}$$

$$r_{\lambda, T} = \frac{dW_{\text{излуч.}}}{d\lambda \cdot \Delta t \cdot \Delta S}$$

$$\frac{r_{\lambda, T}}{r_{\nu, T}} = \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right| = \left| \frac{d \left(\frac{c}{\lambda} \right)}{d\lambda} \right| = \frac{c}{\lambda^2}$$

$$r_{\nu, T} = \frac{\lambda^2}{c} \cdot r_{\lambda, T}$$

Величины, характеризующие тепловое излучение

- ❖ Спектральная поглощательная способность тела – это величина, показывающая, какую долю энергии падающего излучения в интервале длин волн $[\lambda; \lambda+d\lambda]$ вблизи данной длины волны λ тело поглощает:

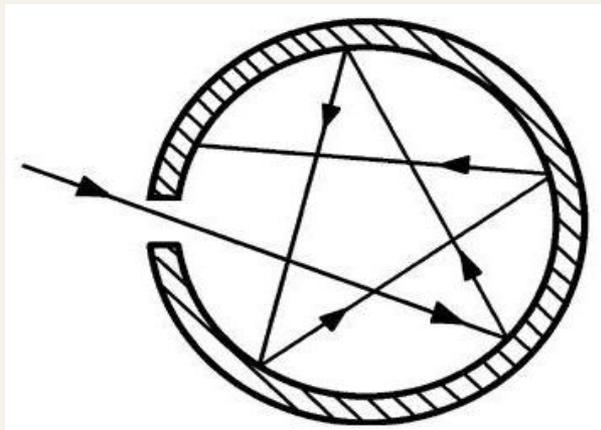
$$a_{\lambda,T} = \frac{dW_{\text{поглощ.}}}{dW_{\text{падающ.}}}$$

$$[a_{\lambda,T}] = 1$$

Тело называется абсолютно чёрным (АЧТ), если поглощает всё излучение, падающее на него:

$$a_{\lambda,T}^{\text{АЧТ}} = 1$$

Модель АЧТ:



Модель тем ближе по характеристикам к чёрному телу, чем больше отношение площади поверхности полости к площади отверстия

Законы теплового излучения

Закон Кирхгофа

Отношение монохроматической интенсивности излучения к поглотительной способности тела не зависит от природы тела; является универсальной (одинаковой для всех тел) функцией длины волны и температуры

(это универсальная функция Кирхгофа)

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f(\lambda, T) \equiv \varepsilon(\lambda, T)$$

Для абсолютно черного тела универсальная функция Кирхгофа есть монохроматическая интенсивность излучения, так как $a=1$:

$$\varepsilon_{\lambda,T} = r_{\lambda,T}$$

Тело называется серым, если:

$$a_{\lambda,T} = a = const < 1$$

Для серых тел:

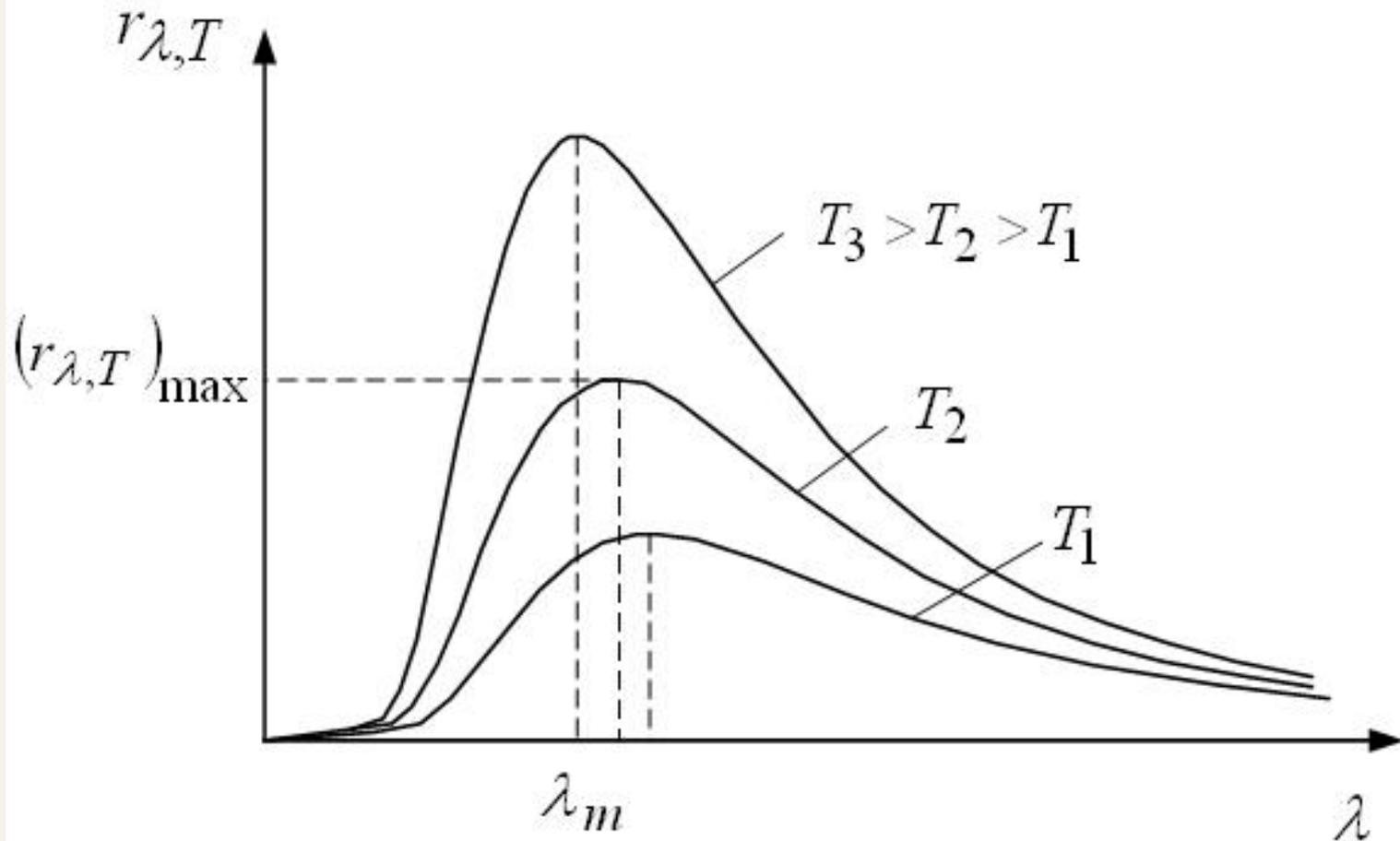
$$r_{\lambda,T} = a_{\lambda,T} \cdot \varepsilon(\lambda, T)$$

– коэффициент серости

Закон Кирхгофа

Универсальная функция Кирхгофа

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f(\lambda,T) \equiv \varepsilon(\lambda,T)$$

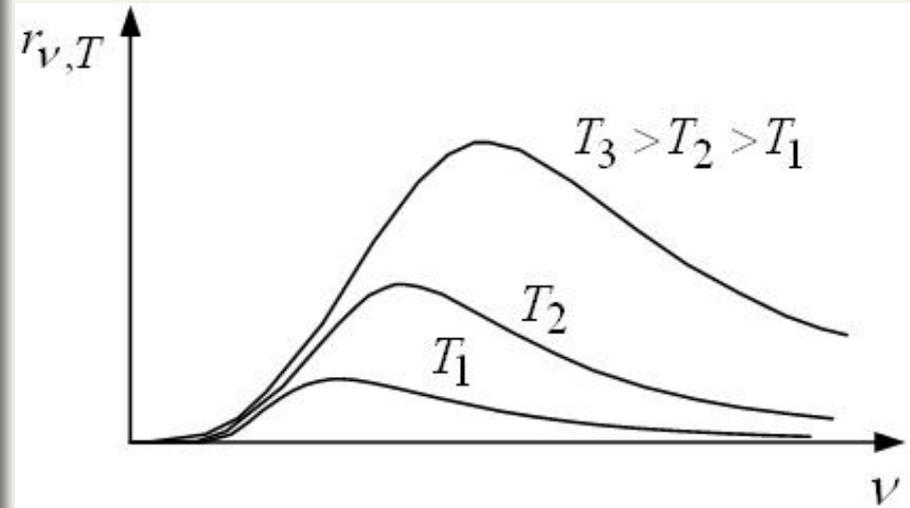
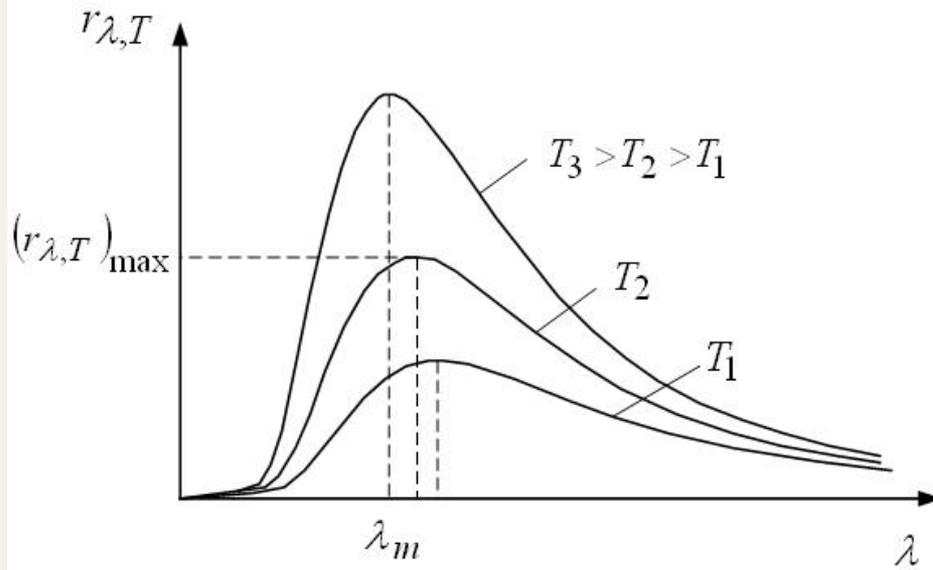


Закон Кирхгофа

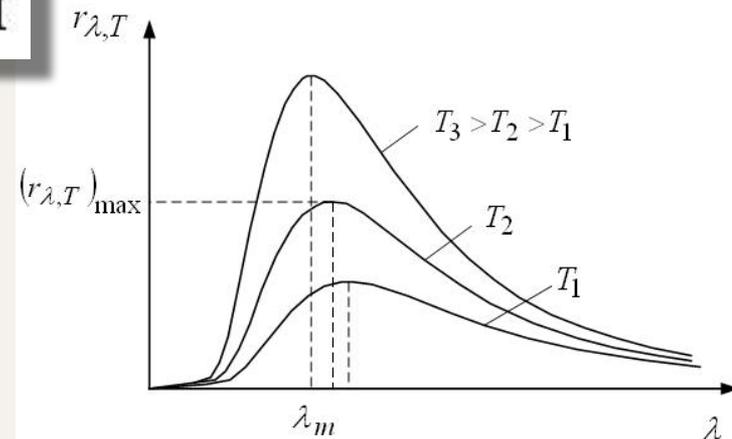
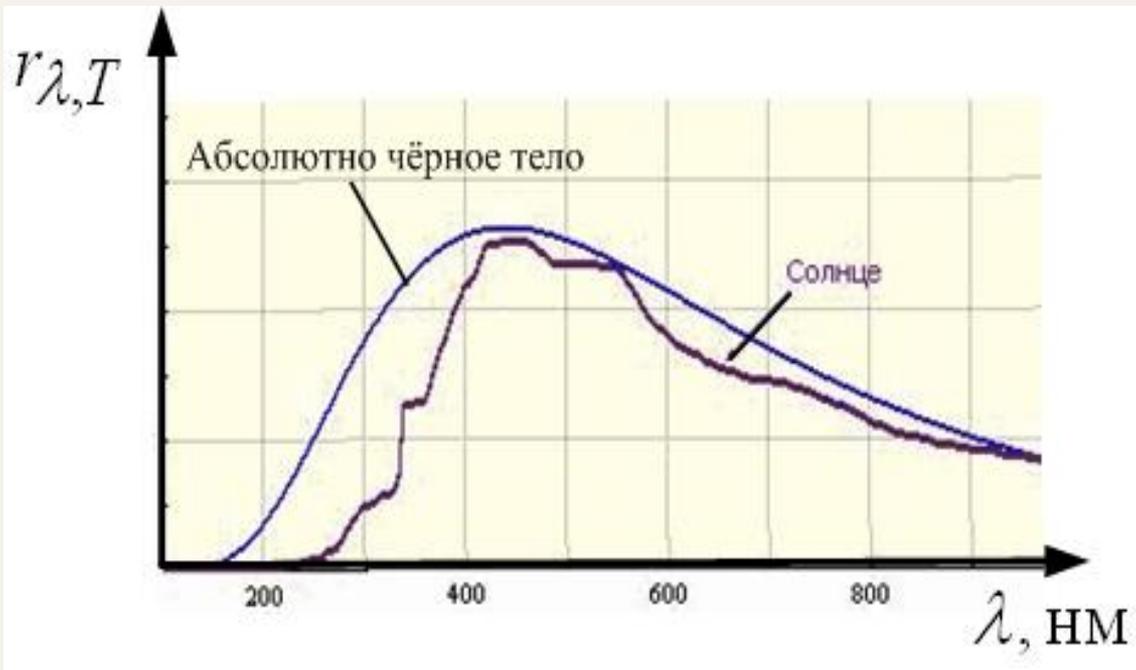
Универсальная функция

Кирхгофа

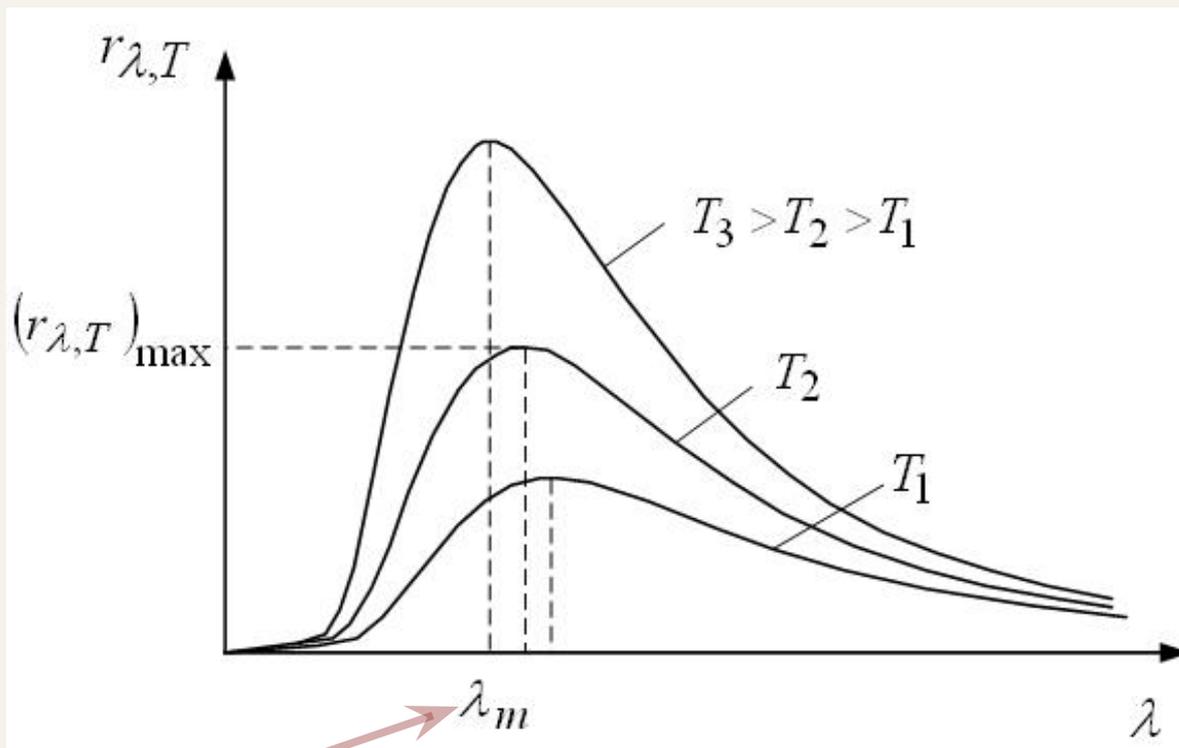
$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f(\lambda, T) \equiv \varepsilon(\lambda, T)$$



С хорошей степенью точности Солнце
можно считать абсолютно чёрным
телом:



Первый закон Вина (закон смещения Вина)

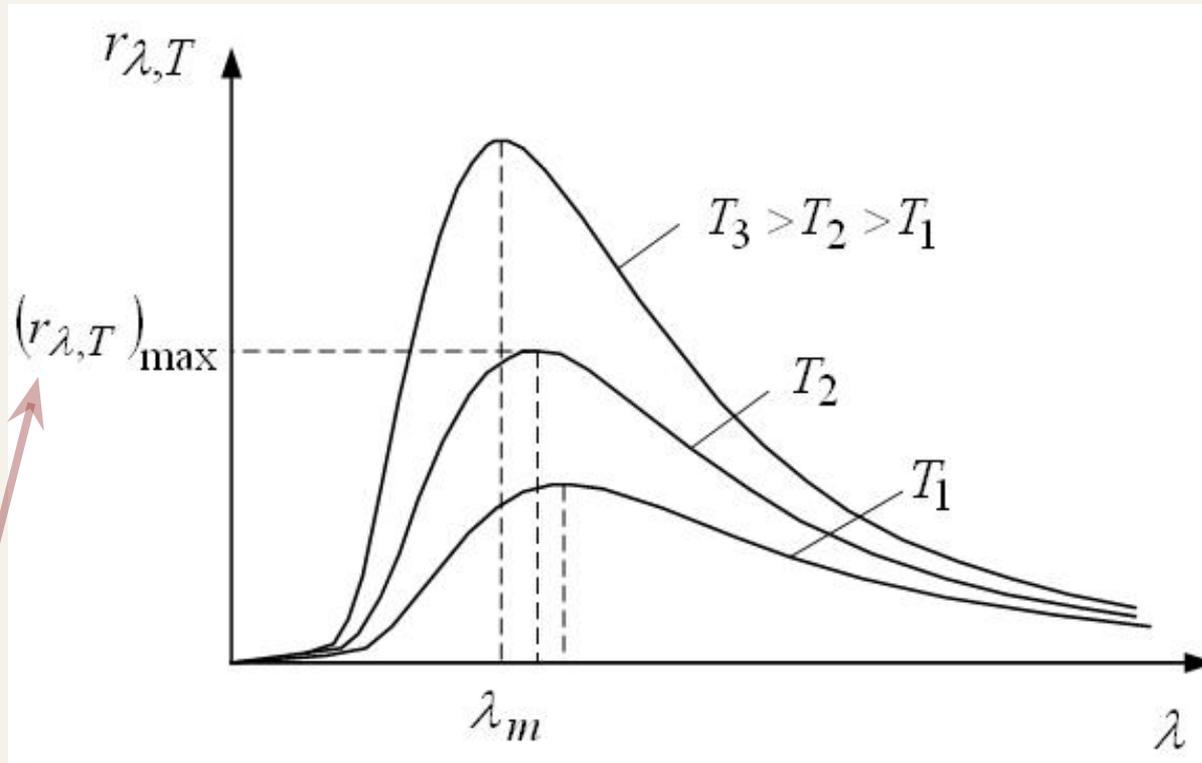


Длина волны, на которую приходится максимум монохроматической интенсивности излучения, обратно пропорциональна абсолютной температуре:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}$$

Первая константа Вина: $b = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$

Второй закон Вина



Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости прямо пропорционально пятой степени абсолютной температур

$$r_{\lambda, T \max} = b' \cdot T^5$$

Вторая константа Вина: $b' = 1.29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^5}$

Законы теплового излучения

Закон Стефана-Больцмана

Полная энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры:

$$R_T = \sigma \cdot T^4$$

Постоянная Стефана-Больцмана:

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$$

Для серых тел:

$$R_T = a \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$(a < 1)$$

Эти законы теплового излучения были получены опытным путём

Ультрафиолетовая катастрофа

Дж.Рэлей и Дж.Джинс попытались теоретически вывести зависимость, исходя из теоремы классической статистики о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Они предположили, что на каждое электромагнитное колебание приходится в среднем энергия, равная двум половинкам kT – одна половинка на электрическую, вторая – на магнитную энергию волны (по классическим представлениям на каждую степень свободы приходится в среднем энергия, равная $kT/2$).



Средняя энергия классического осциллятора равна $\langle \varepsilon \rangle_{\text{кл.}} = kT$

Спектральная энергетическая светимость связана со средней энергией осциллятора:

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle$$

Формула Рэля-Джинса:

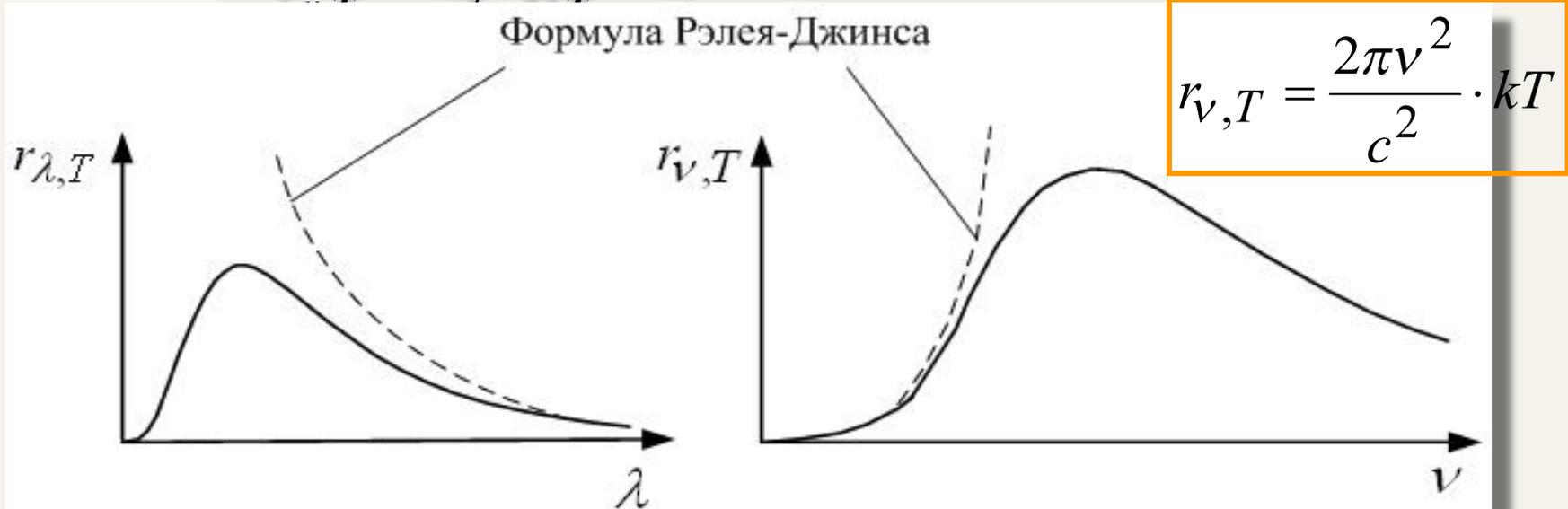
$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot kT$$

Ультрафиолетовая катастрофа

Результаты Рэля и Джинса совпадали с данными опыта только в области малых ν . При $\nu \rightarrow \infty$ по Рэлю и Джинсу

получалось:

$$r_{\lambda, T} \rightarrow \infty, R_{\nu, T} \rightarrow \infty$$



- С точки зрения классической физики вывод формулы Рэля-Джинса безупречен, но она оказалась неверна
- Классическая физика оказалась несостоятельной при описании теплового излучения
- Невозможность решения проблемы теплового излучения методами классической физики назвали «ультрафиолетовой катастрофой»

Квантовая гипотеза и формула Планка

М. Планк выдвинул гипотезу, совершенно чуждую представлениям классической физики

Он предположил, что электромагнитное излучение испускается и поглощается дискретными порциями энергии – квантами электромагнитного поля (фотонами)

Энергия кванта пропорциональна частоте колебаний:

$$\varepsilon_{\gamma} = h\nu$$

Средняя энергия квантового осцилля

$$\langle \varepsilon \rangle_{\text{кв.}} = \frac{h\nu}{e^{\frac{kT}{h\nu}} - 1}$$

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{kT}{h\nu}} - 1}$$

Это формула Планка

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle$$

Квантовая гипотеза и формула Планка

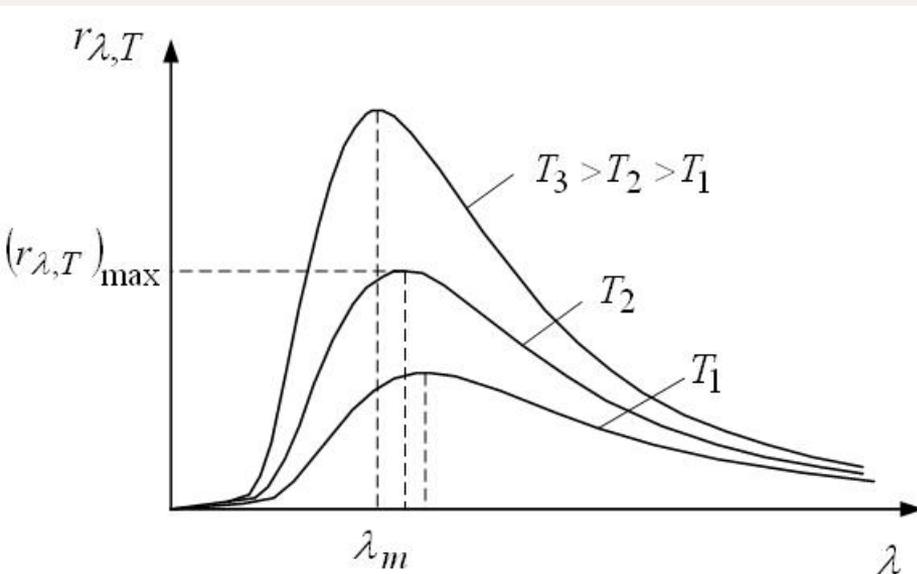
$$\varepsilon_{\gamma} = h\nu$$

\Rightarrow

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}$$

Формула Планка:

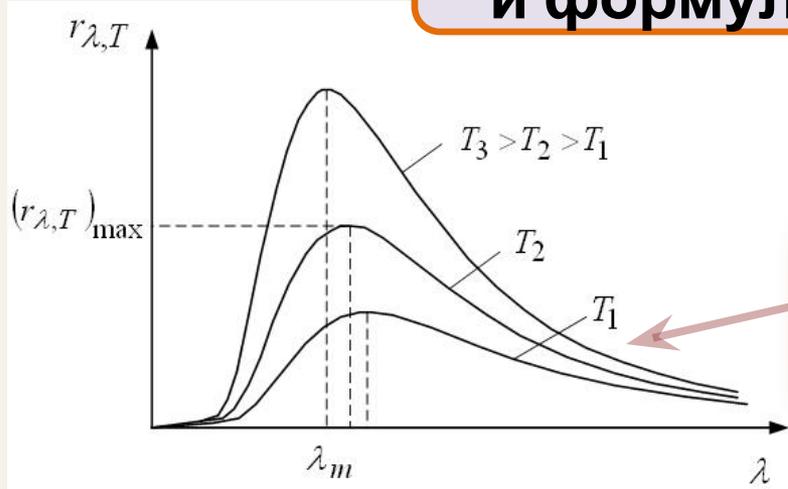
$$\frac{r_{\lambda, T}}{r_{\nu, T}} = \frac{c}{\lambda^2}$$



$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$

Квантовая гипотеза и формула Планка

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$



Формула Планка правильно описывает экспериментальную кривую $r_{\lambda,T}$

На основе формулы Планка были объяснены все экспериментальные законы теплового излучения:

Закон Стефана-Больцмана:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda = \sigma \cdot T^4; \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$$

$$\frac{dr_{\lambda,T}}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \text{Законы Вина}$$

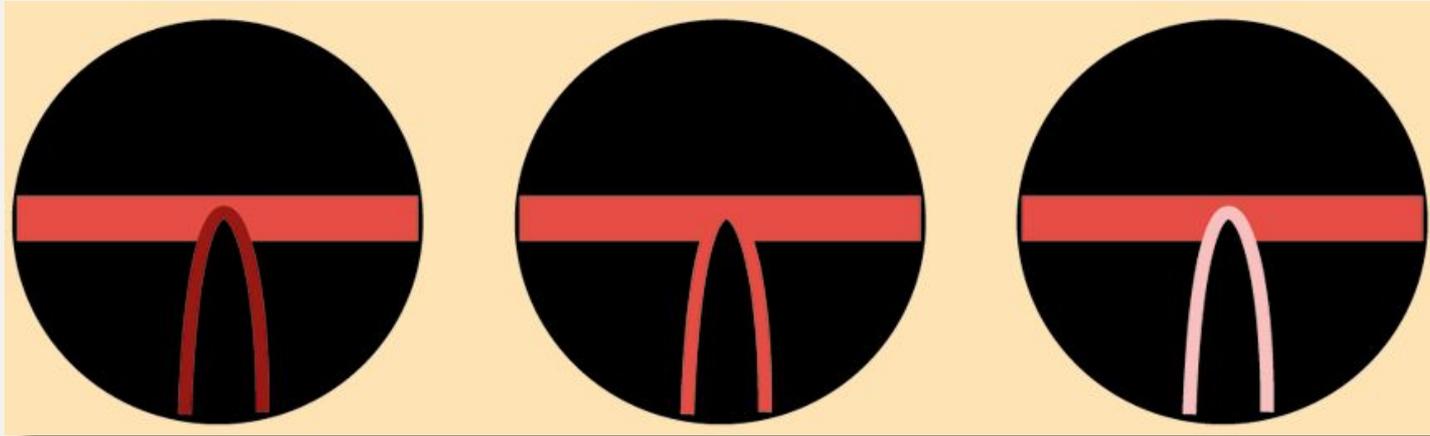
Квантовая гипотеза и формула Планка

При $h\nu \ll kT$ формула Планка переходит в формулу Рэля-Джинса:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \approx \left(1 + \frac{h\nu}{kT}\right) - 1 = \frac{h\nu}{kT}$$

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot kT$$

Оптическая пирометрия



Принцип действия оптического пирометра с исчезающей нитью основан на сравнении яркости излучения накаливаемого тела с яркостью излучения нити специальной пирометрической лампы накаливания. В поле зрения объектива – участок излучающей поверхности объекта измерения и на этом фоне – нить лампочки. Если яркости нити и накаливаемого тела неодинаковы, нить будет видна более темной или более светлой, чем фон. Регулируя накал нити реостатом, нужно добиться равенства яркостей. При этом изображение нити сольется с фоном и станет неразличимо (нить "исчезнет»).

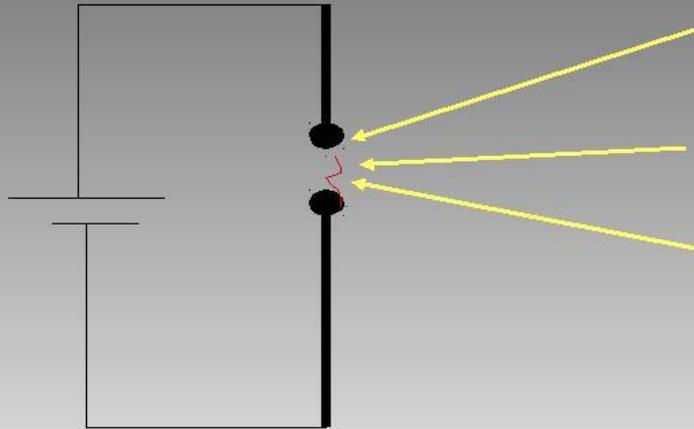
В этот момент яркостная температура нити равна яркостной температуре объекта измерения.

Внешний фотоэффект

– это испускание электронов
веществом под действием
света

Из истории фотоэффекта...

1887 год – немецкий физик Генрих Герц



Фотоэффект открыт Г.Герцем в 1887 г.: при освещении ультрафиолетовым светом отрицательного электрода газовый разряд между электродами происходит при меньшем напряжении

Внешний фотоэффект

А.Г.Столетов исследовал фотоэффект в 1888-1890гг. и получил, что при освещении металлический катод теряет отрицательные заряды
Основные законы фотоэффекта были экспериментально открыты Столетовым ещё ДО ОТРЫТИЯ ЭЛЕКТРОНА Дж.Томсоном в 1897 году

Схема установки Столетова
1-й вариант опыта

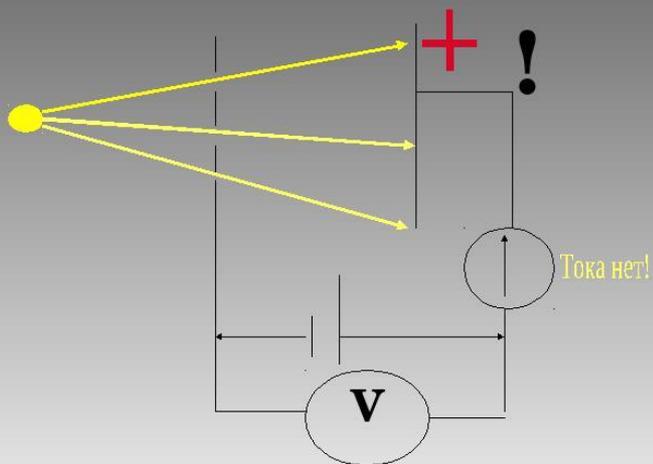
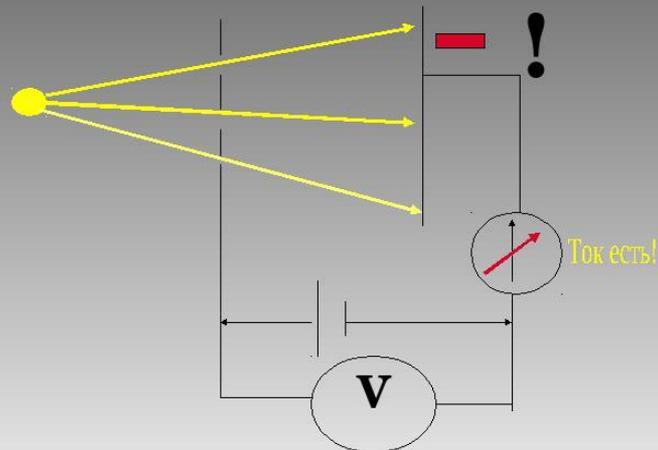
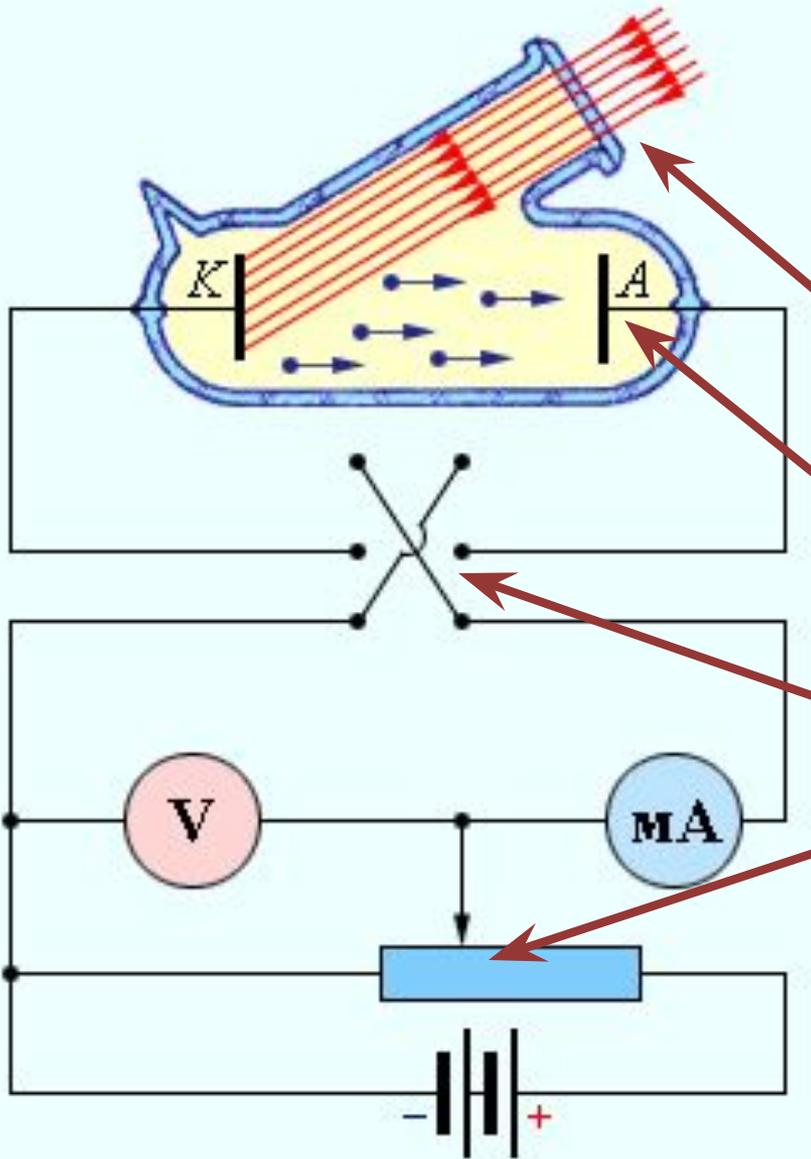


Схема установки Столетова
1-й вариант опыта



Установка Ф.Леннарда для изучения фотоэффекта



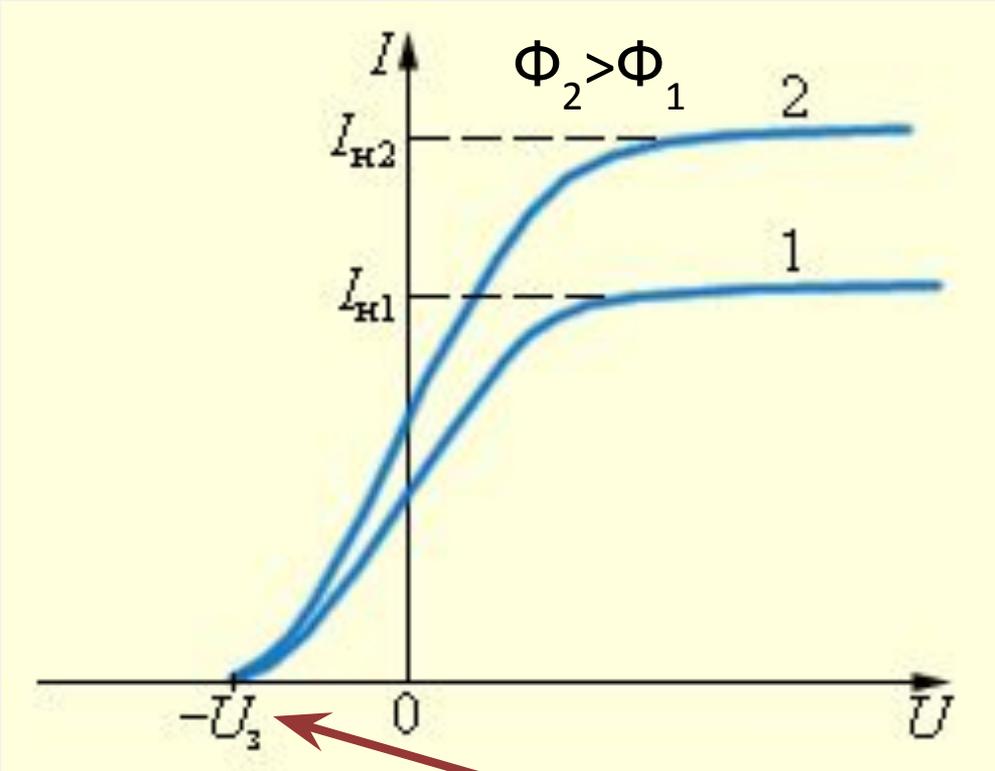
Свет попадает на катод через кварцевое окошко

Вылетевшие из катода в результате фотоэффекта электроны достигают анода

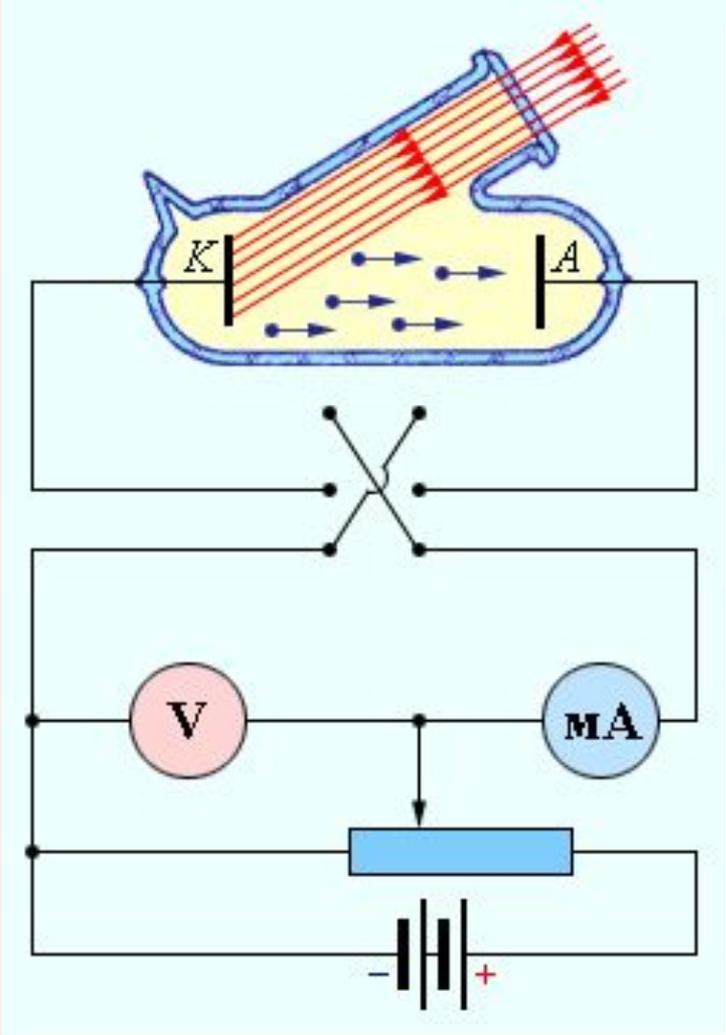
Напряжение между катодом и анодом можно менять по величине, а также менять его полярность с помощью переключателя

Внешний фотоэффект

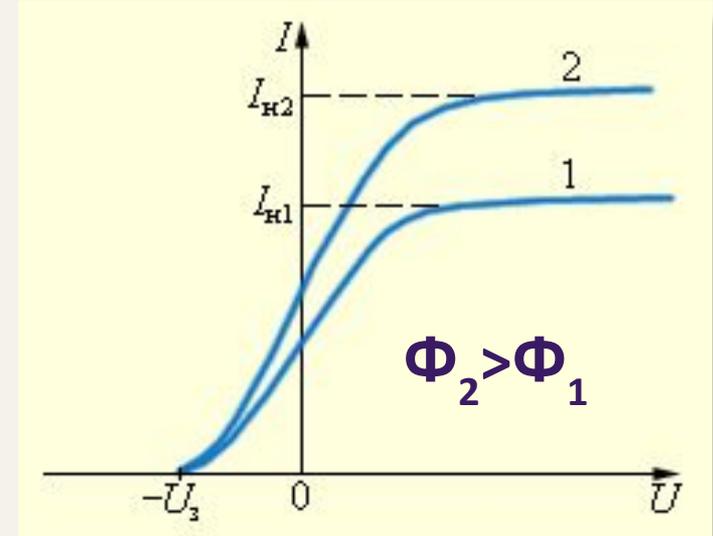
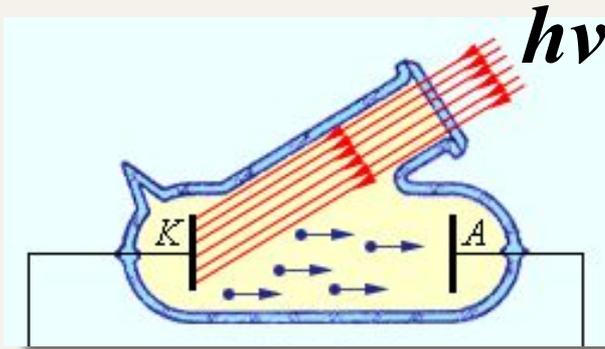
Вольтамперные характеристики фотоэлемента:



Задерживающее напряжение



Внешний фотоэффект



Объяснение законов фотоэффекта было дано А. Эйнштейном в 1905 г. на основании гипотезы о световых квантах

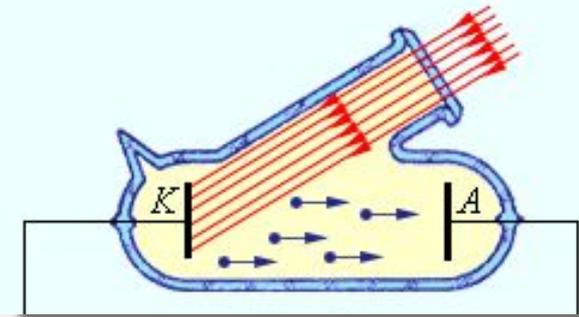
Свет, попадая на катод, поглощается отдельными порциями – квантами (фотонами) с энергией $h\nu$

Фотон, попадая на катод, поглощается электроном и передаёт ему свою энергию

Законы фотоэффекта

1

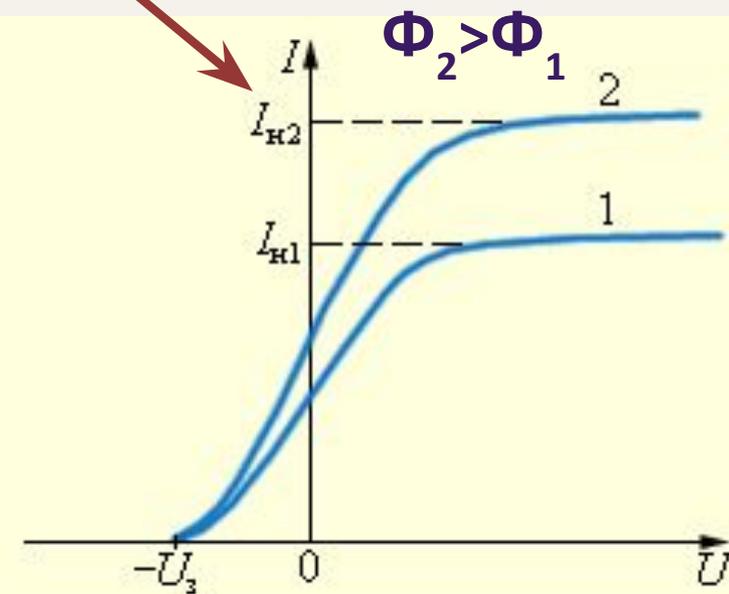
$$I_{\text{нас.}} = \gamma \cdot \Phi$$



Сила тока насыщения прямо пропорциональна световому потоку и не зависит от частоты света:

Объяснение:

- Чем больше фотонов падало на катод, тем больше будет выбито электронов
- Все они при достаточном напряжении попадут на катод, независимо от первоначальной скорости электронов
- Сила тока насыщения не зависит от энергии электронов, а только от их количества



Законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна

2

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно зависит от частоты света и не зависит от его интенсивности

Объяснение:

Энергия фотона передаётся электрону

Часть энергии электрон тратит на работу выхода, часть остаётся у него в виде кинетической энергии, и часть может быть передана кристаллической решётке

Электроны вылетают из катода с разными скоростями, и только для тех, которые не передали часть энергии решётке, можно записать закон сохранения энергии:

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ.}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}$$

Законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ.}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}$$

Скорость фотоэлектрона не зависит от интенсивности света, поскольку определяется энергией одного фотона, а не количеством фотонов

Задерживающее напряжение не позволяет даже самым энергичным электронам достигать анода, то есть фотоэлектроны тратят всю энергию на преодоление задерживающего напряжения

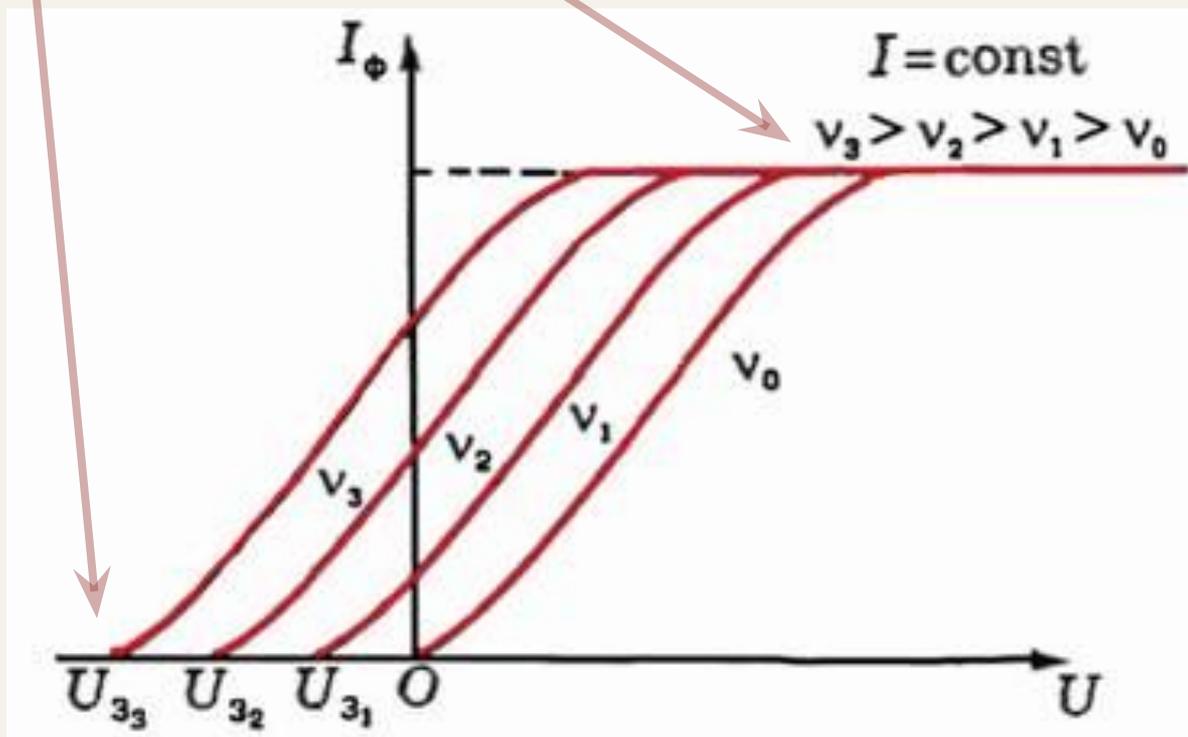
$$E_{\text{кин. max}} = \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2} = eU_3.$$

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ.}} + eU_3.$$

Законы фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ.}} + eU_3.$$

При изменении частоты света будет меняться задерживающее напряжение:



Законы фотоэффекта

Существует красная граница фотоэффекта, то есть такая частота ν_0 , при которой начинается фотоэффект: при $\nu > \nu_0$ фотоэффект есть, а при $\nu < \nu_0$ фотоэффекта нет

Фотоэффект возможен только в том случае, если энергии фотона хватит электрону на работу выхода

Минимальная энергия фотона, вызывающего фотоэффект:

$$h\nu_0 = A_{\text{ВЫХ.}}$$

$$\nu_0 = \frac{A_{\text{ВЫХ.}}}{h}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{ch}{A_{\text{ВЫХ.}}}$$

при $\lambda < \lambda_0$ фотоэффект есть
при $\lambda > \lambda_0$ фотоэффекта нет

Уравнение Эйнштейна

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ.}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}$$

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ.}} + E_{\text{КИН. max}}$$

$$h\nu = h\nu_0 + eU_3.$$

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + eU_3.$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}$$

Законы фотоэффекта

Фотоэффект безинерционен

Законы фотоэффекта не могут быть объяснены волновой теорией. Например, существование красной границы не укладывается в волновую теорию: световая волна малой частоты (энергии) тоже могла бы «раскачать» электрон (только за более продолжительное время) и он мог бы вылететь из металла. Безинерционность также необъяснима волновой теорией (для «раскачки» электрона волной нужно время), а с точки зрения квантовой теории процесс взаимодействия фотона с электроном происходит практически мгновенно.

Если свет поглощается как волна, то необъяснима независимость энергии фотоэлектрона от её амплитуды, то есть интенсивности света.

Компьютерная модель фотоэффекта:

http://www.physbook.ru/images/9/9f/Fot_7.swf

Фотоны: энергия, импульс

а) излучается дискретными порциями – квантами, фотонами (к этому привело объяснение законов теплового излучения)

б) поглощается тоже квантами
(фотоэффект)

Энергия фотона:

$$\varepsilon_{\gamma} = h\nu$$

$$\varepsilon_{\gamma} = h \frac{c}{\lambda}$$

Масса фотона:

$$m_{\gamma} = 0$$

Из теории относительности:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

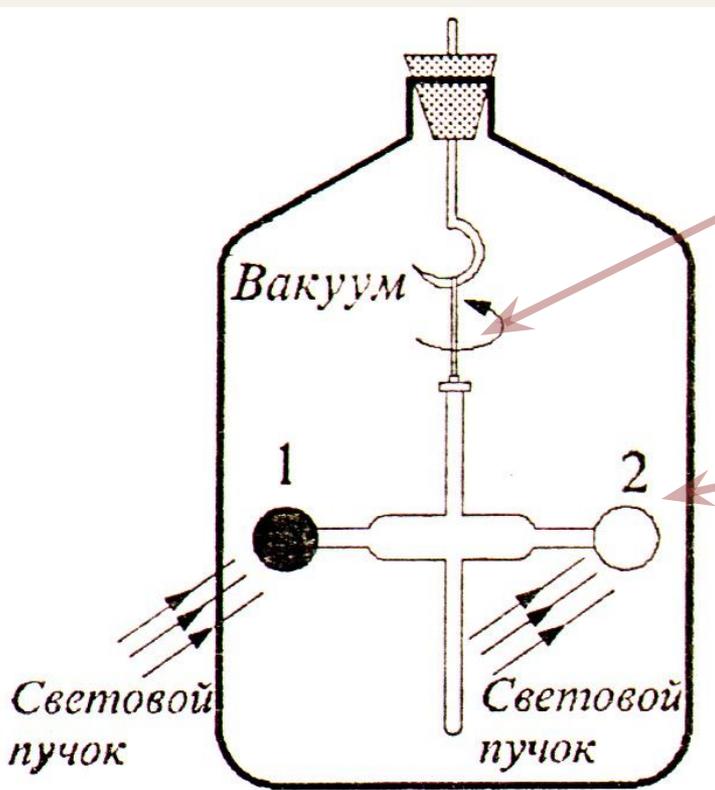
Импульс фотона:

$$p_{\gamma} = \frac{\varepsilon_{\gamma}}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Давление света

Фотоны обладают импульсом → при падении света на поверхность она получает импульс
то есть на поверхность действует сила давления

Опыты Лебедева:



Световое давление рассчитывалось по углу закручивания кварцевой нити очень чувствительных крутильных весов, к которым были подвешены крылышки
Количественный результат, полученный в опытах Лебедева, совпал с точностью до 2% с предсказанным теорией Максвелла для электромагнитного поля

Давление света

Получим формулу для давления, исходя из квантовых представлений

За время Δt на площадку S попадает N фотонов

ρ – коэффициент отражения

$N_1 = \rho N$ фотонов отражается

$N_2 = (1 - \rho)N$ фотонов

поглощается

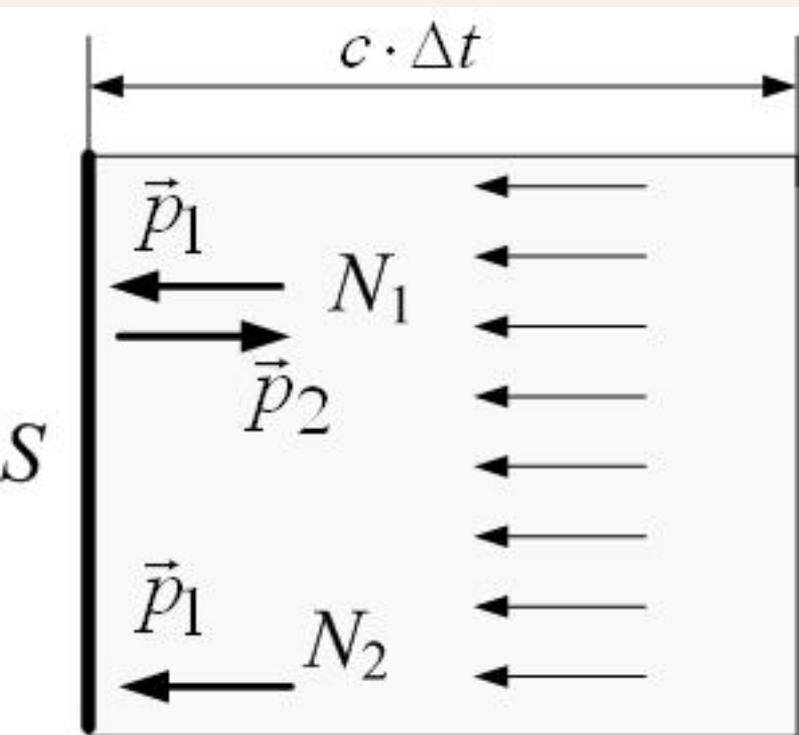
Изменение импульса при отражении:

$$\Delta p_\gamma = p_2 - p_1$$

$$(\Delta p_\gamma)_{\text{отр.}} = 2p_\gamma$$

Изменение импульса при поглощении:

$$(\Delta p_\gamma)_{\text{погл.}} = p_\gamma$$

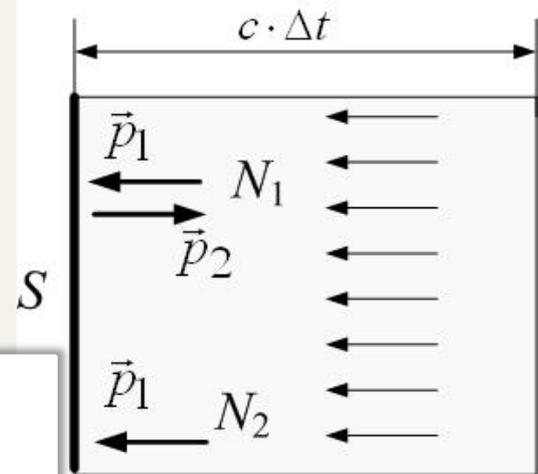


Давление света

$N_1 = \rho N$ фотонов отражается
 $N_2 = (1 - \rho)N$ фотонов
поглощается

$$(\Delta p_\gamma)_{\text{отр.}} = 2p_\gamma$$

$$(\Delta p_\gamma)_{\text{погл.}} = p_\gamma$$



Суммарное изменение импульса фотонов равно величине импульса, полученного площадкой:

$$\Delta p = N_1 \cdot (\Delta p_\gamma)_{\text{отр.}} + N_2 \cdot (\Delta p_\gamma)_{\text{погл.}} = \rho \cdot N \cdot 2p_\gamma + (1 - \rho) \cdot N \cdot p_\gamma$$

$$\Delta p = N \cdot p_\gamma \cdot (1 + \rho)$$

Давление света

Изменение импульса
поверхности:

$$\Delta p = N \cdot p_\gamma \cdot (1 + \rho)$$

Сила давления по второму закону
Ньютона:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{N \cdot p_\gamma \cdot (1 + \rho)}{\Delta t}$$

Давление:

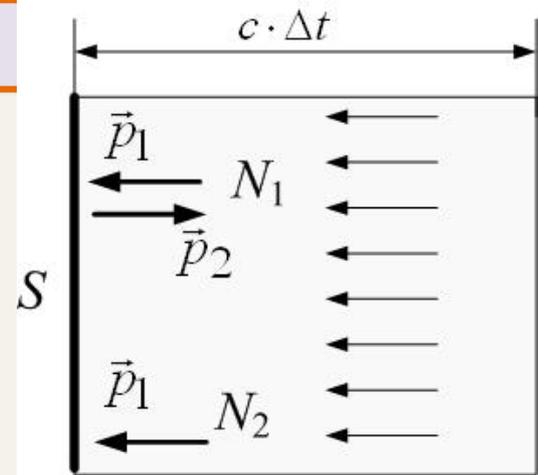
$$p = \frac{F}{S}$$

$$p = \frac{N \cdot p_\gamma \cdot (1 + \rho)}{\Delta t \cdot S}$$

Импульс
фотона:

$$p_\gamma = \frac{h\nu}{c}$$

$$p = \frac{N \cdot h \cdot \nu \cdot (1 + \rho)}{c \cdot \Delta t \cdot S} = \frac{W \cdot (1 + \rho)}{c \cdot \Delta t \cdot S}$$



Давление света

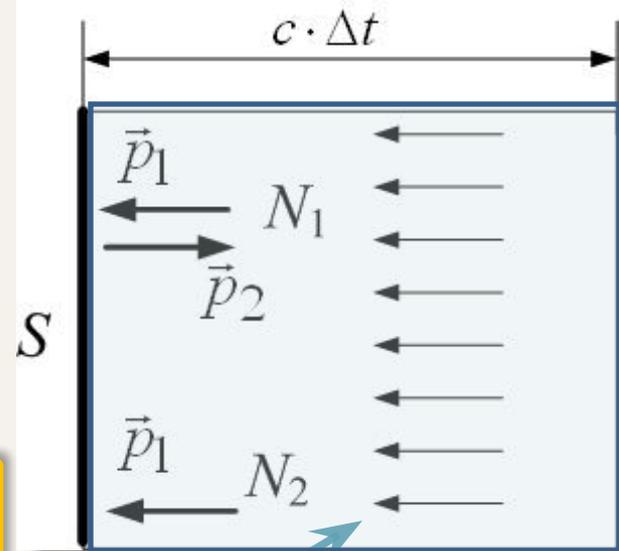
$$p = \frac{N \cdot h \cdot \nu \cdot (1 + \rho)}{c \cdot \Delta t \cdot S} = \frac{W \cdot (1 + \rho)}{c \cdot \Delta t \cdot S}$$

Суммарная энергия всех фотонов, падающих на площадку S за время Δt

$$\frac{W}{c \cdot S \cdot \Delta t} = \frac{W}{\Delta V} = w$$

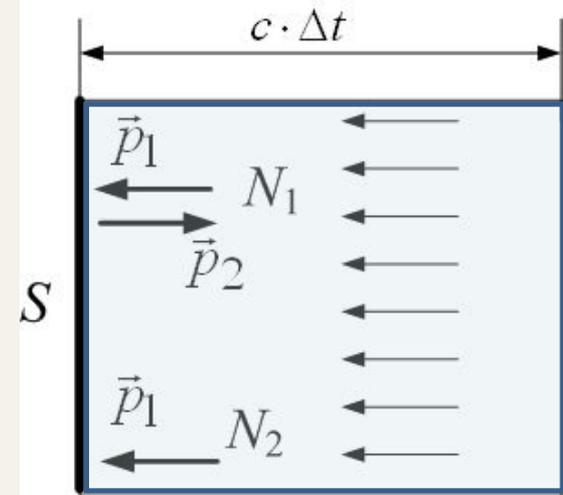
– объёмная плотность энергии

$$p = w \cdot (1 + \rho)$$



Давление света

$$p = \frac{W \cdot (1 + \rho)}{c \cdot \Delta t \cdot S}$$



Определение

Энергетическая освещённость E_e – это энергия света, попадающая на единичную площадку за единицу времени:

$$E_e = \frac{W}{S \cdot \Delta t}$$

При нормальном падении света:

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho)$$

При падении под углом:

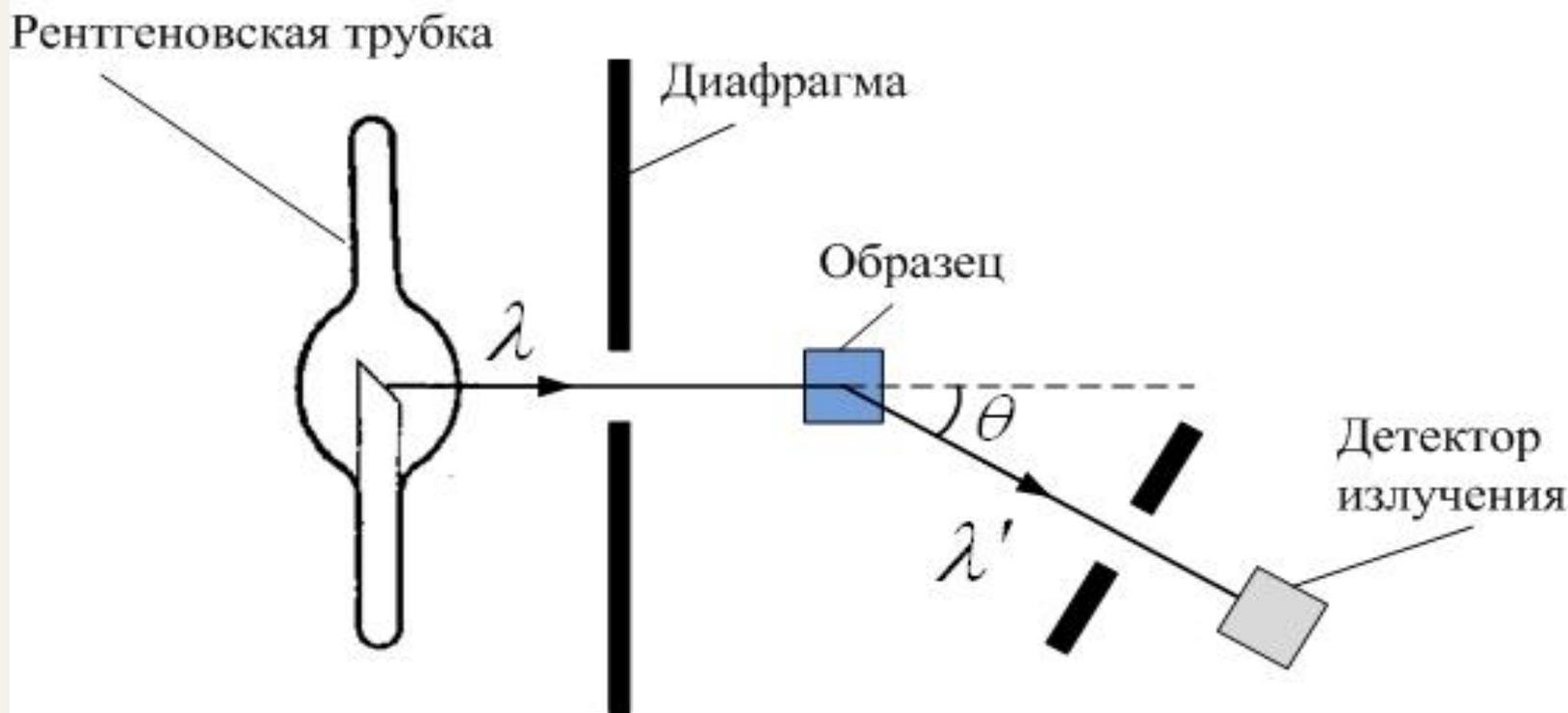
$$p = \frac{I}{c} \cos^2 \alpha (1 + \rho)$$

$$I = \frac{W}{S \cdot \Delta t}$$

Это интенсивность света

Эффект Комптона

Комptonовское рассеяние – это упругое рассеяние рентгеновского излучения на свободных электронах



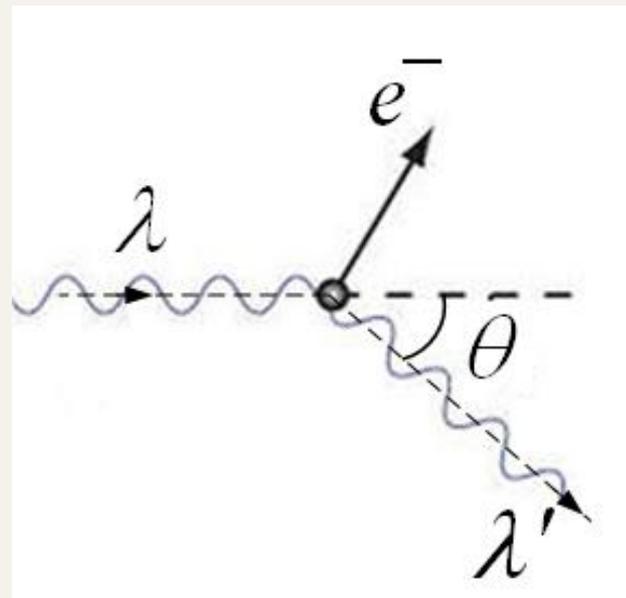
Эффект Комптона

В рассеянных лучах наряду с первичным излучением с длиной волны λ присутствует излучение с длиной волны λ'

Изменение длины волны зависит только от угла рассеяния θ :

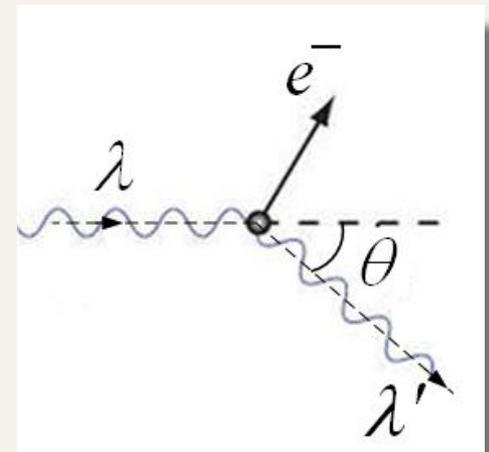
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

$\lambda_c = 2.43$ пм – КОМПТОНОВСКАЯ ДЛИНА
ВОЛНЫ



Эффект Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$



С точки зрения классической электродинамики объяснение рассеяния с изменением частоты (длины волны) невозможно

По волновым представлениям, механизм рассеяния состоит "в раскачивании" электронов электромагнитным полем падающей волны

Колеблющийся электрон должен излучать электромагнитную волну, имеющую частоту, равную частоте колебаний электрона, т. е. частоте падающей волны

Свободные электроны рассеивают излучение, причем частота рассеянных волн должна равняться частоте падающих

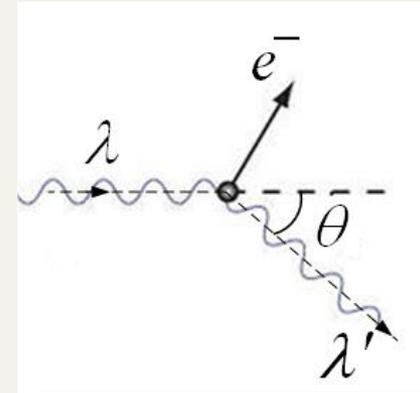
Эффект становится объяснимым, если полагать, что электромагнитное излучение представляет поток фотонов, каждый из которых обладает энергией

$$E_{\gamma} = h\nu$$

и импульсом

$$p_{\gamma} = h\nu / c$$

Эффект Комптона



Энергия связи электронов мала по сравнению с энергией фотонов рентгеновского излучения, и электроны можно считать свободными

При комптоновском рассеянии происходит упругое столкновение фотона со свободным электроном

По выражению М.Борна, эффект Комптона – это игра в бильярд фотонами и электронами

Объяснение комптоновского рассеяния явилось одним из главных аргументов в пользу корпускулярной природы электромагнитного излучения

Эффект Комптона

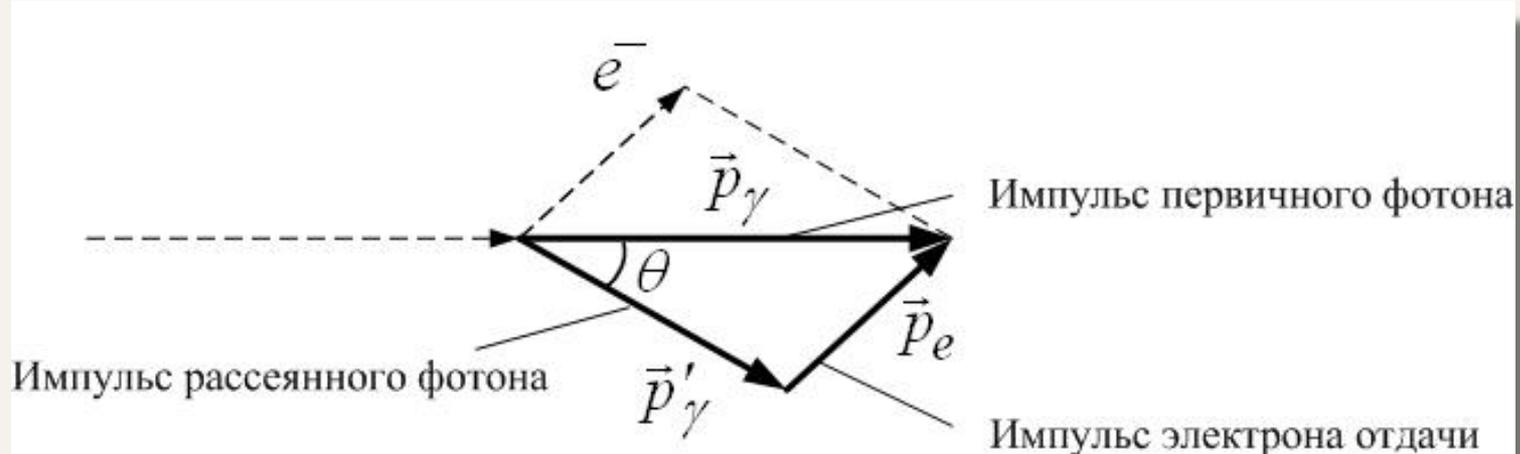
Фотон рассеивается на внешних электронах в атоме, которые можно считать свободными, так как энергия их связи с ядром много меньше энергии фотона

Электрон можно считать покоящимся: его кинетическая энергия много меньше энергии фотона

Выполняются законы сохранения импульса и энергии:

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}_e$$

$$\varepsilon_\gamma + E_0 = \varepsilon'_\gamma + E$$



Эффект Комптона

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}_e$$

$$\varepsilon_\gamma + E_0 = \varepsilon'_\gamma + E$$

$$p_\gamma = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad \text{— импульс первичного фотона}$$

$$\varepsilon_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = p_\gamma \cdot c \quad \text{— энергия первичного фотона}$$

$$p'_\gamma = \frac{h\nu'}{c} = \frac{h}{\lambda'} \quad \text{— импульс рассеянного фотона}$$

$$\varepsilon'_\gamma = h\nu' = \frac{hc}{\lambda'} = p'_\gamma \cdot c \quad \text{— энергия рассеянного фотона}$$

$$E_0 = m_e c^2 \quad \text{— энергия покоя электрона}$$

$$E \quad \text{— энергия электрона отдачи}$$

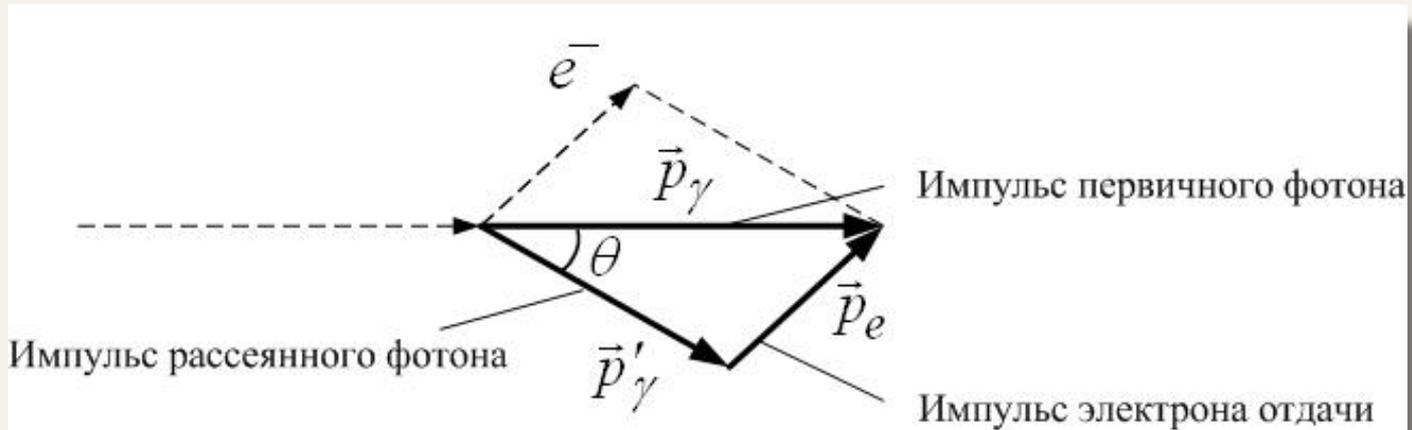
Эффект Комптона

По теореме
косинусов:

$$p_e^2 = p_\gamma'^2 + p_\gamma^2 - 2p_\gamma \cdot p_\gamma' \cdot \cos\theta$$

$$\varepsilon_\gamma + E_0 = \varepsilon_\gamma' + E$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_\gamma' + \vec{p}_e$$



Взаимосвязь импульса и энергии электрона по теории относительности:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$



$$p_e^2 c^2 = E^2 - E_0^2$$

Эффект Комптона

$$\varepsilon_\gamma = p_\gamma \cdot c$$

$$\varepsilon'_\gamma = p'_\gamma \cdot c$$

$$\varepsilon_\gamma + E_0 = \varepsilon'_\gamma + E$$

$$E^2 = (\varepsilon_\gamma - \varepsilon'_\gamma + E_0)^2 = (p_\gamma \cdot c - p'_\gamma \cdot c + E_0)^2$$

$$E^2 = (p_\gamma \cdot c - p'_\gamma \cdot c)^2 + E_0^2 + 2(p_\gamma \cdot c - p'_\gamma \cdot c)E_0$$

$$p_e^2 c^2 = E^2 - E_0^2$$

$$p_e^2 c^2 = (p_\gamma \cdot c - p'_\gamma \cdot c)^2 + 2(p_\gamma \cdot c - p'_\gamma \cdot c)E_0$$

$$p_e^2 c^2 = (p_\gamma \cdot c - p'_\gamma \cdot c)^2 + 2(p_\gamma \cdot c - p'_\gamma \cdot c)E_0$$

$$p_e^2 = (p_\gamma - p'_\gamma)^2 + 2(p_\gamma - p'_\gamma) \frac{E_0}{\tilde{n}}$$

$$p_e^2 = p'^2_\gamma + p^2_\gamma - 2p_\gamma \cdot p'_\gamma \cdot \cos \theta$$

$$p_e^2 = p'^2_\gamma + p^2_\gamma - 2p_\gamma \cdot p'_\gamma \cdot \cos \theta = (p_\gamma - p'_\gamma)^2 + 2(p_\gamma - p'_\gamma) \frac{E_0}{\tilde{n}}$$

$$\cancel{p'^2_\gamma} + \cancel{p^2_\gamma} - 2p_\gamma \cdot p'_\gamma \cdot \cos \theta = \cancel{p'^2_\gamma} + \cancel{p^2_\gamma} - 2p_\gamma p'_\gamma + 2(p_\gamma - p'_\gamma) \frac{E_0}{\tilde{n}}$$

$$\cancel{p_\gamma'^2} + \cancel{p_\gamma^2} - 2p_\gamma \cdot p_\gamma' \cdot \cos\theta = \cancel{p_\gamma'^2} + \cancel{p_\gamma^2} - 2p_\gamma p_\gamma' + 2(p_\gamma - p_\gamma') \frac{E_0}{\tilde{n}}$$

$$-2p_\gamma \cdot p_\gamma' \cdot \cos\theta = -2p_\gamma p_\gamma' + 2(p_\gamma - p_\gamma') \frac{E_0}{\tilde{n}}$$

$$p_\gamma = \frac{h}{\lambda}$$

$$-\frac{h}{\lambda} \cdot \frac{h}{\lambda'} \cdot \cos\theta = -\frac{h}{\lambda} \frac{h}{\lambda'} + \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \right) \frac{m_e c^2}{\tilde{n}}$$

$$-\frac{h}{\cancel{\lambda\lambda'}} \cdot \cos\theta = -\frac{h}{\cancel{\lambda\lambda'}} + \frac{\lambda' - \lambda}{\cancel{\lambda\lambda'}} m_e c$$

$$-h \cdot \cos\theta = -h + (\lambda' - \lambda) \cdot m_e c$$

$$-h \cdot \cos \theta = -h + (\lambda' - \lambda) \cdot m_e c$$

$$h - h \cdot \cos \theta = (\lambda' - \lambda) \cdot m_e c$$

$$h(1 - \cos \theta) = (\lambda' - \lambda) \cdot m_e c$$

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

Комптовская длина волны:

$$\frac{h}{m_e c} = \frac{6.625 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 2.43 \text{ нм} \equiv \lambda_c$$