Рейтинговая система 2-ой семестр

Максимальный рейтинг составляет 122 балла.

По рейтингу без экзамена можно получить только "хорошо" и "отлично".

"Хорошо" – это 80 – 99 баллов.

"Отлично" – это 100 – 122 баллов.

Если рейтинг менее 80 баллов сдача экзамена является обязательной.

Основная литература

1. **Савельев И.В.** Курс общей физики: учебное пособие для втузов: В 3 т. – 7-е изд., стереотип. – СПб.: Лань, 2007.
Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 496 с.

2. **Сивухин Д.В.** Общий курс физики: учебное пособие для вузов в 5 т. – М.: Физматлит, 2005-2006.
Т. 3: Электричество. – 5-е изд., стереотип. – М.: Физматлит, 2006. – 654 с.

3. **Зисман Г.А., Тодес О.М.** Курс общей физики. В 3-х тт. [Электронный ресурс] – СПб.: Лань, 2007.
Т. 2: Электричество и магнетизм. – 7-е изд. – 352 с.

Распределение **максимального** рейтинга по элементам контроля.

Посещение лекций и практик – 1 балл за занятие – 18 баллов.
(По плану 9 лекций и 9 практик)
Контрольные задания на практиках – 4х6=24 балла. Всего 4 индивидуальных задания по 6-7 задач в каждом. Одна правильно решенная задача – 3 балла. На зачет 2 решенные задачи.
Теоретические коллоквиумы – 2х24=48 баллов.
2 письменных коллоквиума. Теоретическая и практическая часть.
Защита лабораторных работ – 4х5=20 баллов.
Решение тестов на практиках – 4х3=12 баллов.

ИТОГО: 122 балла + баллы за активность на практиках и лекциях
Допуск к экзамену – выполнение всех индивидуальных заданий + защита лабораторных работ.

Электростатика

Электростатика **-** раздел учения об электричестве, в котором изучаются взаимодействия и свойства систем электрических зарядов, неподвижных относительно выбранной инерциальной системы отсчёта.

Электростатическое поле **-** частная форма электромагнитного поля, представляющая собой вид материи, посредством которой взаимодействуют неподвижные электрические заряды.

Электрический заряд - это скалярная физическая величина, определяющая интенсивность электромагнитного взаимодействия.

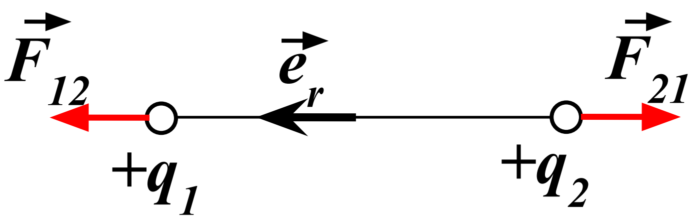
Электрический заряд ***инвариантен*** по отношению к различным системам отсчета. ***Во всех системах отсчета*** заряд тела или частицы ***имеет одно и то же значение***;

- электрический заряд – величина ***аддитивная***. Заряд любой системы равен сумме зарядов составляющих эту систему тел (частиц).

Закон сохранения электрического заряда - суммарный заряд электрически изолированной системы не может изменяться.

Закон Кулона - сила электрического взаимодействия между двумя неподвижными заряженными частицами в вакууме прямо пропорциональна произведению их зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$\boxed{\vec{F}_{12} = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}\vec{e}_r}$$



$\vec{e}_r$ – единичный вектор.

Закон Кулона справедлив при расстояниях от 10^{-15} м до нескольких км.

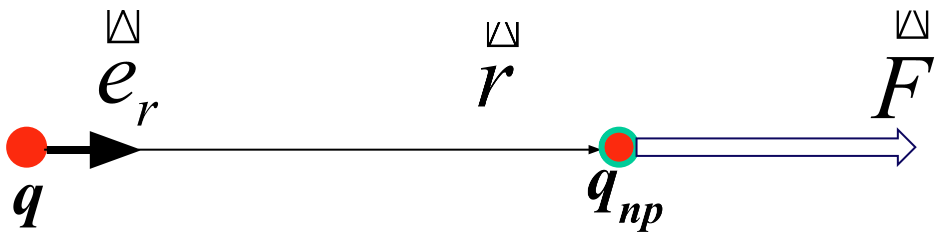
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99\cdot 10^9 \approx 9\cdot 10^9 \qquad \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Напряжённость электростатического поля

Основное свойство электрического поля заключается в том, что на всякий заряд, помещённый в это поле, действует сила.

Возьмём пробный электрический заряд $\boldsymbol{q_{пр}}$ и поместим его в электрическое поле, которое создаёт заряд $\boldsymbol{q}$



Величина
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r$$

не зависит от $\boldsymbol{q_{пр}}$

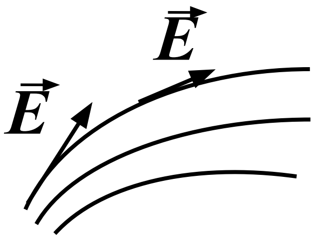
и определяется лишь зарядом $\boldsymbol{q}$, а потому служит характеристикой поля.

Вектор напряжённости электростатического поля численно равен силе, действующей в данной точке на помещённый в неё пробный единичный положительный заряд.

[E]=Н/Кл=В/м

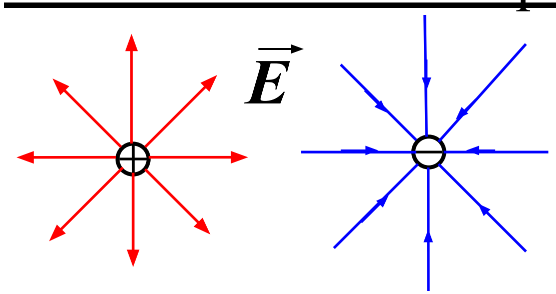
Силовые линии электростатического поля

Силовая линия, это линия, для которой направление касательной совпадает с направлением вектора напряжённости.



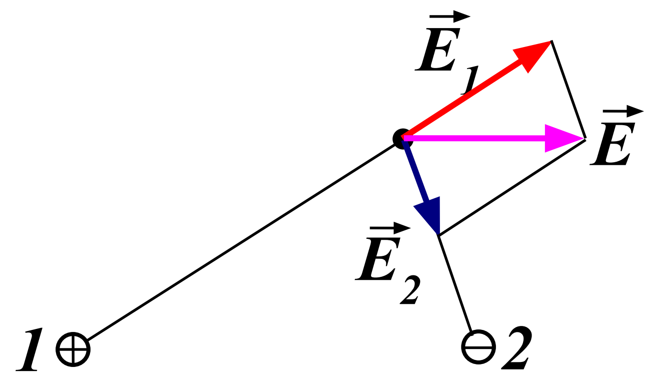
Силовые линии нигде не пересекаются

Линии напряженности <u>начинаются на положительных</u> зарядах и <u>заканчиваются на отрицательных</u> зарядах



Опыт показывает, что для электрического поля справедлив принцип суперпозиции

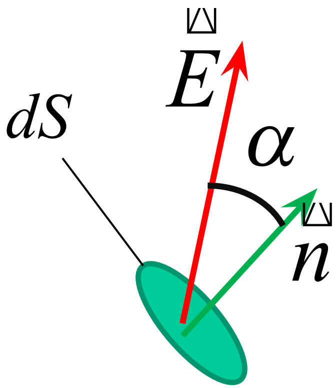
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$



Теорема Остроградского-Гаусса
для вектора напряжённости электрического поля

В некоторой области пространства существует электрическое поле

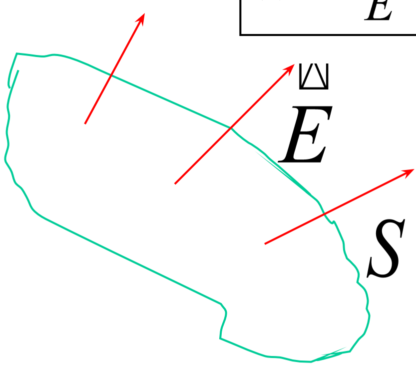
Поток вектора $\vec{E}$ через площадку dS есть:



$$d\Phi_E = E \cdot dS \cdot \cos\alpha$$

Площадке сопоставляют вектор $d\vec{S} \parallel \vec{n}$

Тогда: $\boxed{d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S}}$ - Скалярное произведение векторов



Поток вектора $\vec{E}$ через поверхность S:

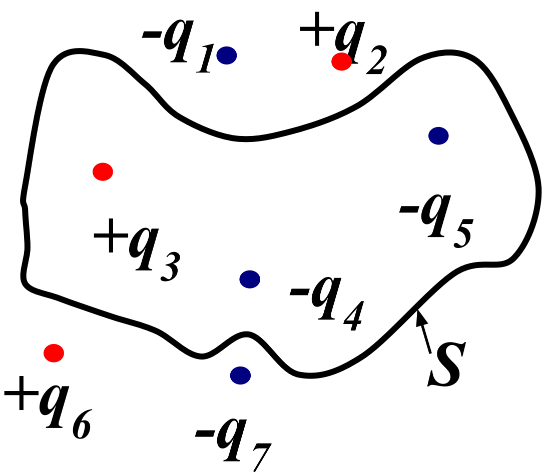
$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$[\Phi_E] = B \cdot м$$

Теорема Остроградского-Гаусса

Теорема Остроградского-Гаусса - поток вектора $\vec{E}$ из замкнутой поверхности S равен суммарному заряду внутри поверхности, деленному на ε_0

$$\boxed{\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}}$$



$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(q_3 - q_4 - q_5\right).$$

Для заряда, распределенного непрерывно:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$$

V – объем внутри поверхности S

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$ - объемная плотность заряда

Теорема Остроградского-Гаусса есть интегральная формулировка закона Кулона

Дифференциальная формулировка закона Кулона

В математике доказывается теорема Остроградского-Гаусса:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V div\vec{E}dV$$

$div\vec{E}$ - дивергенция вектора ***E***

$$div\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

Таким образом, с учетом

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$$

получим:

$$\int_V div\vec{E}dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$$

или

$$\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

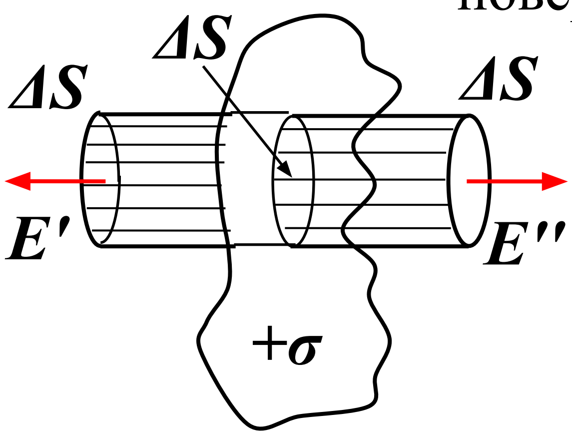
Дифференциальная **формулировка** закона Кулона

Применение теоремы Остроградского-Гаусса к расчёту электростатических полей

1. Поле бесконечной однородно заряженной плоскости.

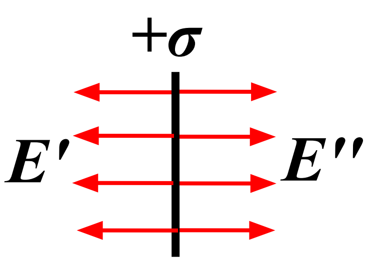
$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

σ – поверхностная плотность заряда,
dq – заряд сосредоточенный на площади *dS*,
dS – физически бесконечно малый участок поверхности.



$$E' = E'' = E.$$

Поток вектора напряжённости через боковую поверхность цилиндров равен нулю, так как $\boldsymbol{E_n} = 0$. Для основания цилиндров $\boldsymbol{E_n} = \boldsymbol{E}$



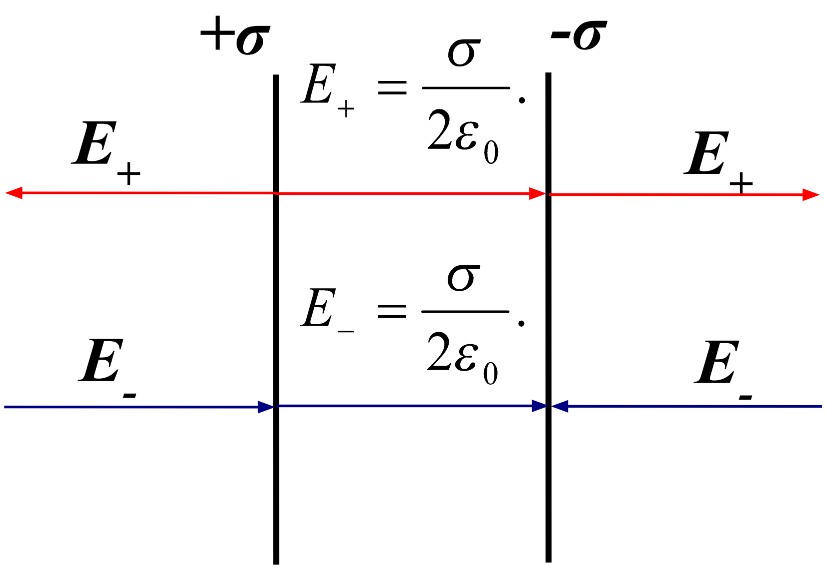
$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = 2E \cdot \Delta S$$

$$q = \sigma \cdot \Delta S \qquad \Phi_E = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}. \qquad 2\cancel{\Delta S} \cdot E = \sigma \cdot \cancel{\Delta S}\frac{1}{\varepsilon_0}.$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

Полученный результат не зависит от расстояния. Это означает, что на любом расстоянии от плоскости напряженность поля одинакова. $\boldsymbol{E} = \text{const}$

2. Поле двух разноименно заряженных плоскостей.



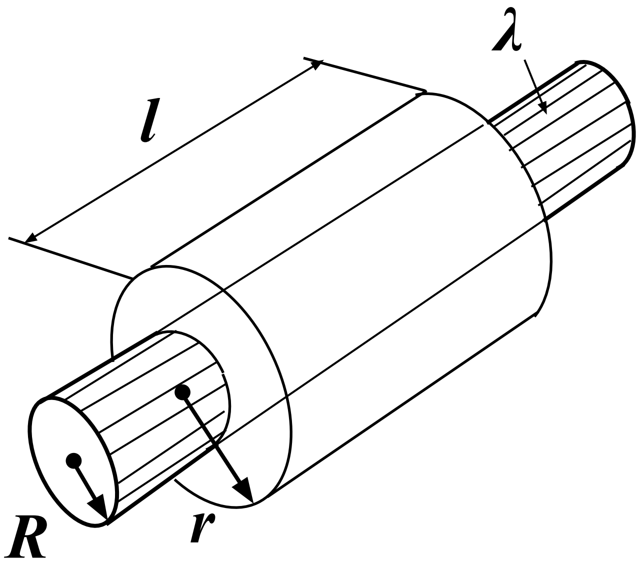
$$\boxed{E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.}$$

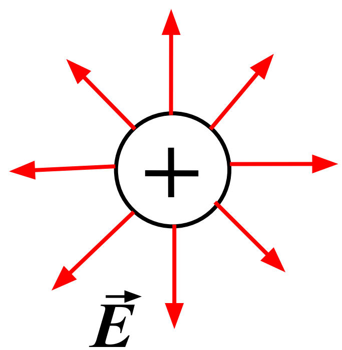
Вне пластин: $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_+ - \boldsymbol{E}_- = \boldsymbol{0}$.

3. Поле бесконечного заряженного цилиндра.

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

λ – линейная плотность заряда,
dq – заряд, сосредоточенный на отрезке цилиндра длиной dl.





Представим вокруг заряженного полого цилиндра (нити) коаксиальную замкнутую поверхность (цилиндр) радиуса r и длиной l.

Для основания цилиндра $E_n = 0$, а для боковой поверхности $E_n = E(r)$, т.е. зависит от расстояния r

$$\Phi_E = E(r)\cdot 2\pi r\cdot l$$

При $r > R$ внутри поверхности имеется заряд $q = \lambda \cdot l$.

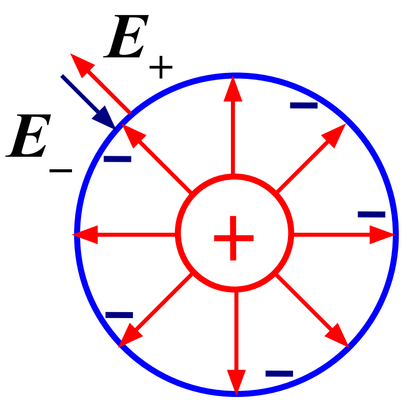
$$E(r)\cdot 2\pi r\cdot \cancel{l} = \frac{\lambda\cdot \cancel{l}}{\varepsilon_0}.$$

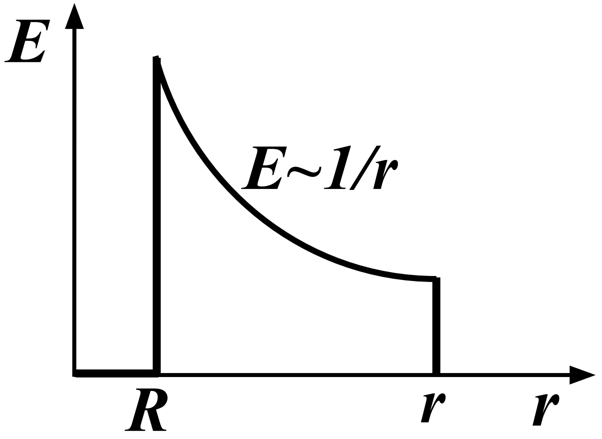
$$\boxed{E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\cdot r} \quad при \quad r \geq R}$$

Внутри цилиндра

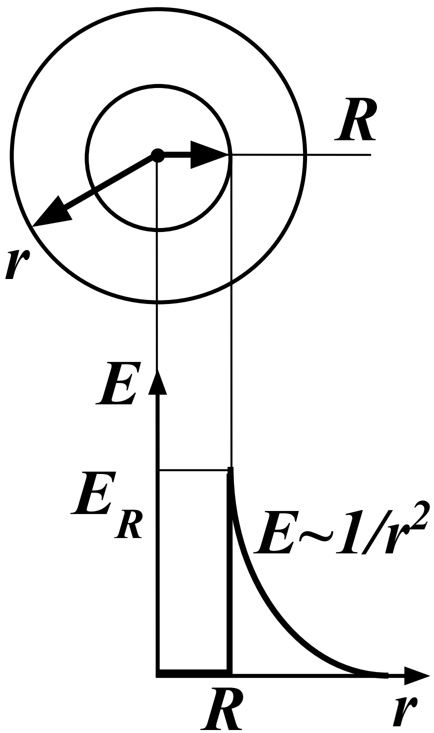
$$\boxed{E(r) = 0 \quad при \quad r < R}$$

Для системы состоящей из двух коаксиальных цилиндров





4. Поле заряженной сферической поверхности (пустотелого шара).



Сфера радиуса $\boldsymbol{R}$, заряжена положительным зарядом с поверхностной плотностью $\boldsymbol{\sigma}$

$$\boldsymbol{E = E(r)}$$

Если $\boldsymbol{r > R}$, то внутрь сферы попадает весь заряд $\boldsymbol{q}$.

$$E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

$$\boxed{E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \quad при \quad r \geq R}$$

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot r^2}.$$

$$E(r) = 0 \quad при \quad r < R \qquad E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R^2}.$$

Вне сферы поле тождественно полю точечного заряда, той же величины, помещённого в центр сферы.

5. Поле объёмно-заряженного шара.

$$\boldsymbol{\rho = \frac{dq}{dV}}$$

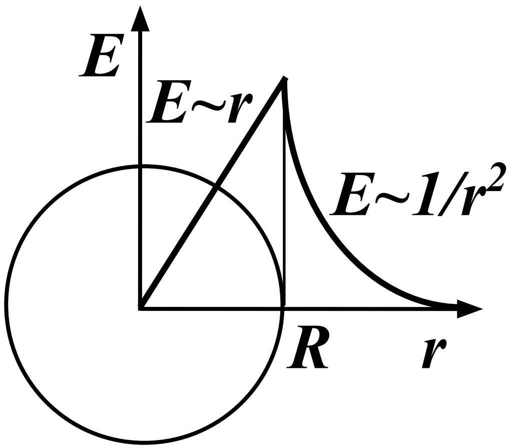
Введём объёмную плотность заряда $\boldsymbol{\rho}$.

В данном случае сферическая поверхность при $\boldsymbol{r < R}$ будет содержать в себе заряд $\boldsymbol{q}$.

$$q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3. \qquad E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3.$$

$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}.$$

$$E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{q}{\cancel{\frac{4}{3}\pi} R^3}\cdot \cancel{\frac{4}{3}\pi} r^3.$$



$$E(r) = \frac{q\cdot r}{4\pi\varepsilon_0\cdot R^3} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{r}{R^3}.$$

$$E(r) = \frac{\frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi}\cancel{R^3}\rho\cdot r}{\cancel{4}\cancel{\pi}\varepsilon_0\cdot \cancel{R^3}} = \frac{\rho\cdot r}{3\varepsilon_0}.$$

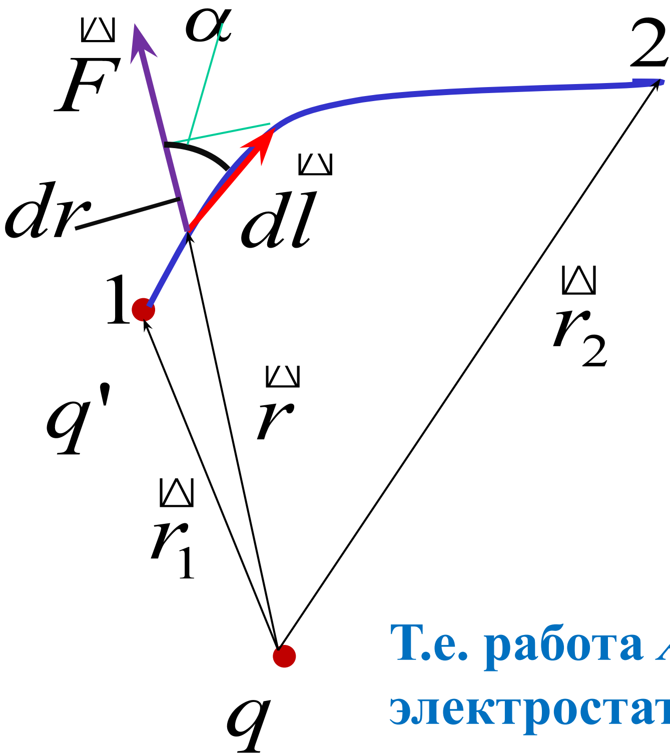
$$E(r) = \frac{\rho\cdot r}{3\varepsilon_0}.$$

Потенциал

Потенциальность электростатического поля

Из механики:

Поле потенциально, если работа сил поля по перемещению частицы не зависит от траектории, но определяется положением начальной и конечной точек перемещения. Силы такого поля – консервативны.



$$dA = \vec{F}d\vec{l} = Fdl\cos\alpha$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2} \qquad dl\cos\alpha = dr$$

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}d\vec{l} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\int_1^2 \frac{dr}{r^2}$$

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad (1)$$

Т.е. работа *A* не зависит от траектории, а значит электростатическое поле потенциально

В потенциальном поле работа равна $A_{12} = W_1 - W_2$ (2)

Сравнивая (2) и (1), получаем:

Потенциальная энергия точечного заряда ***q'*** $W = \dfrac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r} + const$

Выберем *const* из условия $r = \infty$, $W = 0$ → Const =0

$$\frac{W}{q'} = \varphi$$ - потенциал $$W = q'\varphi$$

Для поля точечного заряда потенциал равен

$$\boxed{\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

Для поля, созданного зарядом, распределенным непрерывно:

$$\boxed{\varphi = \int_V \frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

Потенциал и потенциальная энергия – аддитивные величины

$$W = \sum_i W_i \qquad \varphi = \sum_i \varphi_i$$

Основные характеристики электростатического поля

Напряженность - *силовая* характеристика поля

Потенциал - это *энергетическая* характеристика поля, т.к. он *равен работе*, которую совершают силы электростатического поля над единичным положительным зарядом при удалении его из рассматриваемой точки на бесконечность.

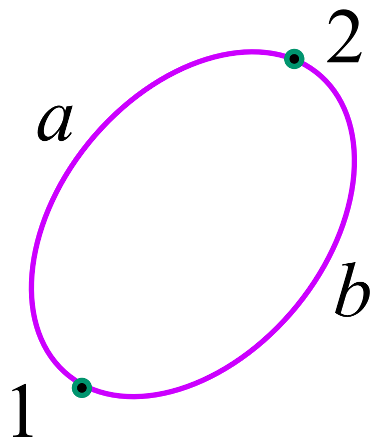
Связь между напряженностью и потенциалом:

$$\boxed{\vec{E} = -\,grad\,(\varphi) = -\nabla\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right)}$$

Вектор $\vec{E}$ направлен в сторону скорейшего убывания потенциала

Геометрическое место точек с одинаковым потенциалом называется *эквипотенциальной поверхностью*. Э.п. $\perp$ линиям напряженности.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля



Работа сил поля на пути от точки 1 до точки 2 будет равна

$$A_{12} = \int_1^2 F_l dl = q\int_1^2 E_l dl = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Работа сил поля по замкнутому контуру

$$A_{1a2b1} = \oint qE_l dl = q(\varphi_1 - \varphi_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\oint \vec{E} d\vec{l} = 0}$$

Интеграл по *замкнутому* контуру называется *циркуляцией*

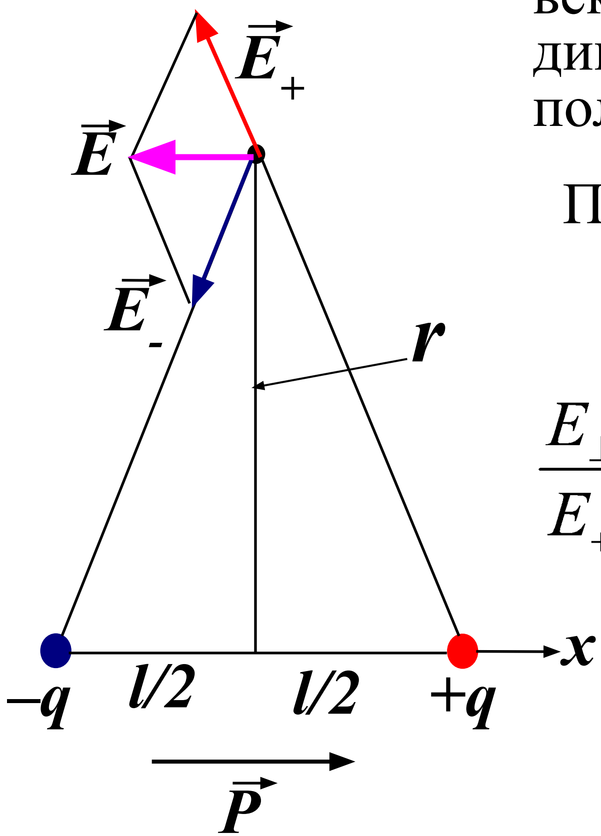
Циркуляция напряжённости электростатического поля по любому замкнутому контуру равна нулю

Циркуляция вектора $\vec{E}$ по контуру называется *электродвижущей силой* это контура (ЭДС)

$$\boxed{\int_1^2 E_l dl = \varphi_1 - \varphi_2}$$

Электрический диполь

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине, но разноимённых точечных зарядов, расстояние между которыми l значительно меньше расстояния r до тех точек, в которых определяется поле системы ($r >> l$).



Электрический момент диполя - вектор, который направлен по оси диполя от отрицательного заряда к положительному.

$$\boxed{\vec{p} = q\vec{l}}$$

При $r >> l$

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2 + \left(l/2\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}$$

$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{1/2}} \approx \frac{l}{r} \qquad \Rightarrow E_\perp = E_+ \cdot \frac{l}{r} = \frac{q \cdot l}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^3}.$$

$$\boxed{\vec{E}_\perp = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{r^3}} \qquad \boxed{\vec{E}_\parallel = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{r^3}}$$

Диэлектрики в электростатическом поле

Все известные в природе вещества в соответствии с их способностью проводить электрический ток делятся на:

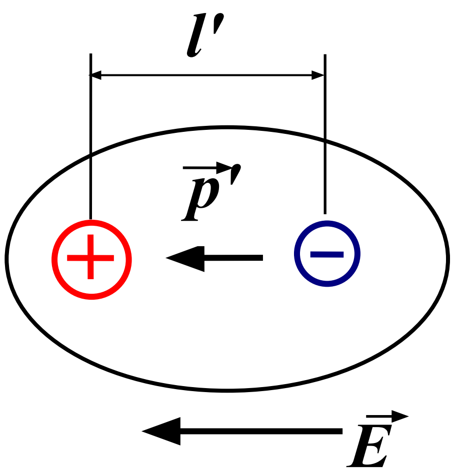
Проводники $\sigma_{пр} = 10^6 \div 10^8$ Ом$^{-1} \cdot$ м$^{-1}$ ***(σ - удельная проводимость)***

Диэлектрики $\sigma_{д} = 10^{-8} \div 10^{-18}$ Ом$^{-1} \cdot$ м$^{-1}$

Полупроводники $\sigma_{п/п} = 10^{7} \div 10^{-8}$ Ом$^{-1} \cdot$ м$^{-1}$

В идеальном диэлектрике *свободных зарядов* нет.

Под действием электрического поля заряды смещаются относительно друг друга. Это явление называется ***поляризацией***.

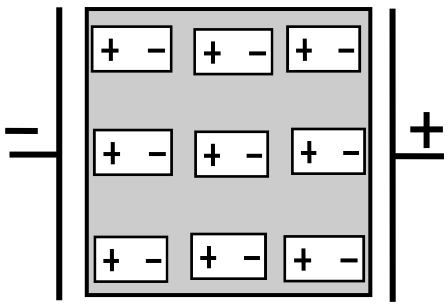


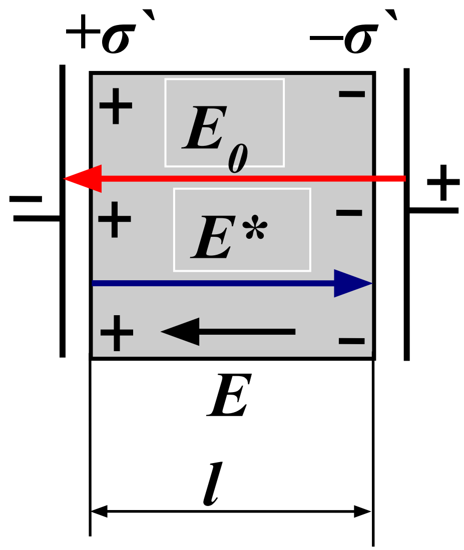
Каждая пара зарядов образует электрический дипольный момент $p' = q \cdot l'$

$$\vec{p}\,' = \alpha \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$$

α - поляризуемость молекулы.

Поместим диэлектрик в однородное электростатическое поле





E_0 – внешнее электрическое поле;

E^*– усреднённое поле связанных зарядов;

E – результирующее электрическое поле в диэлектрике;

$+\sigma$` и $-\sigma$` – поверхностные плотности связанных зарядов.

На внешних поверхностях диэлектрика, примыкающих к электродам, возникают заряды противоположного электродам знака. Эти заряды называются ***связанными***.

Вектор поляризации диэлектрика - это величина, равная отношению суммы дипольных моментов всех $\vec{p}_i$ молекул, содержащихся в элементе объема ΔV, к объему ΔV

$$\frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V} = \vec{P}_E$$

В любой точке поверхности поляризованного диэлектрика поверхностная плотность связанных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в этой точке.

$$P_n = \sigma^*$$

Напряженность поля в диэлектрике $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^*$

или в скалярной форме $E = E_0 - E^*$

Таким образом, поле в диэлектрике оказывается меньше поля вне диэлектрика.

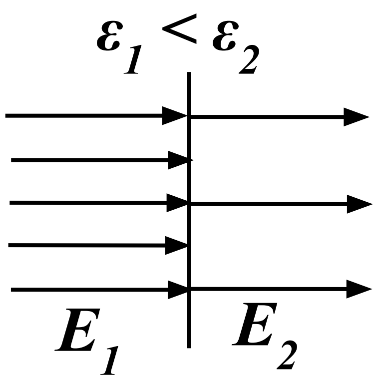
Поле в диэлектрике связано с внешним полем соотношением

$$E = E_0 / \varepsilon$$

Диэлектрическая проницаемость ε показывает, во сколько раз ослабляется электрическое поле в диэлектрике.

Вектор электрического смещения (электрическая индукция)

При переходе электрического поля из одной диэлектрической среды в другую с разными ε напряжённость электрического поля изменяется скачком.



$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \Rightarrow\Rightarrow E_1 = E_2 \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

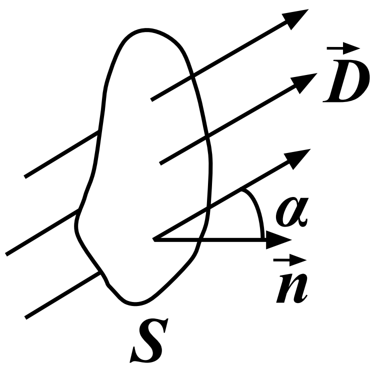
Для упрощения расчётов была введена новая векторная величина – вектор электрического смещения (электрическая индукция), не зависящая от свойств среды.

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \cdot \vec{E}}$$

В общем виде для диэлектрических сред с различными свойствами $\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}_E}$

Поток вектора электрического смещения

$$\Phi_E = \int\limits_S E_n \cdot dS, \quad \Rightarrow \quad \Phi_D = \int\limits_S D_n \cdot dS$$



$$\Phi_D = D \cdot S \cdot \cos\alpha = D_n \cdot S.$$

$$\oint\limits_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

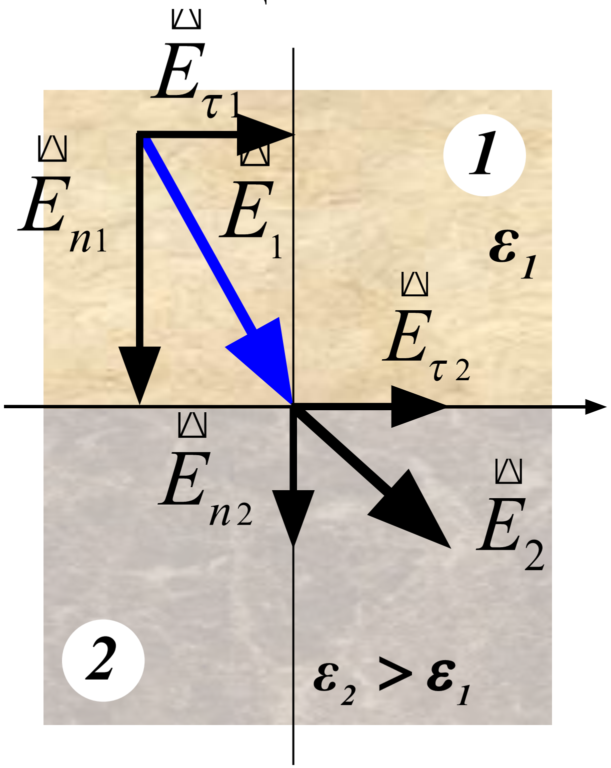
$$\boxed{\oint\limits_S \vec{D} \cdot dS = \sum q_i.}$$

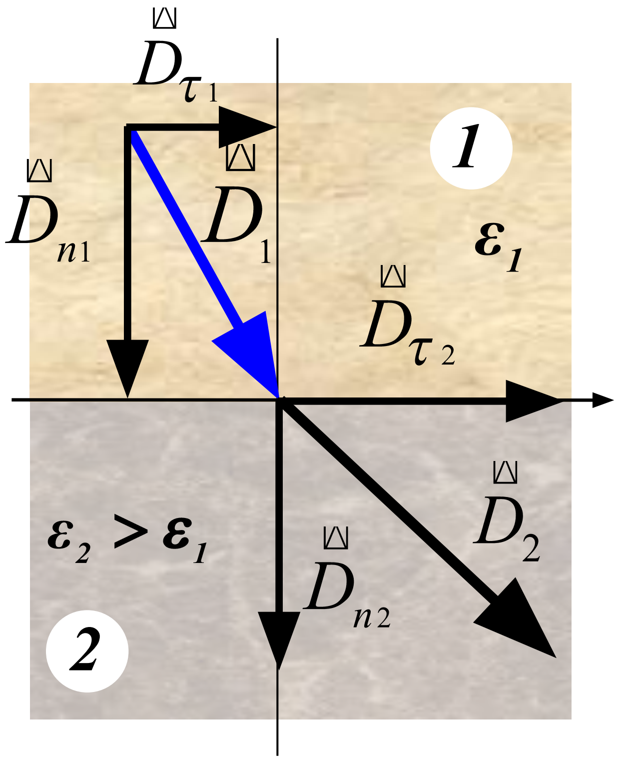
Поток вектора электрического смещения через любую замкнутую поверхность определяется только *свободными зарядами*, а не всеми зарядами внутри объёма, ограниченного данной поверхностью

Изменение векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на границе раздела диэлектриков

Рассмотрим границу между двумя диэлектриками с проницаемостями ε_1 и ε_2

Представим каждый из векторов в виде суммы нормальной и тангенциальной составляющих





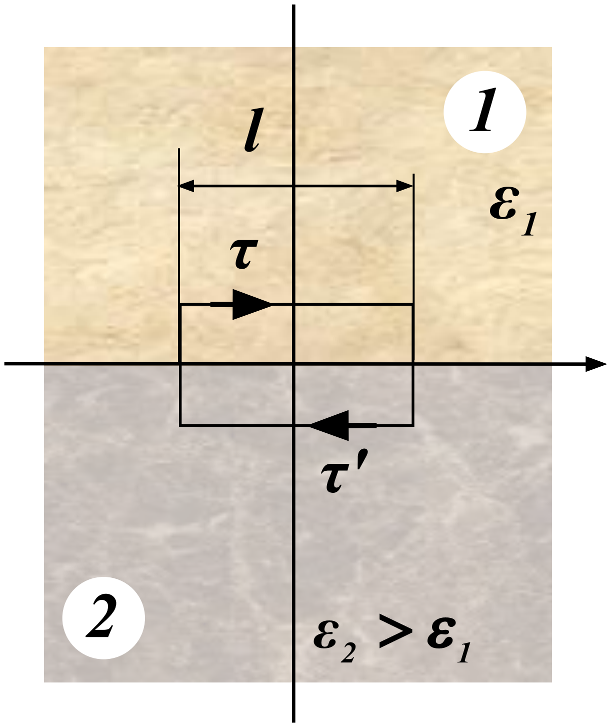
Используем:

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_{св}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$

Условие для вектора *E*



$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

$$E_{2\tau}\cdot l + E_{1\tau'}\cdot l = 0$$

Если на нижнем участке контура проекцию вектора ***E*** взять не на орт $\boldsymbol{\tau}'$, а на общий орт $\boldsymbol{\tau}$, то $\boldsymbol{E}_{1\tau'} = -\boldsymbol{E}_{1\tau}$ и из предыдущего уравнения получим.

$$\boxed{E_{1\tau} = E_{2\tau}}$$

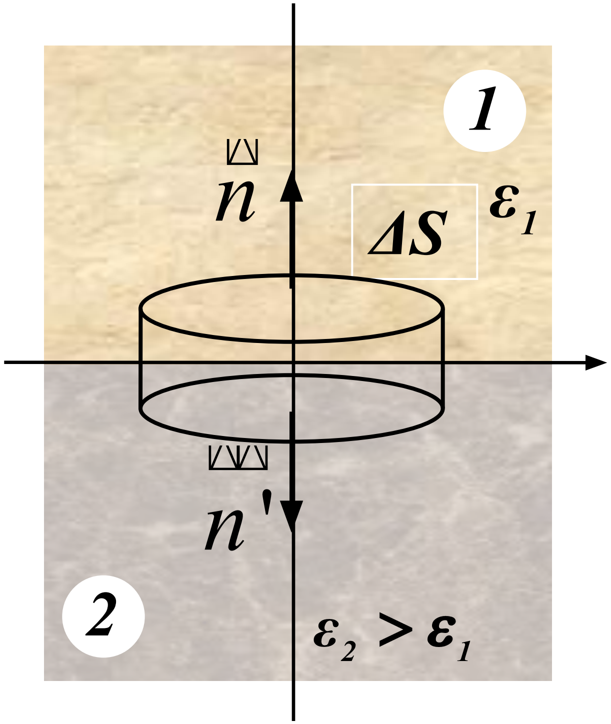
Тангенциальная составляющая вектора $\vec{E}$ оказывается одинаковой по обе стороны от границы раздела, т.е. *не претерпевает скачка*

Используя $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$, получим:

$$\boxed{\frac{D_{\tau 1}}{D_{\tau 2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

Условие для вектора *D*

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_{св}$$



$$D_{2n}\cdot\Delta S + D_{1n'}\cdot\Delta S = \sigma\cdot\Delta S$$

$\boldsymbol{\sigma}$ – сторонний заряд (свободный) на границе раздела

Взяв обе проекции вектора на общую нормаль ***n*** (она направлена от диэлектрика 1 к диэлектрику 2), получим $\boldsymbol{D_{1n'} = -D_{1n}}$

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$$

Если нет сторонних зарядов ($\boldsymbol{\sigma} = 0$), то

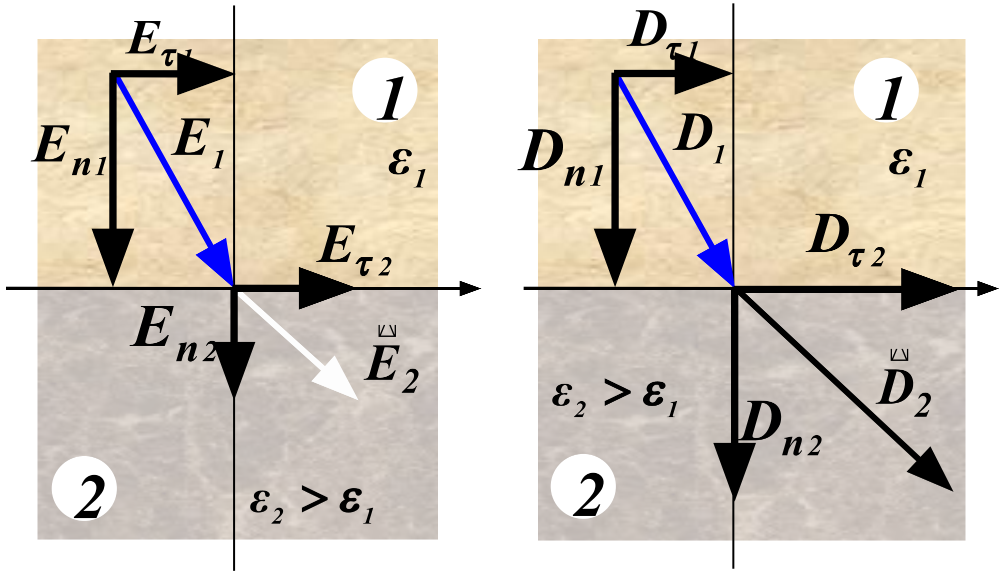
$$\boxed{D_{1n} = D_{2n}}$$

Нормальная составляющая вектора $\vec{D}$ *не претерпевает скачка*

Используя $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$, получим:

$$\boxed{\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

Изменение векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на границе раздела диэлектриков



Таким образом у обоих векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ одна из составляющих испытывает на границе двух диэлектриков разрыв, оба вектора при переходе поля через границу скачкообразно изменяются по величине и направлению. Т.е. векторы *преломляются*.