Тепловое излучение

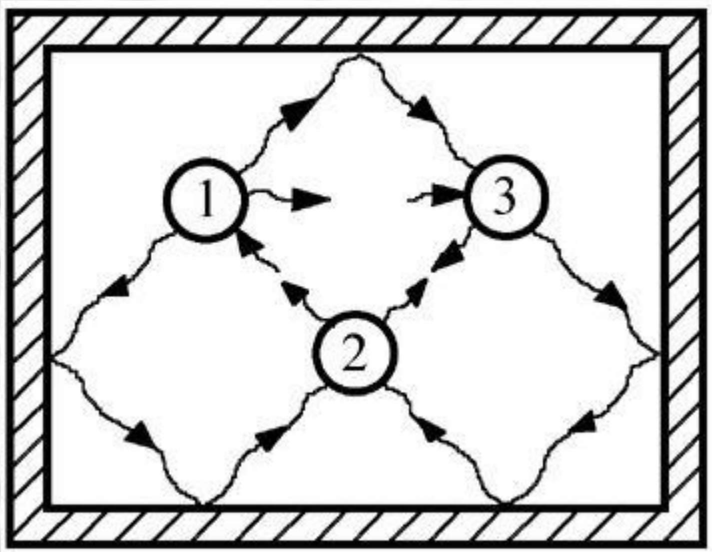
Тепловое излучение – это излучение, осуществляемое за счет внутренней энергии тела.

Тепловое излучение – особый вид излучения, которое обладает следующими свойствами:

- Тепловое излучение равновесное.
  Понятие равновесия предполагает равновесие между излучением и излучающим телом.
- Все хорошо поглощающие тела излучают в одинаковом спектральном интервале при данной температуре, то есть спектр излучения таких тел одинаковый.
- Равновесие носит динамический характер. То есть процесс излучения и поглощения идет непрерывно.

Равновесное излучение

- Если несколько нагретых излучающих тел окружить идеально отражающей, непроницаемой для излучения оболочкой, то по истечении некоторого промежутка времени в системе "излучающие тела + излучение в полости" установится термодинамическое равновесие. Это означает, что температуры всех тел выровняются, а распределение энергии между телами и излучением не будет изменяться со временем.



Количественные характеристики теплового излучения:

- Световой поток Ф – энергия, излучаемая всей поверхностью нагретого тела в единицу времени.

- Энергетическая светимость R определяется потоком излучаемой энергии, отнесенным к поверхности излучающего тела, то есть энергией, излучаемой единицей поверхности тела в единицу времени по всем направлениям.

- Энергетическая светимость тела для различных интервалов различна и пропорциональна этим интервалам.

$$dR_{\mathrm{T}} = r_{\omega,\mathrm{T}} d\omega$$

, где

$r_{\omega,\mathrm{T}}$ - испускательная способность тела.

Энергетическая светимость зависит только от температуры. Испускательная способность зависит не только от температуры, но и от частоты.

$$R_{\mathrm{T}} = \int_{0}^{\infty} r_{\omega,\mathrm{T}} d\omega$$ - полная энергетическая светимость тела.

Перейдем от частотного интервала к интервалу длин волн:

$$d\omega \to d\lambda$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

$$d\omega = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} d\lambda$$

Так как $d\omega$ и $d\lambda$ относятся к одному и тому же интервалу, то энергетическая светимость остается величиной постоянной.

$$r_{\omega,\mathrm{T}}d\omega = r_{\lambda,\mathrm{T}}d\lambda$$

$$r_{\omega,\mathrm{T}} = \frac{\lambda^2}{2\pi c}r_{\lambda,\mathrm{T}}$$

$$r_{\omega,\mathrm{T}}\frac{2\pi c}{\lambda^2}d\lambda = r_{\lambda,\mathrm{T}}d\lambda$$

$$f(\omega,\mathrm{T}) = \frac{\lambda^2}{2\pi c}\varphi(\lambda,\mathrm{T})$$

Помимо испускательной способности тело характеризуется поглощательной способностью.

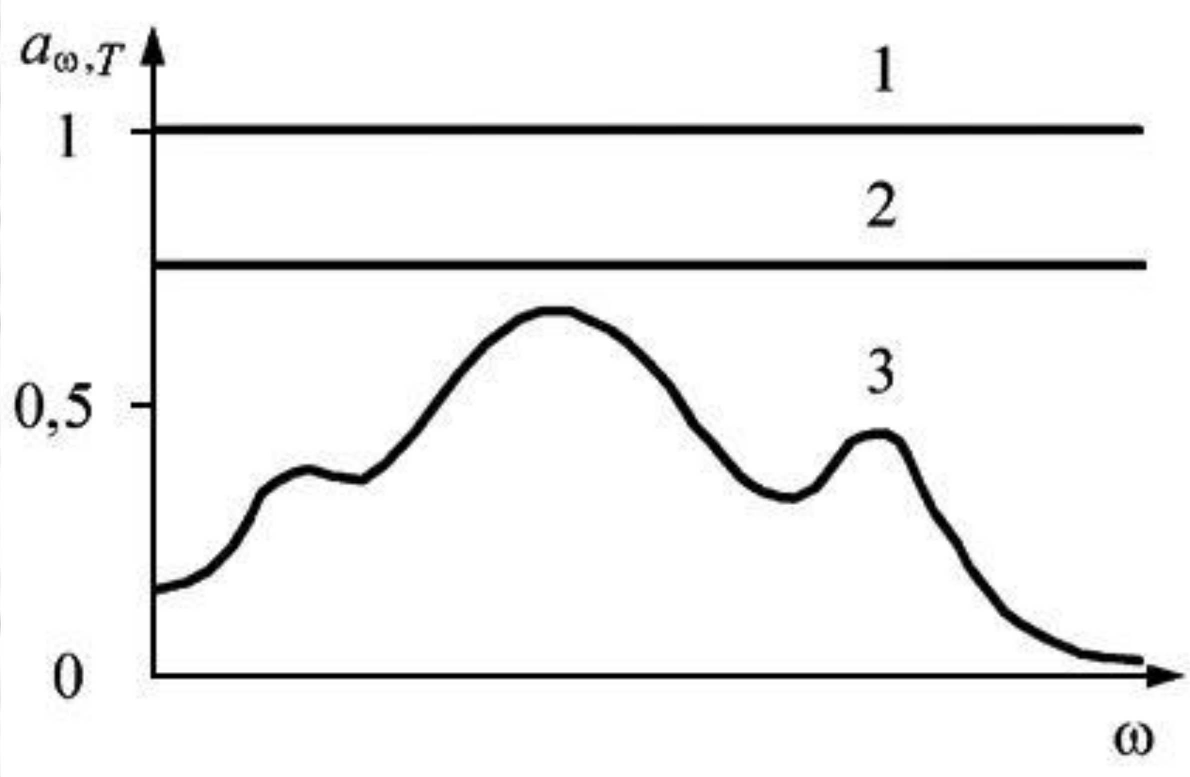
$$a_{\omega,\mathrm{T}} = \frac{d\Phi'}{d\Phi}, \text{ где}$$

$d\Phi'$ - поток, поглощенный телом,

$d\Phi$ - поток, падающий на тело.

Существуют тела, которые поглощают все падающее на них излучение. Такие тела были названы абсолютно черными.

Поглощательная способность
абсолютно черного тела (1),
серого тела (2),
обычного тела (3)



Закон Кирхгофа

$$\left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_{1тела} = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_{2тела} = \square \;\; = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right) = f(\omega,T)$$

$f(\omega, \mathrm{T})$ - называется универсальной функцией Кирхгофа – это испускательная способность абсолютно черного тела.

При $a_{\omega,\mathrm{T}} = 1$ $\qquad \dfrac{r_{\omega,\mathrm{T}}}{1} = f(\omega, \mathrm{T})$

Закон Стефана-Больцмана:

$$R = \int_0^\infty r_{\omega,\mathrm{T}}\, d\omega = \sigma \mathrm{T}^4$$

- Энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры.
- $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8} \dfrac{Вт}{м^2 \cdot K^4}$ - постоянная Больцмана

Закон смещения Вина

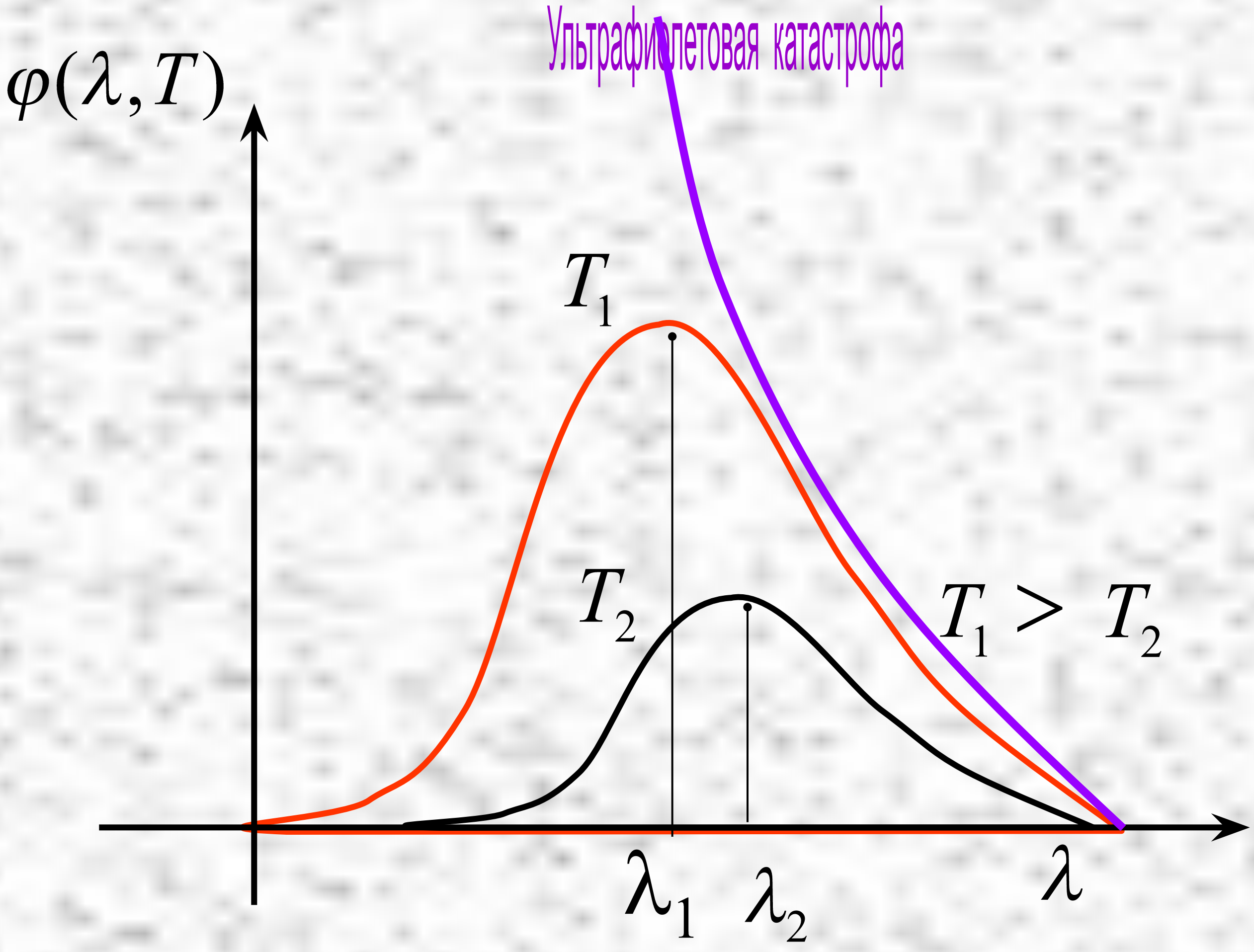
Исследуя излучение абсолютно черного тела, Вин показал, что универсальная функция Кирхгофа, выраженная через длину волны должна иметь вид

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{c^5}{\lambda^5} \psi(\lambda \cdot T)$$

Исследуя функцию $\varphi(\lambda, T)$ на экстремум, Вин пришел к следующему закону:

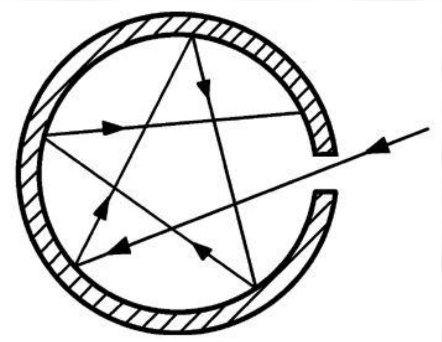
$$\boxed{\lambda_{max} \cdot T = b}$$

$b = 2{,}90 \cdot 10^7 \overset{0}{A} \cdot K$ - постоянная Вина.


Ультрафиолетовая катастрофа
$\varphi(\lambda, T)$
T_1
T_2
$T_1 > T_2$
λ_1
λ_2
λ

Объяснить особенности теплового излучения на основе классической физики пытались Рэлей и Джинс. Они в качестве модели абсолютно черного тела использовали полость. В результате многократного отражения от стенок полости, внутри нее образуются стоячие волны. Их число, возникающее в единице объема:

$$dn_{\omega} = \frac{2\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c^3}$$



- Согласно закону равнораспределения энергии на каждую стоячую волну приходится энергия, равная kT.

$$\varepsilon = k\mathrm{T} = \left(\frac{1}{2}k\mathrm{T}\right)_{\substack{\text{электрическая}\\ \text{составляющая}}} + \left(\frac{1}{2}k\mathrm{T}\right)_{\substack{\text{магнитная}\\ \text{составляющая}}}$$

Энергетическая светимость определяется энергией, испущенной единицей поверхности в единицу времени. Если эту энергию отнести к единице объема, то получим новую функцию, которая называется плотностью энергии излучения. Между этими величинами существует простая связь

$$R_T = \frac{c}{4} U_T$$

- Подобно тому, как энергетическая светимость различна для разных частотных интервалов, различна и энергетическая плотность. Для частотного интервала :

$$dR_T = r_{\omega,T} d\omega; \qquad dU_T = u_{\omega,T} d\omega;$$

$$r_{\omega,T} = \frac{c}{4} u_{\omega,T}$$

Соответствующая плотность энергии абсолютно черного тела:

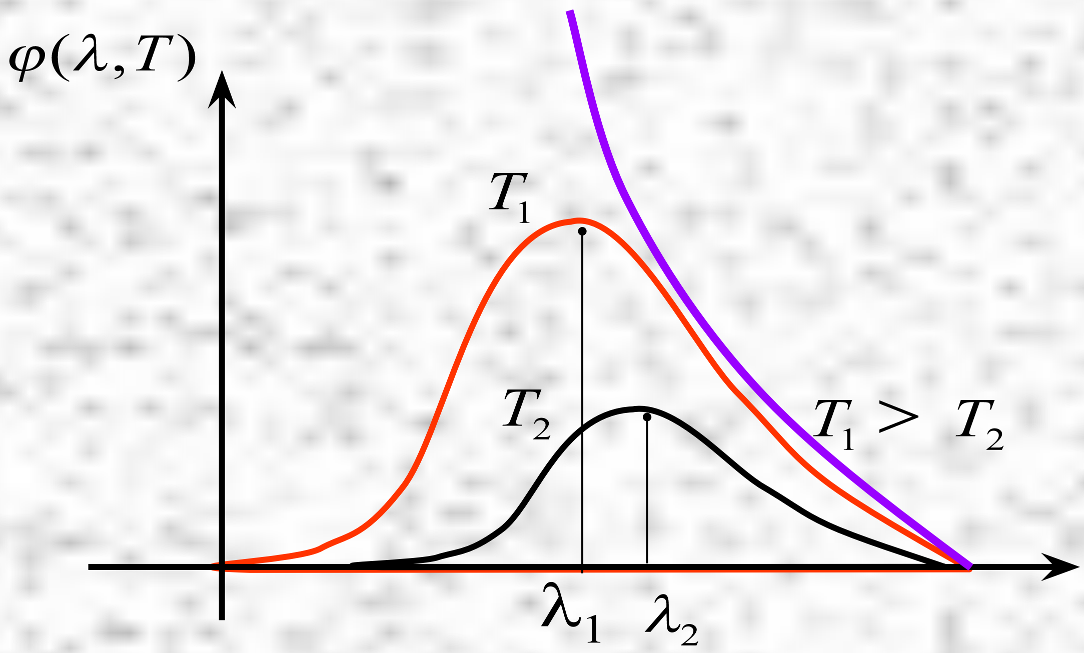
$$u_{\omega,\mathrm{T}} d\omega = \varepsilon \cdot dn_{\omega} = kT \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}$$

$$u_{\omega,\mathrm{T}} = \frac{2k}{2\pi^2 c^3} T\omega^2; \quad - \quad r_{\omega,\mathrm{T}} = \frac{c}{4} u_{\omega,T} = \frac{kT}{4\pi^2 c^2}\omega^2$$

Формула Рэлея – Джинса

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT$$

Формула Рэлея-Джинса прекрасно работает при низких частотах, а при высоких приводит к результату, который носит название ультрафиолетовой катастрофы.



Площадь, ограниченная графиком, есть не что иное, как энергетическая светимость

Объяснить особенности теплового излучения удалось Планку, который предположил, что **энергия излучается в виде отдельных порций – световых квантов.** Энергия такой порции определяется:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$$

где

$$(h = 6{,}6260755 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с);$$

$$(\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0546 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с);$$

- Рассматривая систему стоячих волн, Планк предположил, что энергия, излучаемая телом, должна быть пропорциональна минимальной порции, то есть

$$\varepsilon_n = nh\nu$$

Вероятность того, что будет испущена порция света с энергией $nh\nu = n\hbar\omega$, определяется выражением:

$$P_n = \frac{N_n}{N}$$

N_n - число случаев, приводящих к данному результату.

N - общее число случаев.

- В состоянии равновесия распределение колебаний по энергиям подчиняется закону Больцмана:

$$N_n \sim e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}$$

Для вероятности получим:

$$P_n = \frac{e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}$$

Среднее значение энергии, приходящееся на одно нормальное колебание, то есть на одну стоячую волну, определяется:

$$\langle \varepsilon \rangle = \sum_n \varepsilon_n P_n$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\sum_n n\hbar\omega e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}}$$

Введем замену: $e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} = x$

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega \frac{\sum\limits_n n x^n}{\sum\limits_n x^n}$$

$$\sum_n n x^n = \frac{x}{(1-x)^2}$$

$$\sum_n x^n = \frac{1}{1-x}$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega \frac{x(1-x)}{(1-x)^2} = \hbar\omega \frac{x}{1-x}$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}{1-e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}}$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar\omega \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1}$$

$$dn_\omega = \frac{2\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c^3}$$

$$u_{\omega,T}\, d\omega = \langle \varepsilon \rangle dn_\omega$$

$$u_{\omega,T}\, d\omega = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \cdot \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}$$

$$u_{\omega,T} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3 (e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1)}$$

$$r_{\omega,T} = f(\omega,T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

- Формула Планка

$$r_{\omega,T} = f(\omega,T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2}\cdot\frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1}$$

В случае $\hbar\omega << kT$ формула Планка переходит в формулу Рэлея-Джинса:

$$f(\omega,T)=\frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{\hbar\omega}{kT}-1}=\frac{kT}{4\pi^2c^2}\omega^2$$

Проверка закона Стефана-Больцмана:

$$R_T=\int_0^\infty r_{\omega,\mathrm{T}}d\omega=\int_0^\infty\frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2}\cdot\frac{d\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1}=\sigma\mathrm{T}^4$$

Проверка закона Вина:

От функции $f(\omega,T)$ перейдем к функции $\varphi(\lambda,T)$.

$$f(\omega,T)=\frac{\lambda^2}{2\pi c}\varphi(\lambda,T)$$

$$\varphi(\lambda,T)=\frac{2\pi c}{\lambda^2}\cdot\frac{\hbar(\dfrac{2\pi c}{\lambda})^3}{4\pi^2c^2}\cdot\frac{1}{e^{\frac{2\hbar\pi c}{kT\lambda}}}$$

Исследуем на максимум:

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = 0$$

Поучим трансцендентное уравнение $xe^{x} - 5(e^{x} - 1) = 0$,

$$x = \frac{2\pi c\hbar}{kT\lambda}.$$

Уравнение имеет решение при $\dfrac{2\pi c\hbar}{kT\lambda_m} = 4,965,\quad \lambda_{\max}\cdot T = b$

Вывод:

Согласно гипотезе Планка, свет излучается порциями. Частица, несущая порцию энергии, равную $h\nu$, получила название фотона. Постоянная Планка-это важнейшая универсальная константа, играющая в квантовой физике такую же фундаментальную роль , как и скорость света в теории относительности.