Тема 16.
Модальный метод синтеза непрерывных астатических систем управления

Обсуждаемые вопросы

1. ***Влияние возмущений на ошибку в системе управления при модальном методе синтеза для регулятора статического типа***
2. ***Модальный метод синтеза астатических систем управления***
3. ***Расчет параметров регулятора при синтезе астатических систем управления***

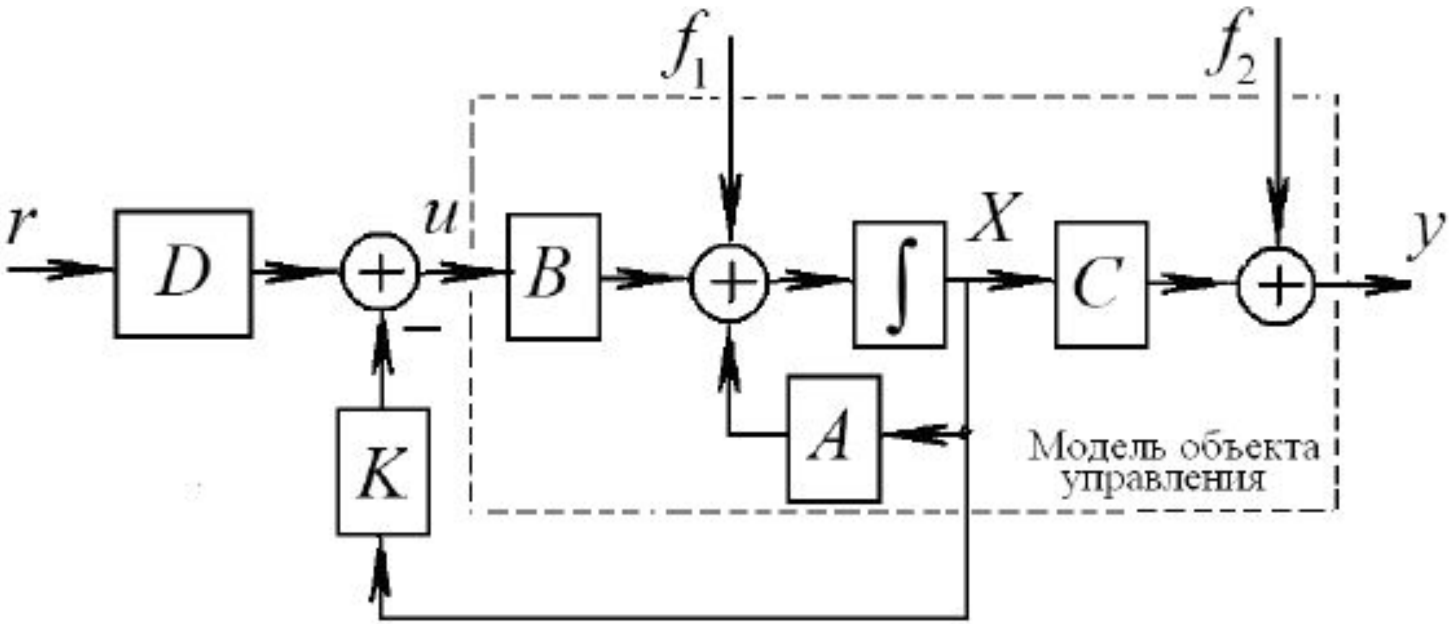
Модальный метод синтеза для объекта управления с уравнением выхода и при действии возмущений

Модель объекта управления $\dot{X} = AX + Bu + f_1, \;\; X(t=0) = X^0$

$$y = CX + f_2$$

Алгоритм управления $u = -KX + Dr$

$$X \in R^n, u \in R^1, A \in R^{n\times n}, B \in R^{n\times 1} \quad K \in R^{1\times n}, D \in R^1, r \in R^1$$



Влияние возмущений на ошибку в равновесном режиме в модальном методе синтеза

Уравнения замкнутой системы $\dot{X} = (A - BK)X + BDr + f_1$

$$y = CX + f_2$$

Характеристический полином замкнутой системы

$$A_{зам}(p, K) = \det\left(pI_n - A + BK\right)$$

Если замкнутая система устойчивая и $f_1 = const$, $f_2 = const$

$$\lim_{t\to\infty} X(t) = X_0 \quad \lim_{t\to\infty} y(t) = y_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{X} = 0}$$

$$X_0 = -(A - BK)^{-1}[BDr + f_1] \quad \Rightarrow$$

$$y_0 = -C(A - BK)^{-1}BDr - C(A - BK)^{-1}f_1 + f_2$$

$$-C(A - BK)^{-1}BD = 1 \;\Rightarrow\; \boxed{y_0 = r - C(A - BK)^{-1}f_1 + f_2}$$

$y_0 \neq r$ если $f_1 \neq 0$ $f_2 \neq 0$

Модальный метод синтеза астатических систем управления

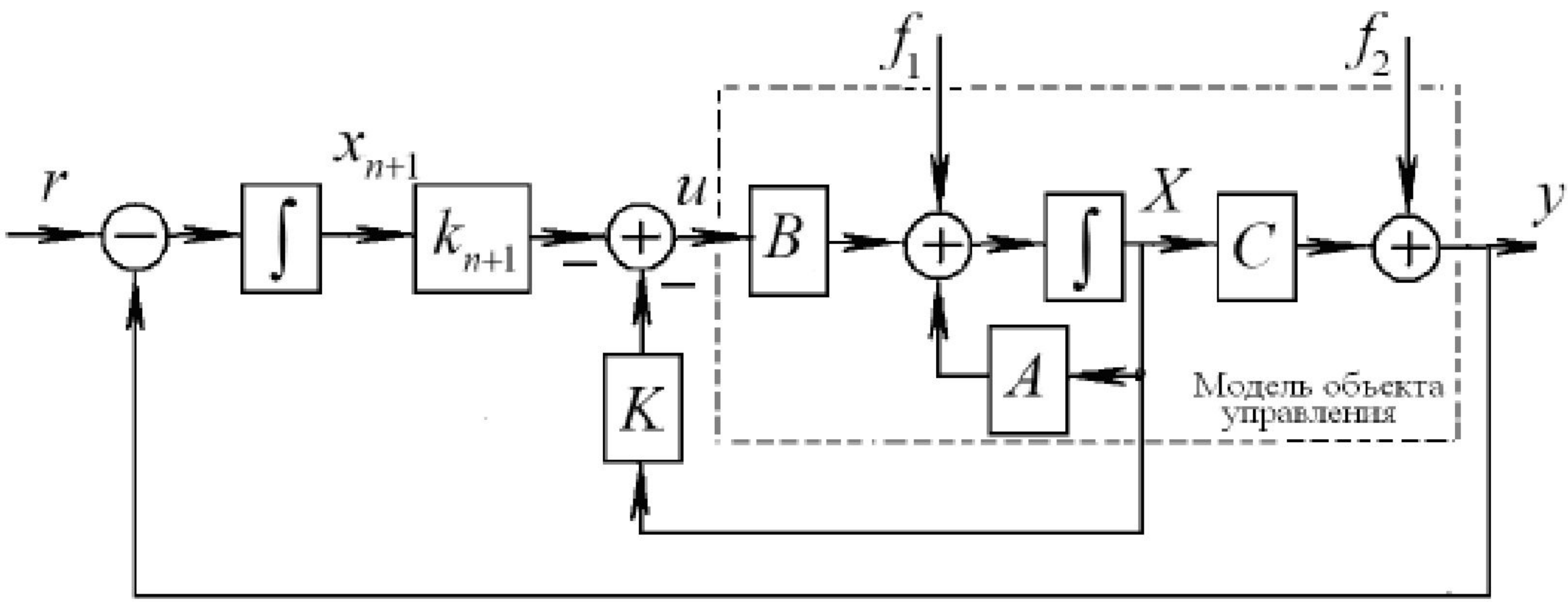
Модель объекта управления $\dot{X} = AX + Bu + f_1, \quad X(t=0) = X^0$

$$y = CX + f_2$$

Алгоритм управления

$$u = -KX - k_{n+1}x_{n+1}$$

$$\dot{x}_{n+1} = r - y$$



Расчет параметров регулятора K, k_{n+1}

Уравнения замкнутой системы
$$\dot{X} = AX - B(KX + k_{n+1}x_{n+1}) + f_1$$
$$\dot{x}_{n+1} = r - (CX + f_2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{x}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & -Bk_{n+1} \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ x_{n+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ r - f_2 \end{bmatrix}$$

Характеристический полином замкнутой системы

$$A_{зам}(p, K, k_{n+1}) = \det\left(pI_{n+1} - \begin{bmatrix} A - BK & -Bk_{n+1} \\ -C & 0 \end{bmatrix} \right)$$

Желаемый характеристический полином замкнутой системы

$$A_{зам}^{жел}(p) = (p - p_1^{жел})(p - p_2^{жел}) \cdots (p - p_{n+1}^{жел})$$

Основное расчетное соотношение для вычисления K, k_{n+1}

$$\boxed{A_{зам}(p, K, k_{n+1}) = A_{зам}^{жел}(p)}$$

Равновесный режим замкнутой системы

Уравнения замкнутой системы

$$\dot{X} = AX + Bu + f_1$$

$$y = CX + f_2$$

$$u = -KX - k_{n+1}x_{n+1}$$

$$\dot{x}_{n+1} = r - y$$

Если замкнутая система устойчивая и $f_1 = const$, $f_2 = const$

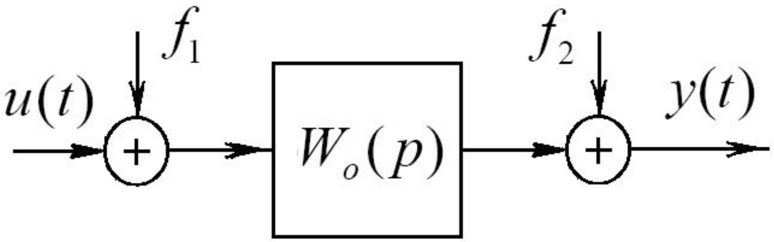
тогда существует равновесный режим, т.е. $\dot{X} = 0$ и $\dot{x}_{n+1} = 0$

Из условия $\dot{x}_{n+1} = 0$ следует, что $r - y = 0$.

Таким образом, ошибка в равновесном режиме равна нулю независимо от величины постоянного задающего воздействия $\boldsymbol{r}$ и величин постоянных возмущающих воздействий f_1, f_2.

Юркевич В.Д.

Пример модального метода синтеза астатической системы



Модель объекта управления

$$W_0(p) = \frac{b_2 p + b_1}{p^2 + a_2 p + a_1} \quad \Rightarrow$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 + u + f_1$$

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + f_2$$

Уравнения алгоритма управления

$$u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 x_3$$

$$\dot{x}_3 = r - y$$

Уравнения замкнутой системы

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -(a_1 + k_1)x_1 - (a_2 + k_2)x_2 - k_3 x_3 + f_1$$

$$\dot{x}_3 = -b_1 x_1 - b_2 x_2 + r - f_2$$

Собственная матрица замкнутой системы

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -(a_1 + k_1)x_1 - (a_2 + k_2)x_2 - k_3 x_3 + f_1 \quad \Rightarrow$$
$$\dot{x}_3 = -b_1 x_1 - b_2 x_2 + r - f_2$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -(a_1 + k_1) & -(a_2 + k_2) & -k_3 \\ -b_1 & -b_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ f_1 \\ r - f_2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$A_{зам} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -(a_1 + k_1) & -(a_2 + k_2) & -k_3 \\ -b_1 & -b_2 & 0 \end{bmatrix}$$

Характеристический полином замкнутой системы

$$A_{зам}(p,k_1,k_2,k_3)=\det(pI_3-A_{зам})\ =$$

$$=\det\begin{bmatrix} p & -1 & 0 \\ (a_1+k_1) & (p+a_2+k_2) & k_3 \\ b_1 & b_2 & p \end{bmatrix}$$

$$A_{зам}(p,k_1,k_2,k_3)=p^3+(a_2+k_2)p^2+(a_1+k_1-b_2k_3)p-b_1k_3$$

Желаемый характеристический полином замкнутой системы

$$A_{зам}^{жел}(p)=(p-p_1^{жел})(p-p_2^{жел})(p-p_3^{жел})\quad\Rightarrow$$

$$A_{зам}^{жел}(p)=p^3+a_3^{жел}p^2+a_2^{жел}p+a_1^{жел}$$

Расчетные соотношения

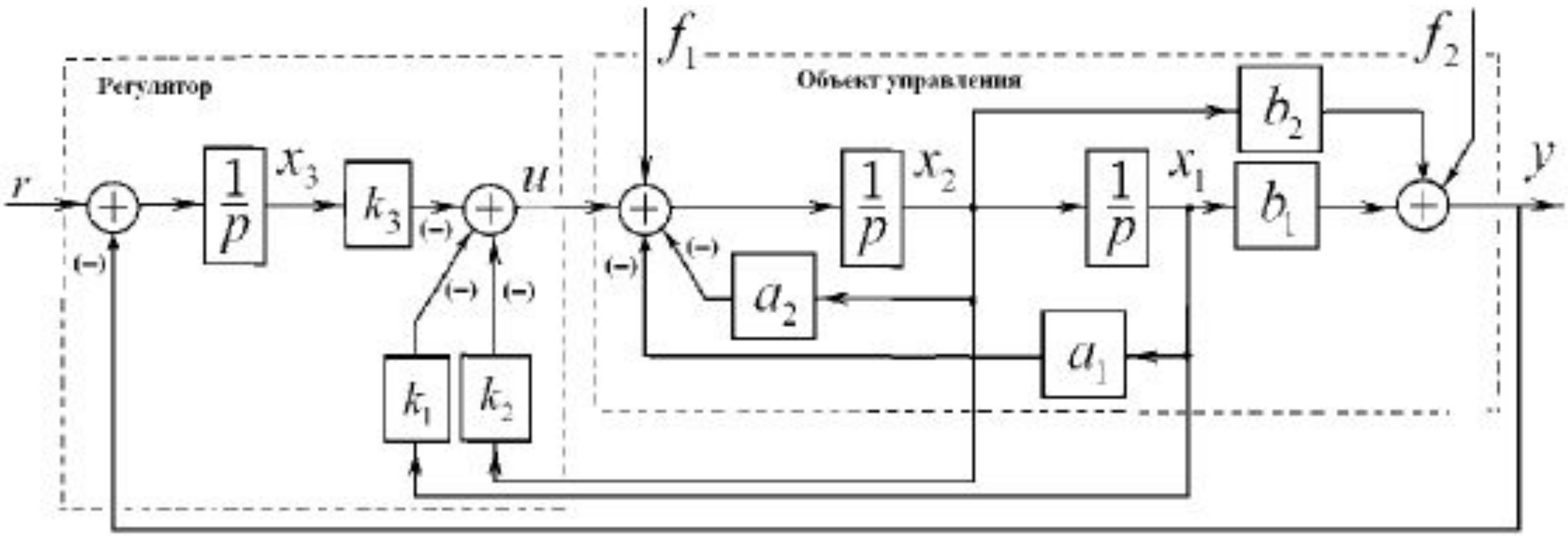
$$A_{зам}(p,k_1,k_2,k_3) = A_{зам}^{жел}(p) \quad \Rightarrow$$

$$p^3 + (a_2 + k_2)p^2 + (a_1 + k_1 - b_2 k_3)p - b_1 k_3 =$$
$$= p^3 + a_3^{жел} p^2 + a_2^{жел} p + a_1^{жел}$$

Расчет коэффициентов регулятора

$$\begin{aligned} -b_1 k_3 &= a_1^{жел} \\ a_1 + k_1 - b_2 k_3 &= a_2^{жел} \\ a_2 + k_2 &= a_3^{жел} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} k_3 &= -\frac{a_1^{жел}}{b_1} \\ k_1 &= a_2^{жел} - a_1 - a_1^{жел}\frac{b_2}{b_1} \\ k_2 &= a_3^{жел} - a_2 \end{aligned}$$

Структурная схема астатической системы управления при доступном векторе состояния



Уравнения алгоритма управления

$$u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 x_3$$

$$\dot{x}_3 = r - y$$

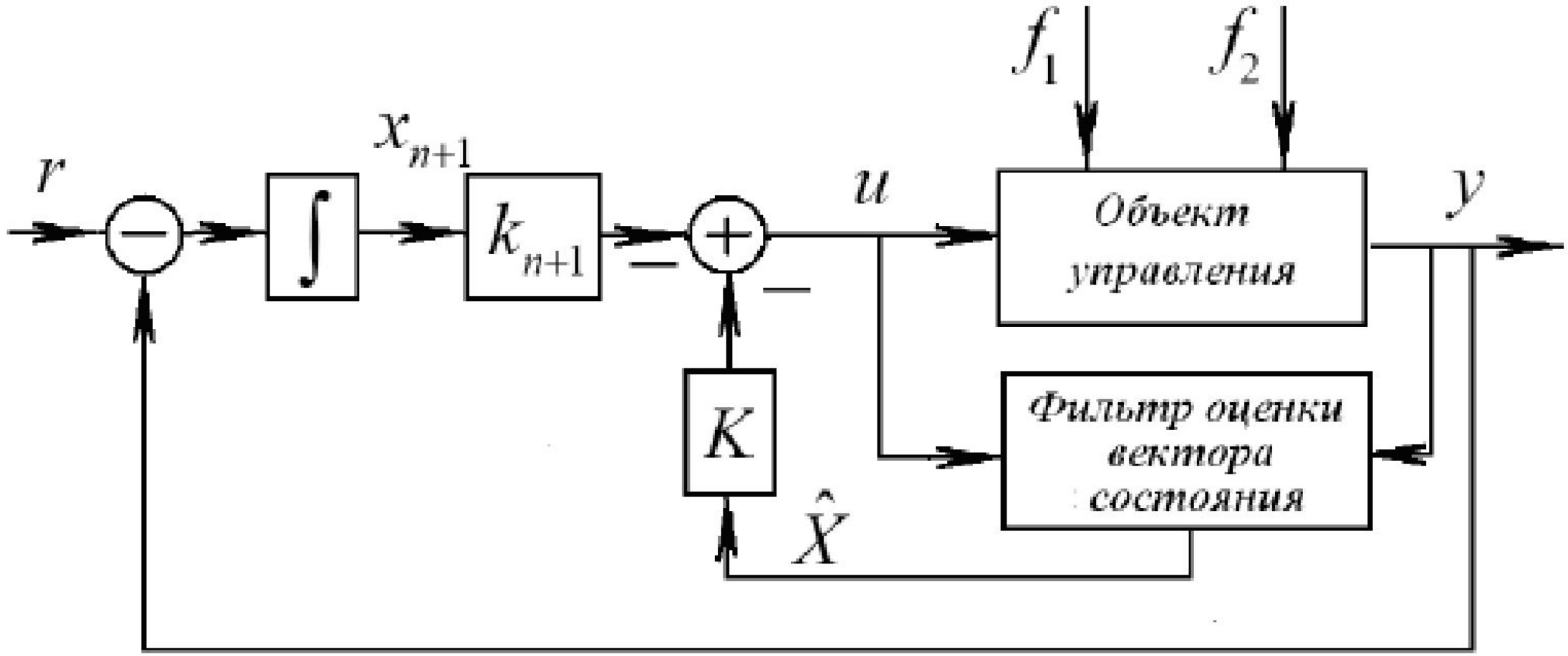
Модель объекта управления

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -a_1 x_1 - a_2 x_2 + u + f_1$$

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + f_2$$

Реализация регулятора при недоступном для измерения векторе состояния



Объект управления	Регулятор	Наблюдатель
$\dot{X} = AX + Bu + f_1$	$u = -K\hat{X} - k_{n+1}x_{n+1}$	$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + Bu + L(y - \hat{y})$
$y = CX + f_2$	$\dot{x}_{n+1} = r - y$	$\hat{y} = C\hat{X}$

Тема 17.
Типовые последовательные корректирующие звенья (типовые регуляторы)