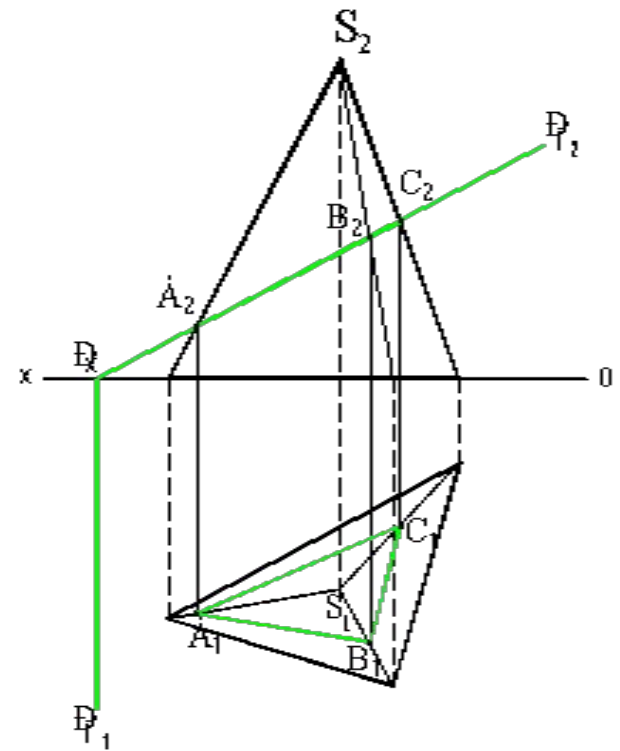
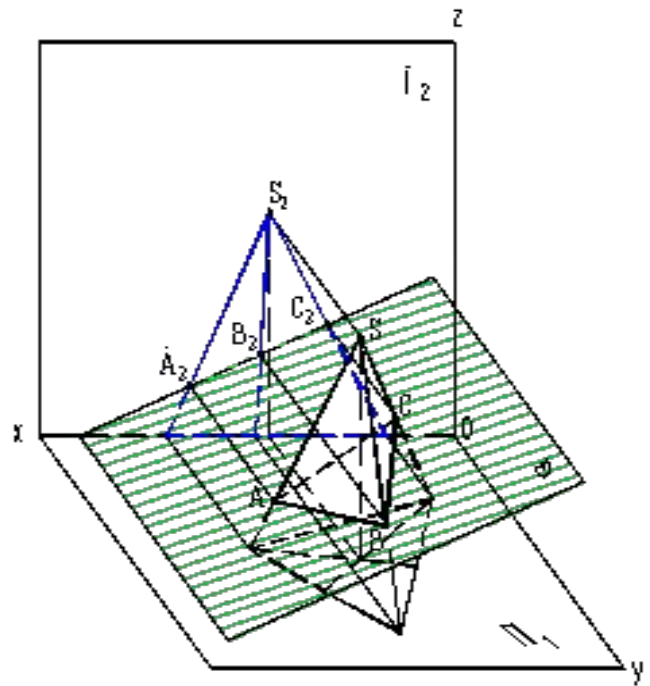


Лекция 8

- Пересечение поверхности с проецирующей плоскостью.
- Пересечение поверхности с плоскостью общего положения.
- Пересечение поверхности с прямой линией.

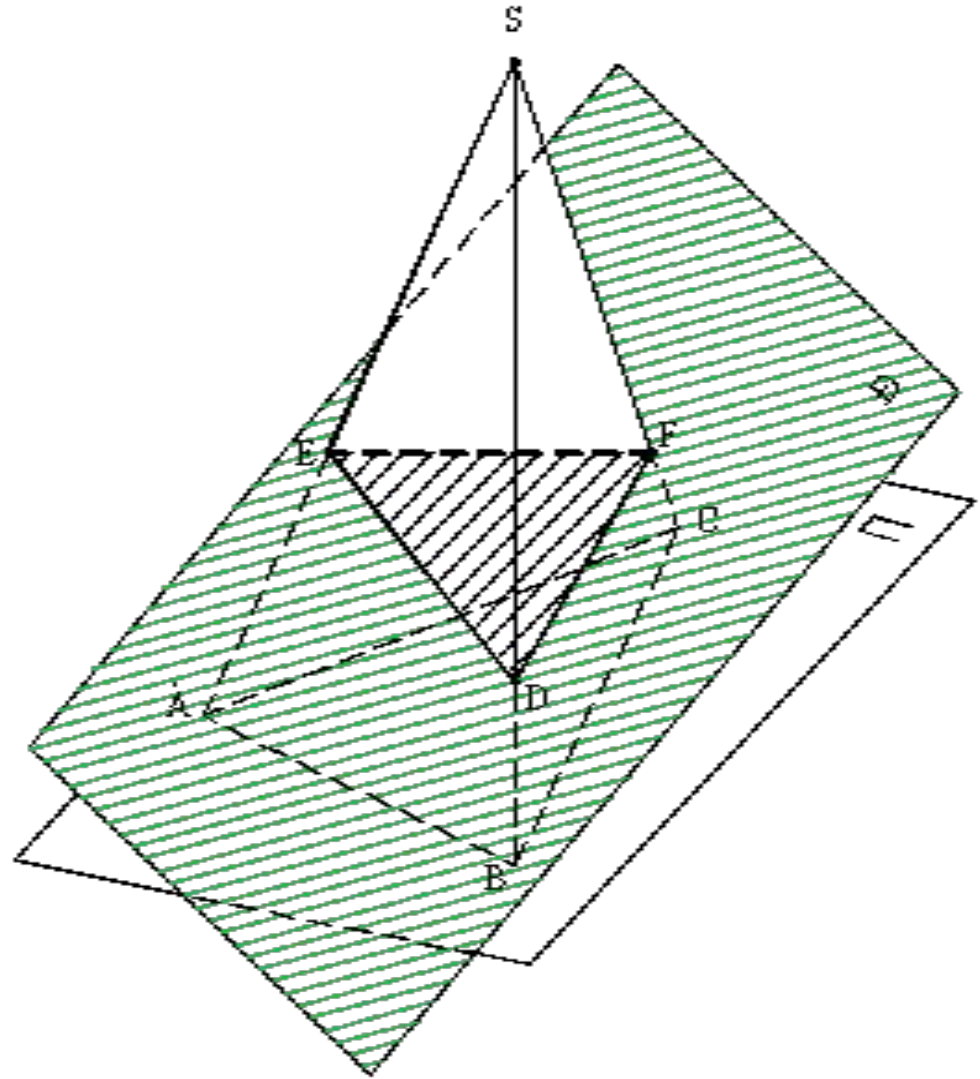
Пересечение поверхности с проецирующей плоскостью



Если поверхность пересекается с проецирующей плоскостью, то полученное сечение совпадает со следом плоскости.

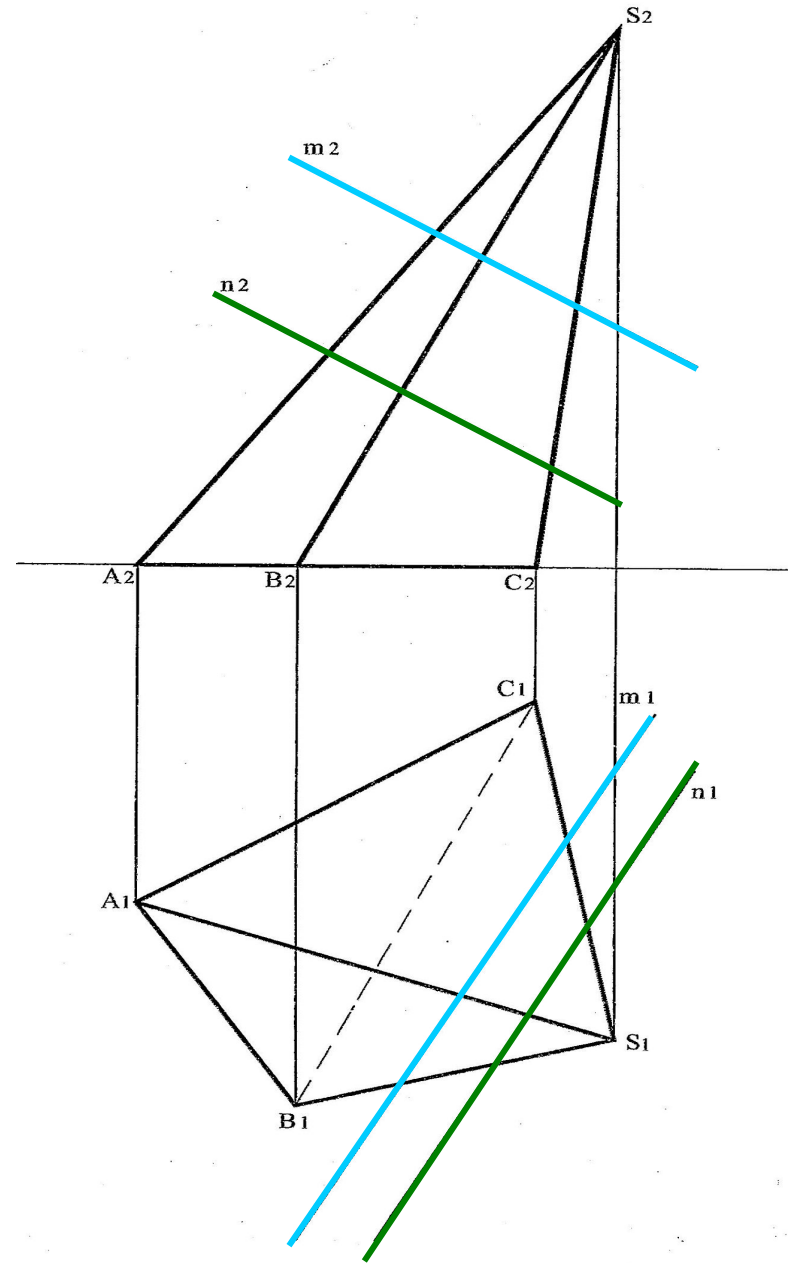
Пересечение поверхности с плоскостью общего положения

Чтобы построить сечение пирамиды с плоскостью общего положения, необходимо определить точки пересечения каждого ребра с плоскостью, а затем соединить их с учетом видимости.



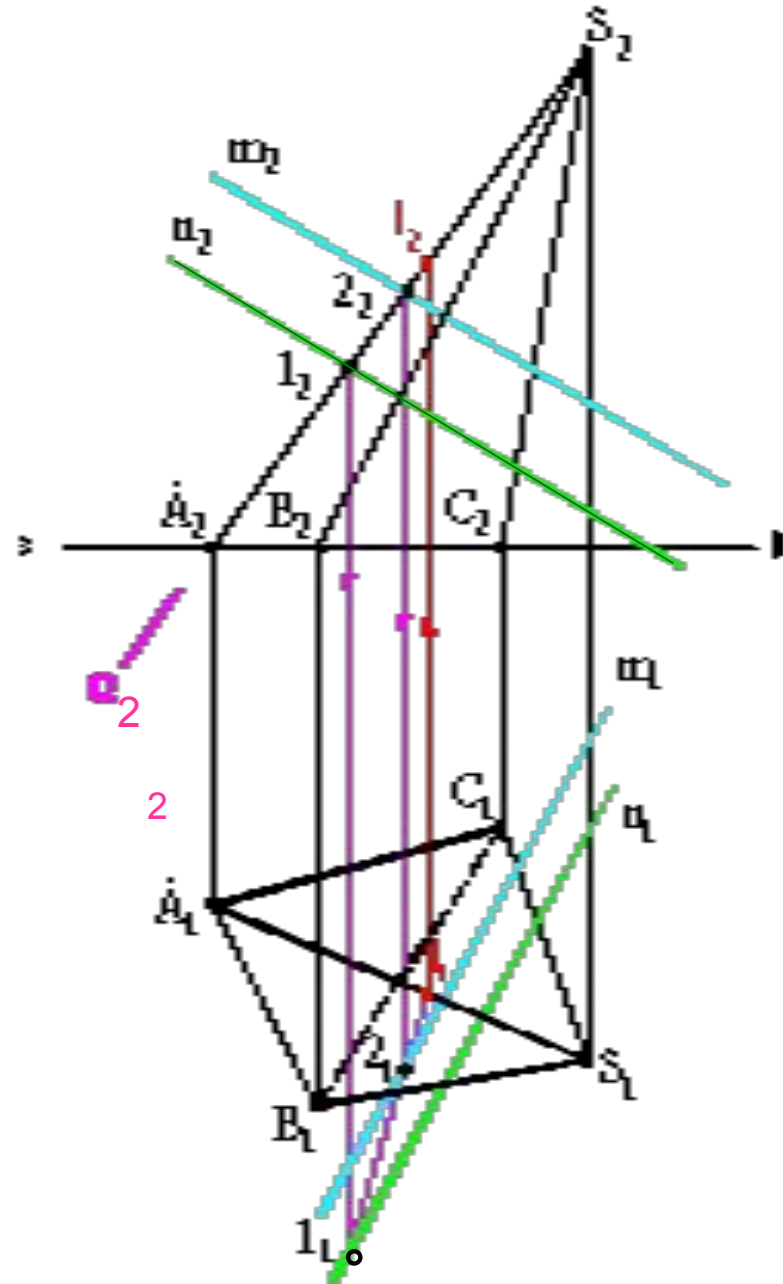
Задача № 9.3 стр.45:
Найти линию
пересечения плоскости

- Дана пирамида
общего положения с
поверхностью
 $SABCD$ и плоскость
общего положения,
заданная
параллельными
прямыми ($m \parallel n$).



Решение: Т.к.каркас пирамиды состоит из трех ребер (AS,BS,CS), в сечении с плоскостью общего положения должен получиться треугольник. Определяем точку « I » пересечения ребра [SA] с заданной плоскостью:

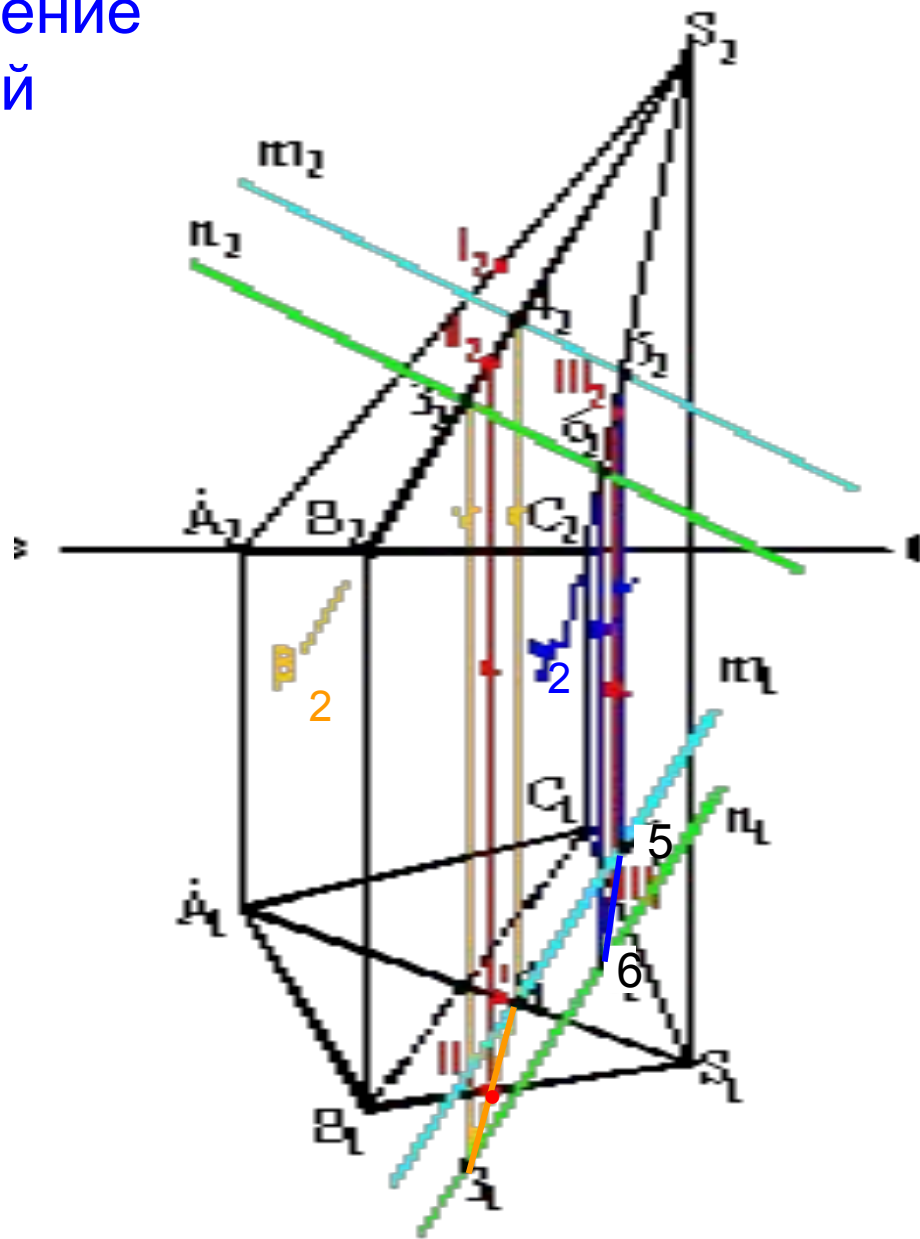
- 1) Заключаем ребро в проецирующую плоскость- посредник $\alpha \perp \Pi_2$ (α_2)
- 2) Находим линию пересечения α с существующей плоскостью, заданной параллельными прямыми ($m \parallel n$) \rightarrow линия 1-2
- 3) Определяем точку пересечения прямой SA с линией пересечения 1-2 \rightarrow (.) I



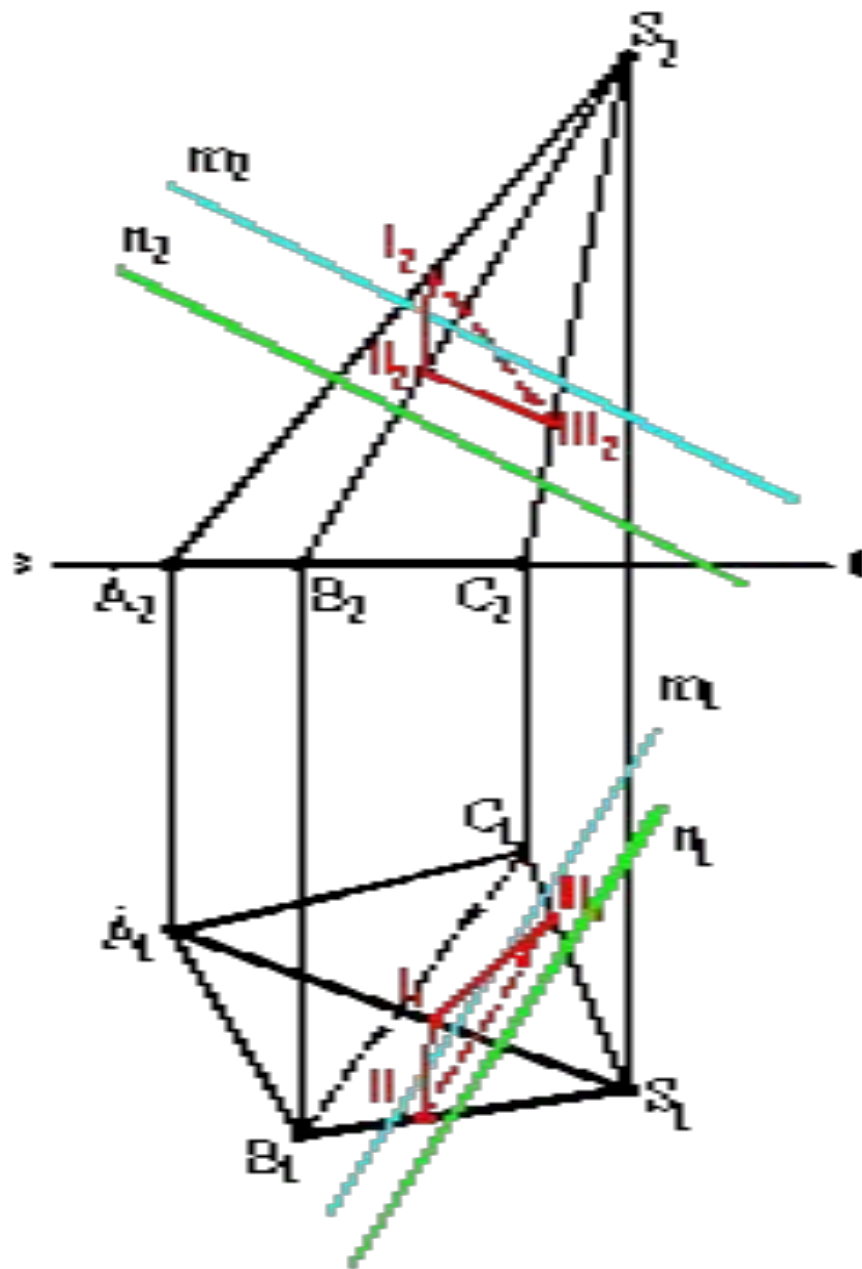
Далее определяем пересечение
ребер SB и SC с искомой
плоскостью ($m \parallel n$)

Повторяем операции с ребрами
 SC и SB . С помощью
проецирующих плоскостей –
посредников $\beta \perp \Pi_2$ (β_2) и

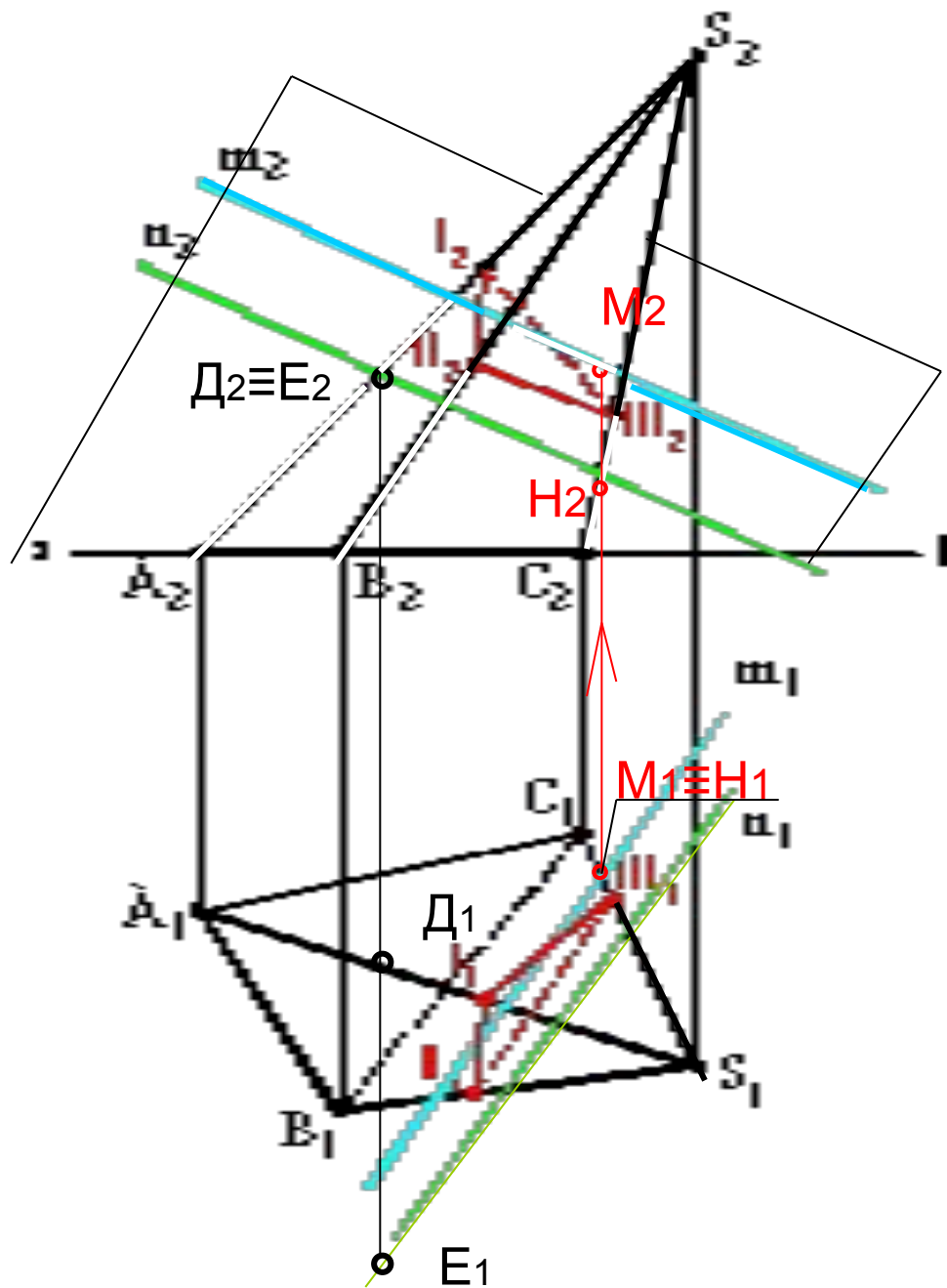
$\gamma \perp \Pi_2$ (γ_2) определяем точки II
и III – точки пересечения ребер [SB]
и [SC] с плоскостью.



Соединяем построенные точки между собой с учетом видимости граней пирамиды. Далее определяем видимость поверхности и искомой плоскости по конкурирующим точкам

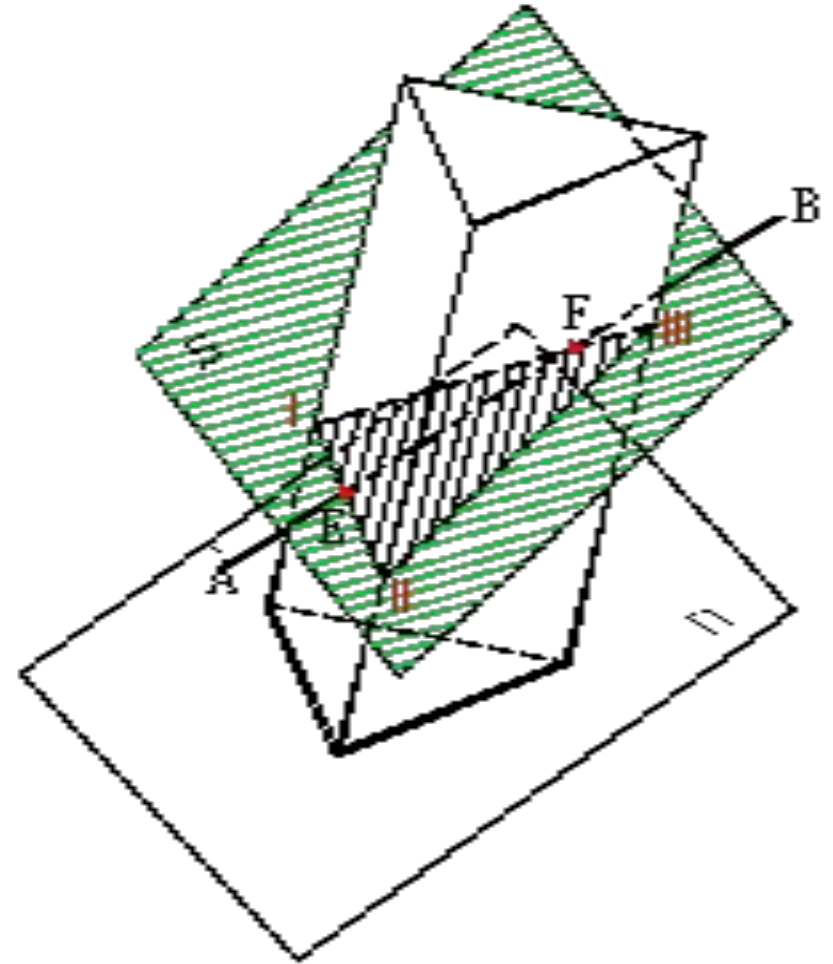


Рассмотрим на П1 конкурирующие точки **М** и **Н** ($M_1 \equiv H_1$), лежащие на **прямой** m и ребре CS . На П2 видно, что **точка М** расположена выше от плоскости П1 (дальше от оси), чем **точка Н**. Следовательно, на П1 видна **прямая** m (т.е. плоскость)



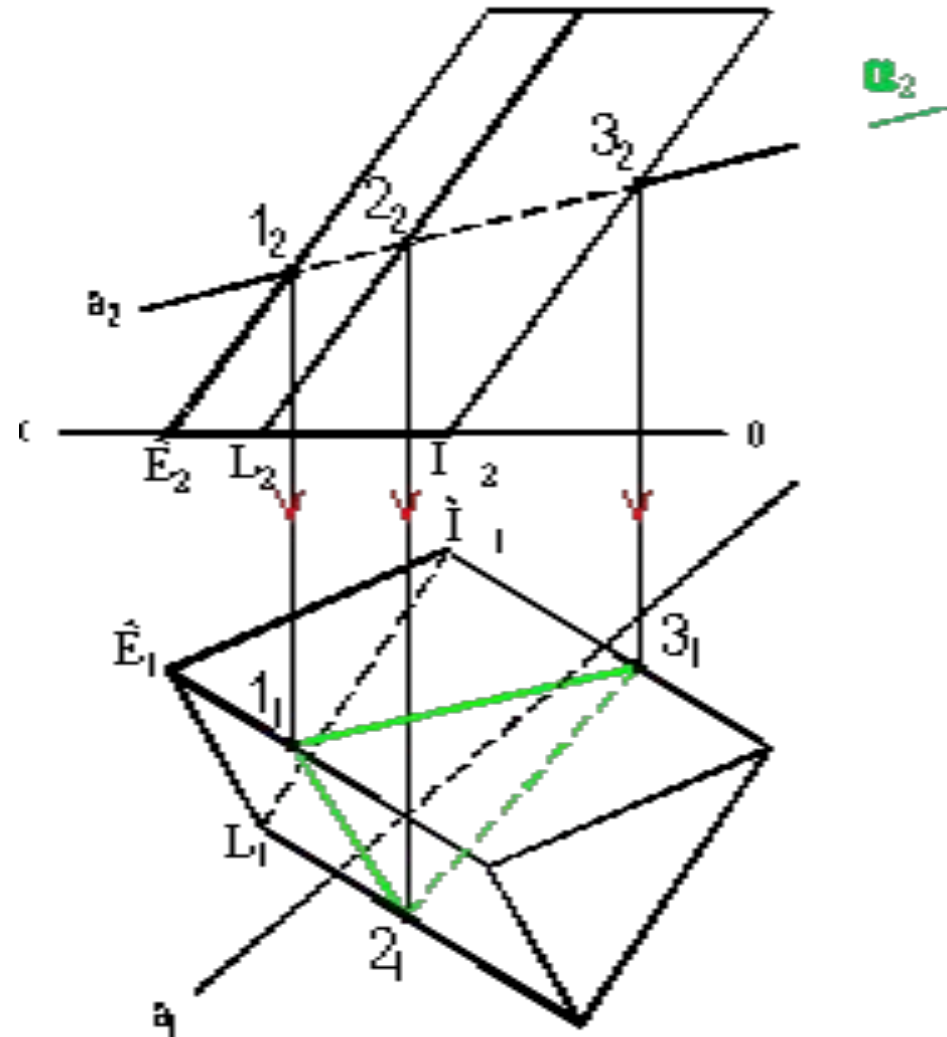
Пересечение прямой с поверхностью

1. Закljučаем прямую во вспомогательную плоскость-посредник (S).
2. Строим сечение заданной поверхности вспомогательной плоскостью ($\Delta I-II-III$).
3. Находим точки пересечения заданной прямой с полученным сечением (F,E).
4. Определяем видимость прямой по конкурирующим точкам .



Пересечение прямой с призматической поверхностью

1. Заключаем прямую a во вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость-посредник α ($\alpha_2 \equiv a_2$).
2. Строим сечение вспомогательной плоскости α с заданной поверхностью ($\Delta 1-2-3$). Видимость линий сечения определяется по видимости граней поверхности.



3. Находим **точки** пересечения

заданной прямой с полученным сечением (.) E и (.)F

4. Определяем видимость прямой.

На плоскости проекций П1 проекции

точек E1 и F1 видимы, т.к.

принадлежат видимым граням

поверхности. Следовательно,

прямая a до этих точек будет

видима. На плоскости проекций П2

фронтальная проекция точки E2

видима, т.к. лежит в видимой грани

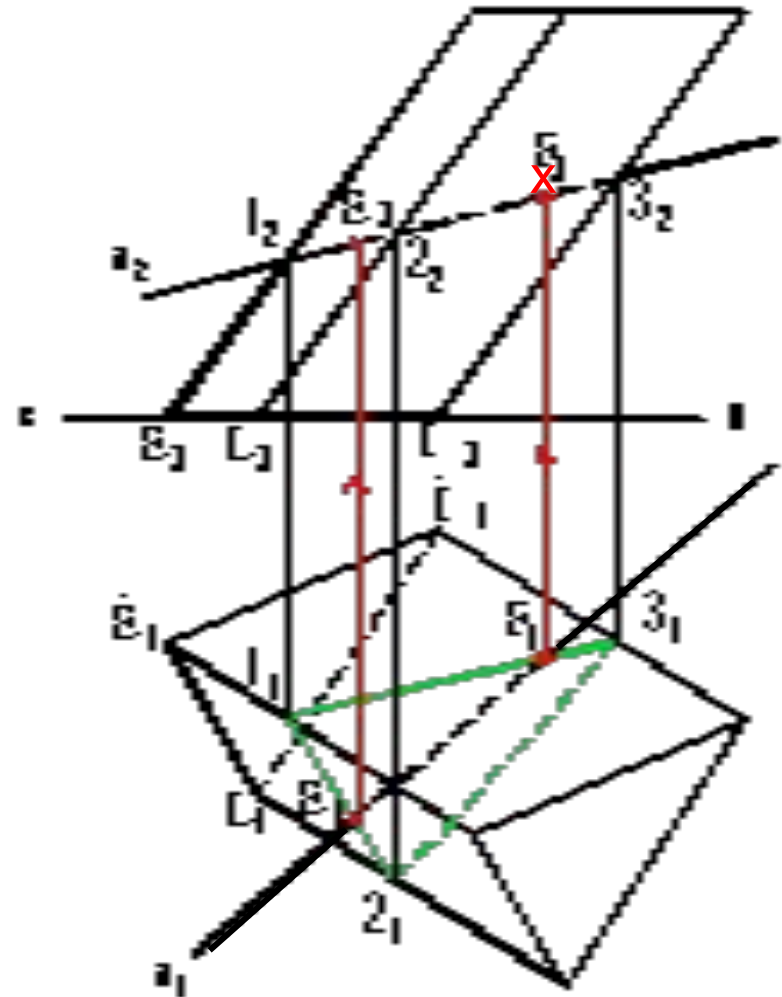
EL, а F2 невидима, т.к. лежит в

невидимой грани EI (видимость

граней на П2 определяется по

горизонтальной проекции основания

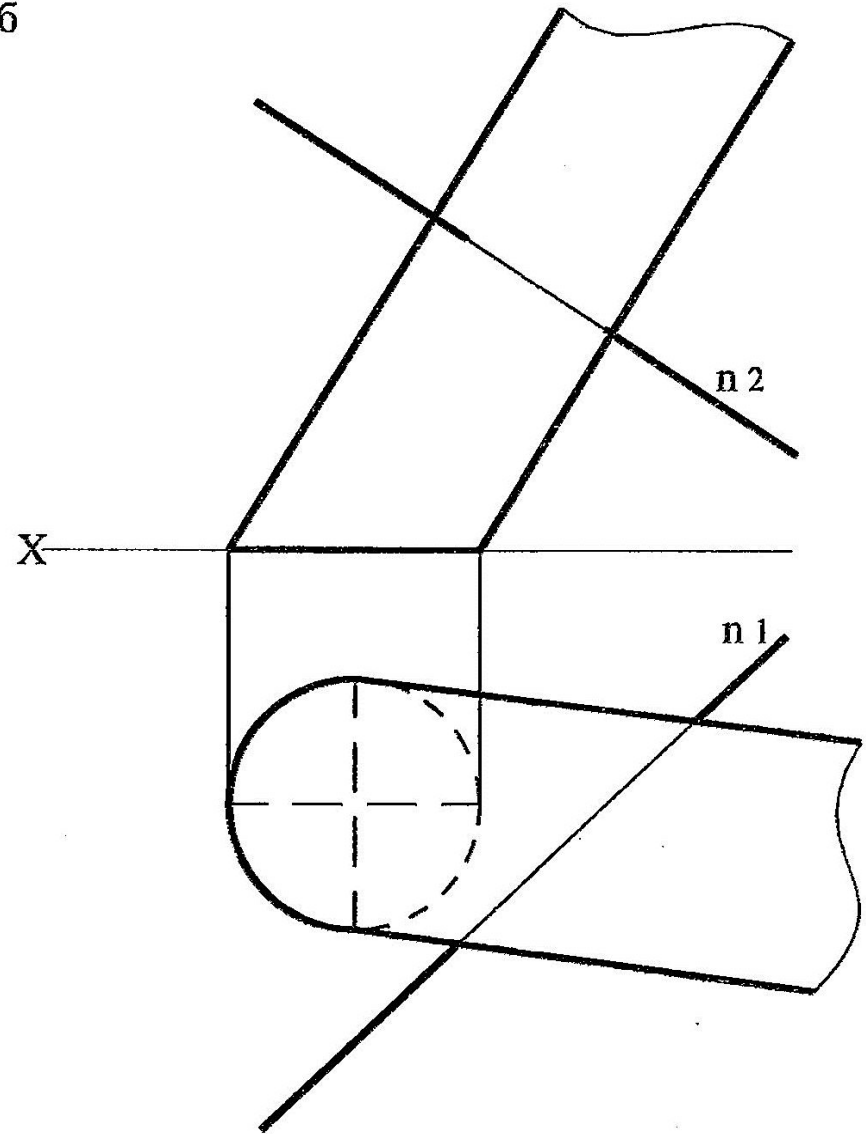
$\Delta E_1L_1I_1$



6

Задача 9.4 б) стр. 47:
Найти точки
пересечения прямой с
поверхностью.
Определить видимость
прямой относительно
поверхности

Решение:
Представлена
поверхность
наклонного цилиндра с
основанием в виде
плоского замкнутого
контура- окружности

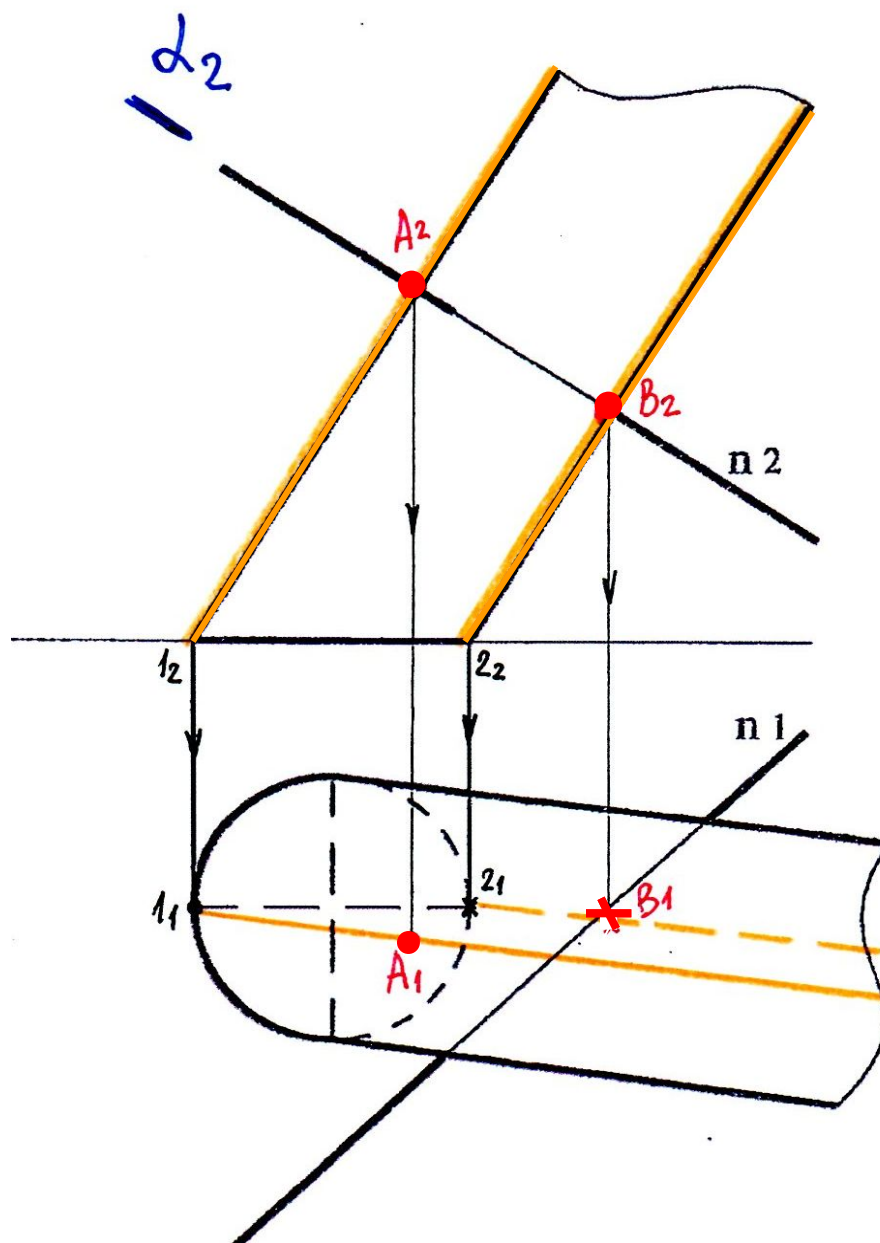


Определяем точки

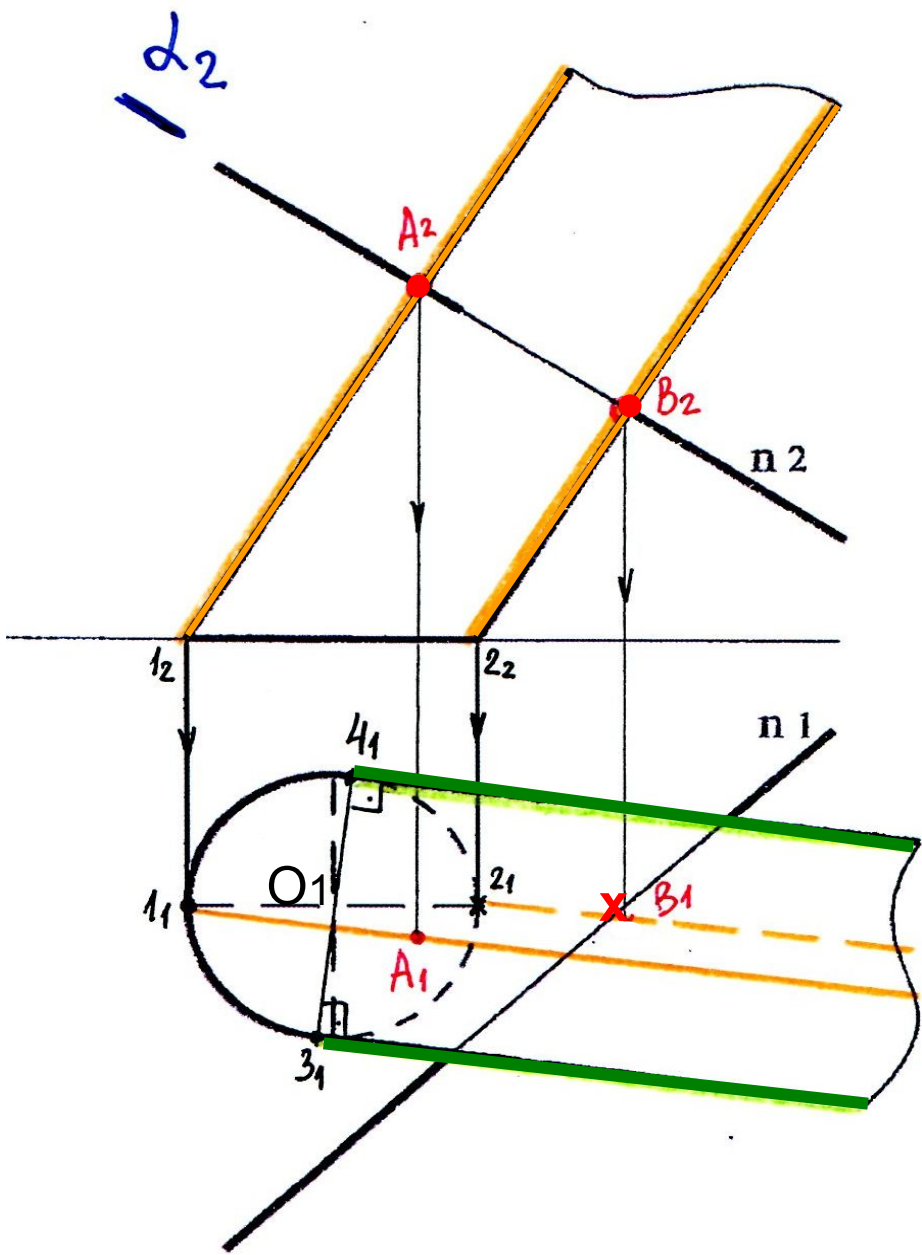
пересечения **очерковых образующих 1 и 2** с

плоскостью $\alpha \rightarrow (.)A$ и $(.)B$
(на Π_2 - проекции A_2 и B_2),

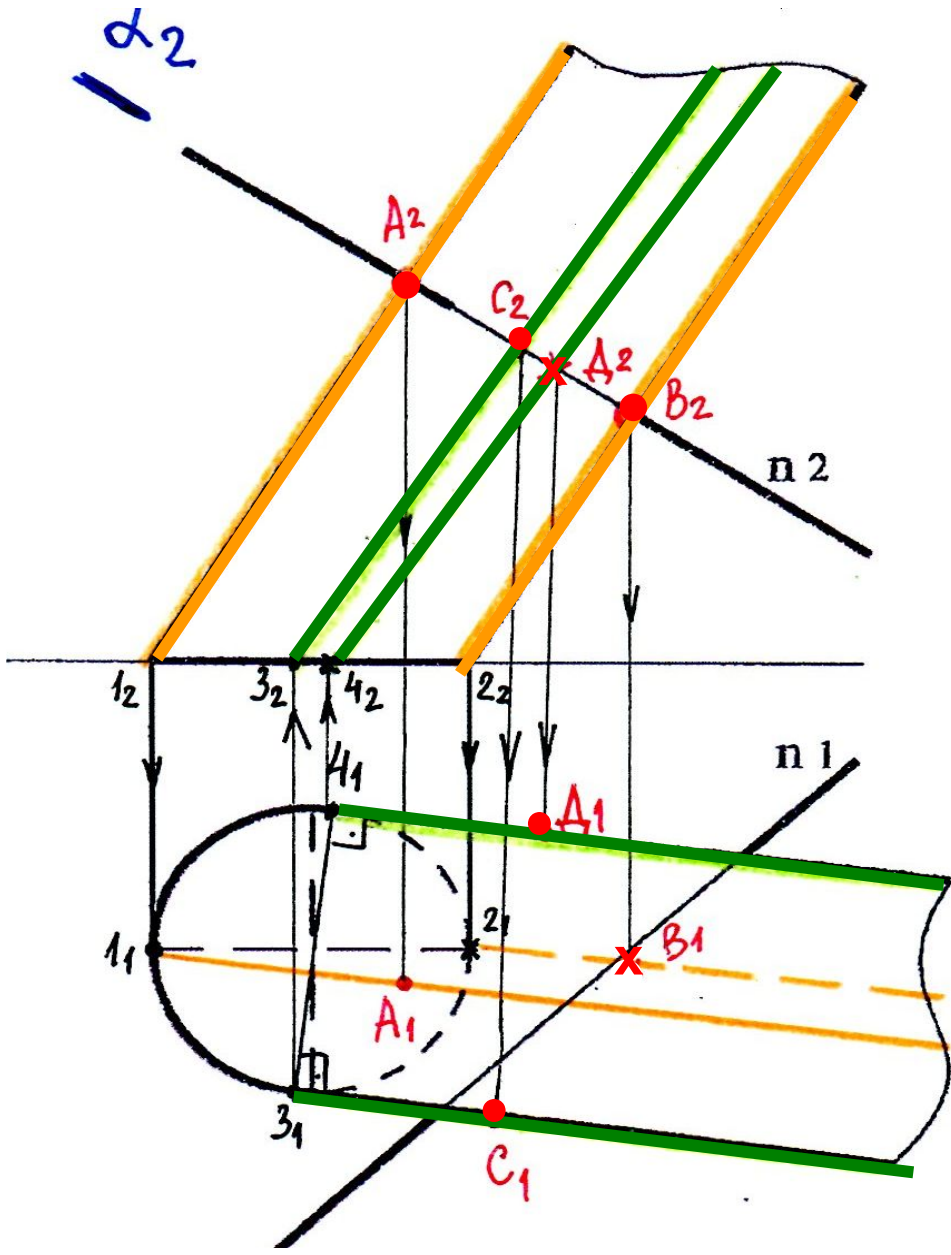
строим горизонтальные проекции этих точек A_1 и B_1
с учетом видимости)



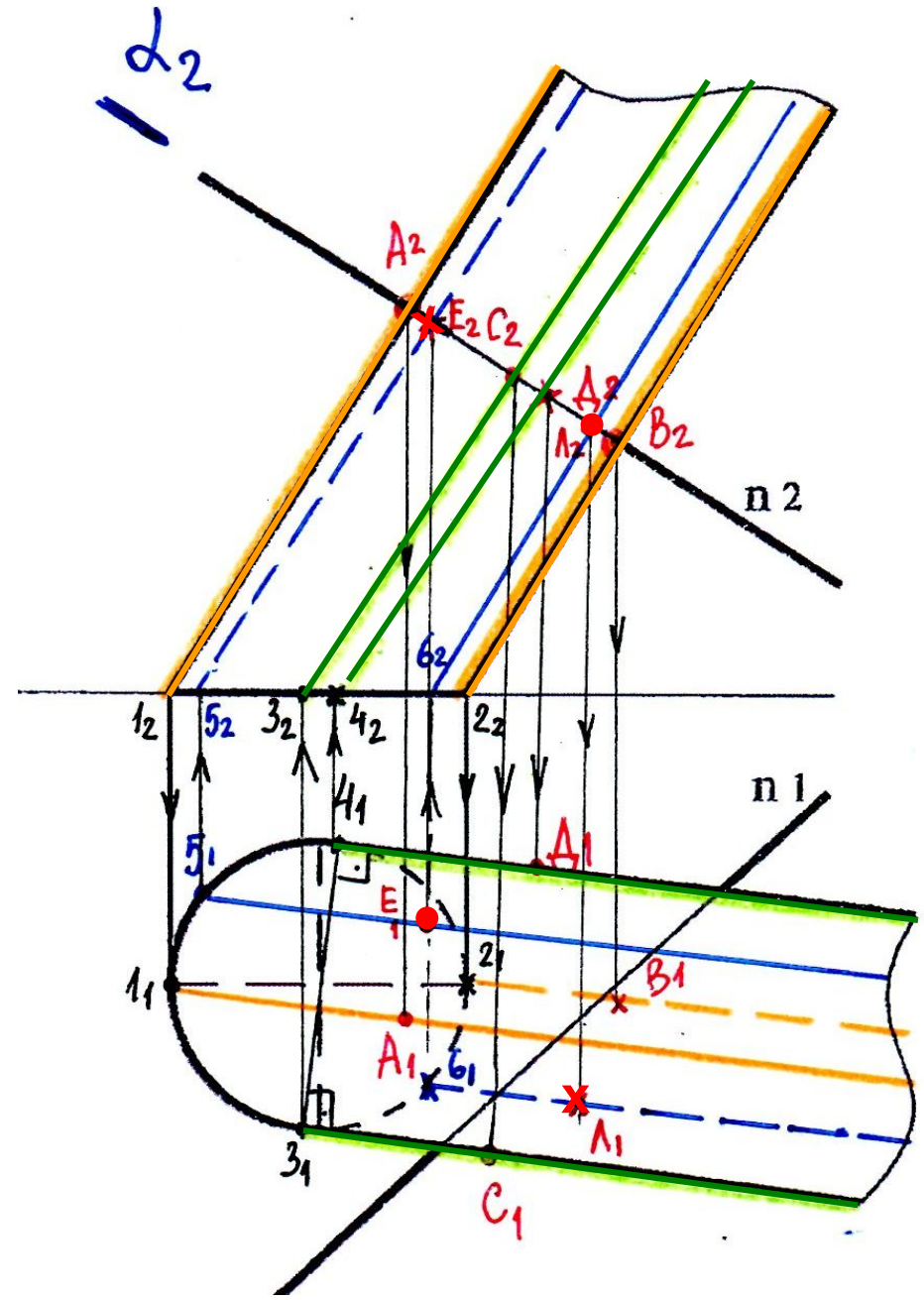
Образующие 3 и 4 ,
являются очерком
поверхности на П1.
Точки 3 и 4 - точки
касания очерковых
образующих окружности
основания (для
определения проекций
31 и 41 из центра
окружности O1
проводим
перпендикуляр к
очерковым
образующим) .



Строим фронтальные проекции образующих 3 и 4. Определяем точки пересечения С и Д данных образующих с плоскостью α .



- Строим фронтальные проекции образующих 5 и 6 с учетом видимости. Видимость образующих на П2 определяем по основанию цилиндра на П1: основание образующей (.)5₁ находится за диаметром, следовательно образующая 5 на П2 невидима. Основание образующей (.)6₁ находится в первой половине окружности, следовательно образующая 6 на П2 видима.
- Определяем точки Е и Л пересечения образующих 5 и 6 с плоскостью α

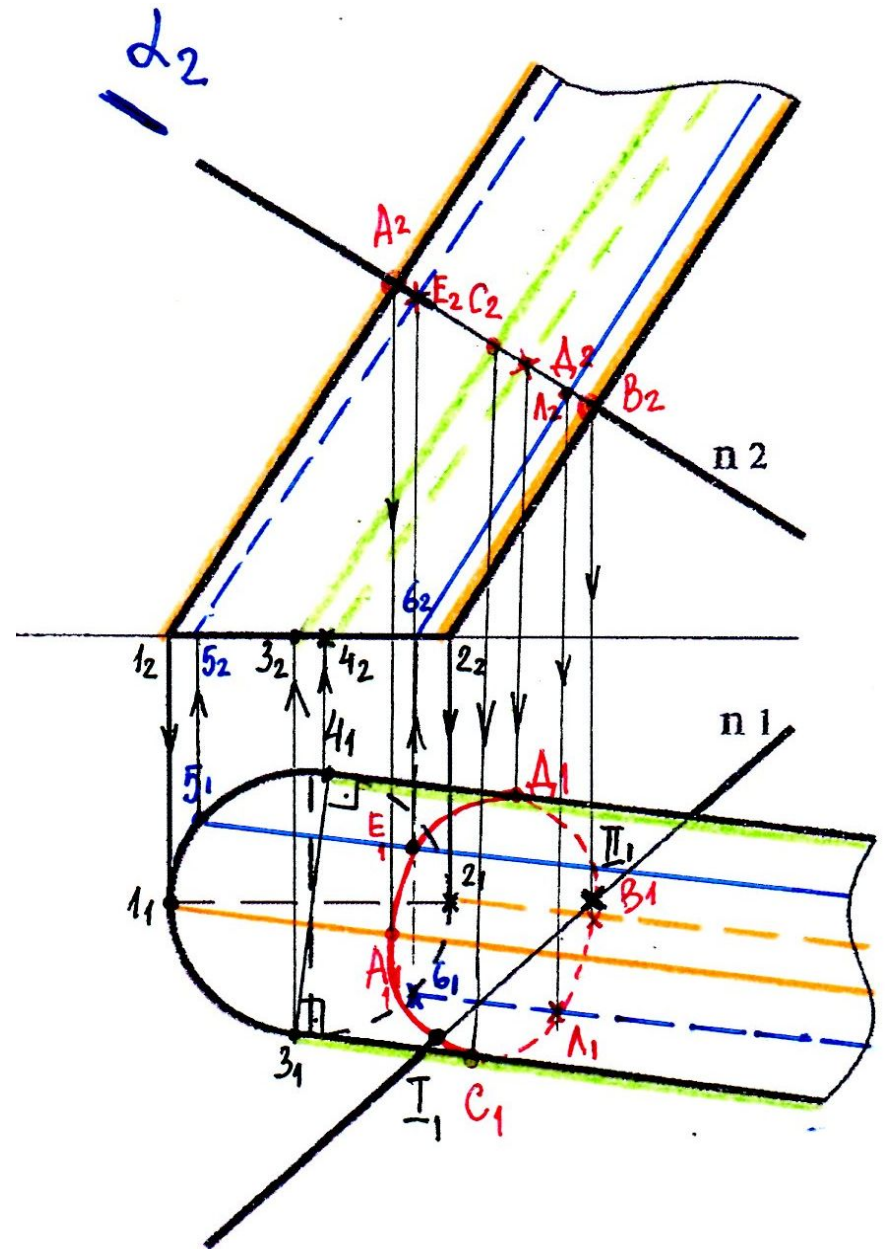


Соединяем найденные точки **A1-E1-D1-B1-L1-C1-A1** – получим горизонтальную проекцию линии пересечения цилиндра плоскостью-посредником α .

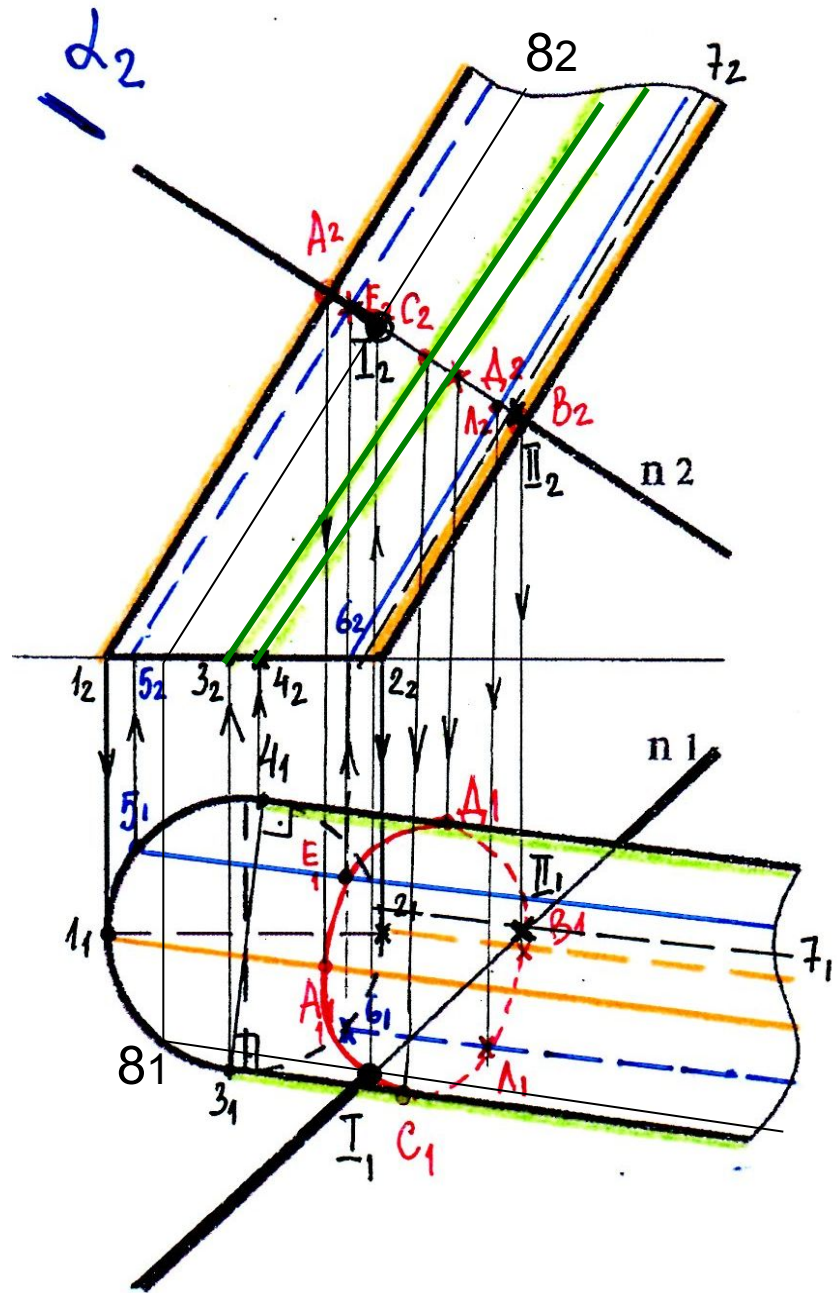
3. Находим точки пересечения заданной прямой n с **полученным сечением** – (\cdot) I и (\cdot) II.

4. Определяем видимость прямой.

На Π_1 проекция (\cdot) I видима, проекция (\cdot) II невидима, Следовательно видно, как прямая входит в поверхность, а далее она видна только из-за очерка .

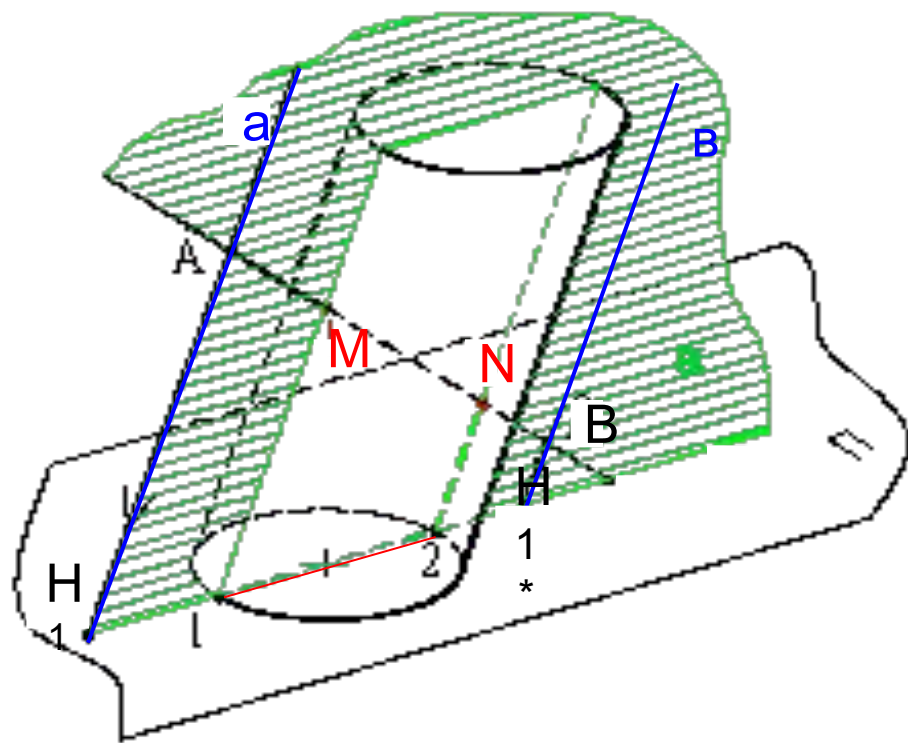


- На Π_2 проекция $(\cdot) I_2$ видима, т.к. образующая 8, на которой лежит точка I, находится в видимой части поверхности. Проекция $(\cdot) II_2$ невидима, т.к. образующая 7, на которой она лежит, находится в задней части поверхности (видимость образующих на Π_2 определяем по видимости оснований цилиндра на Π_1)



Простейшее сечение цилиндра – плоскостью, параллельной образующим цилиндра – параллелограмм.

Вспомогательная плоскость должна проходить через прямую и быть параллельной образующим цилиндра, следовательно можно на прямой взять точки А и В, через них провести **прямые а и в**, параллельные образующим цилиндра. Найти горизонтальные следы этих прямых и построить горизонтальный след вспомогательной плоскости **α** , проходящий через точки Н1 и Н1*. Основание цилиндра является горизонтальным следом поверхности цилиндра и пересекается с горизонтальным следом плоскости по **линии 1-2**, которая и определяет **срез по поверхности, параллельно образующим цилиндра**.



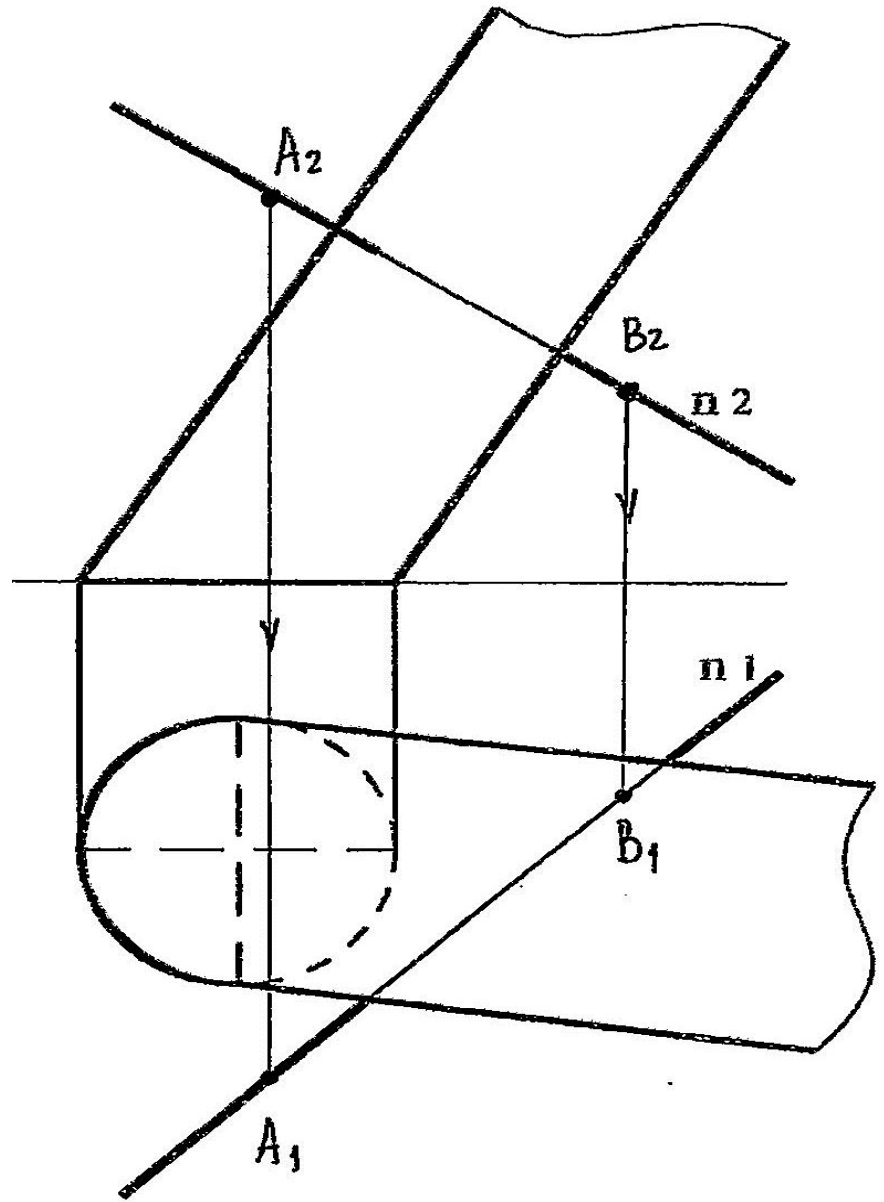
Точки М и N – точки пересечения прямой АВ с поверхностью

Задача 9.4 в стр.48:

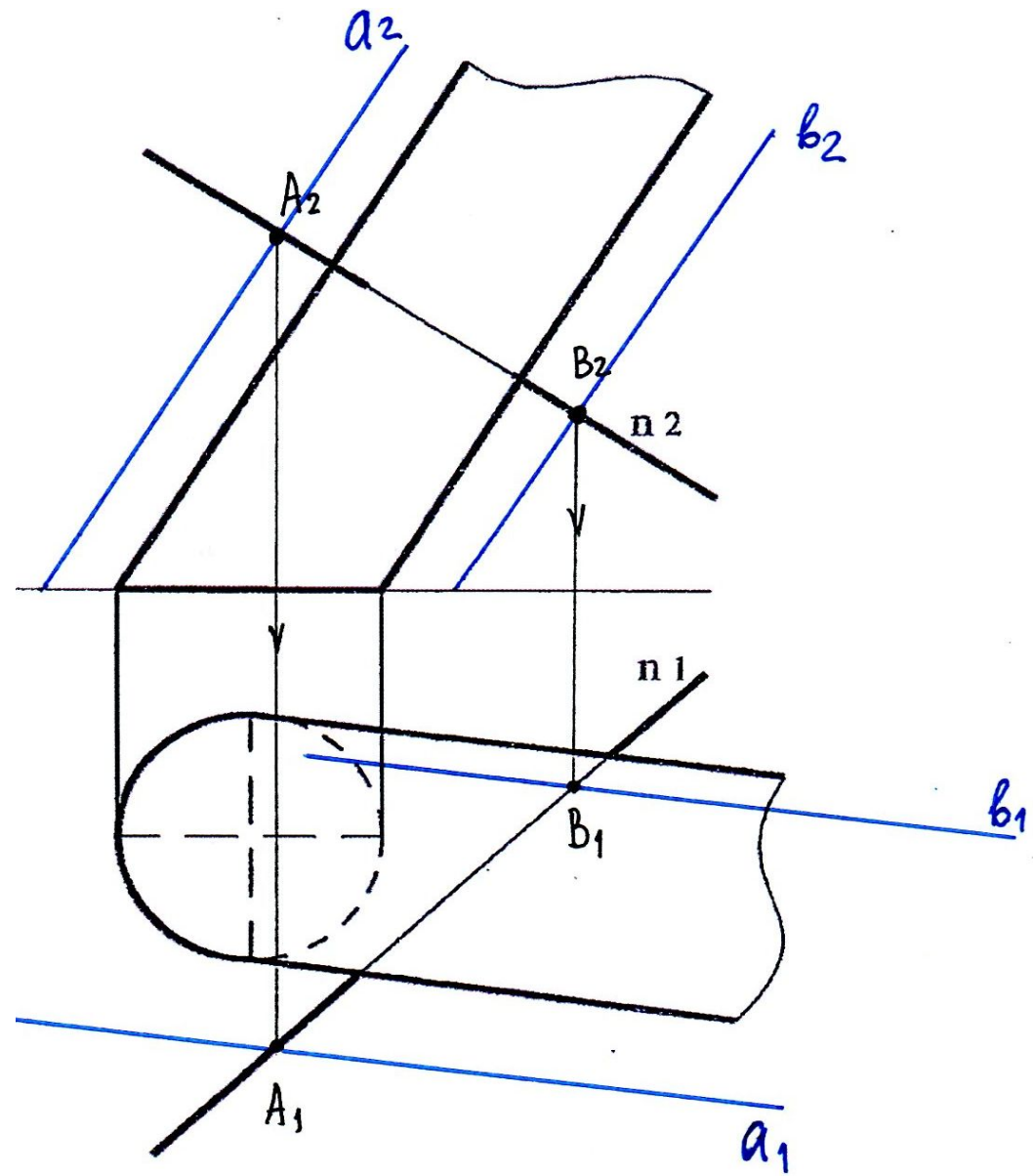
Найти точки пересечения прямой с поверхностью.
Определить видимость прямой относительно поверхности

Решение:

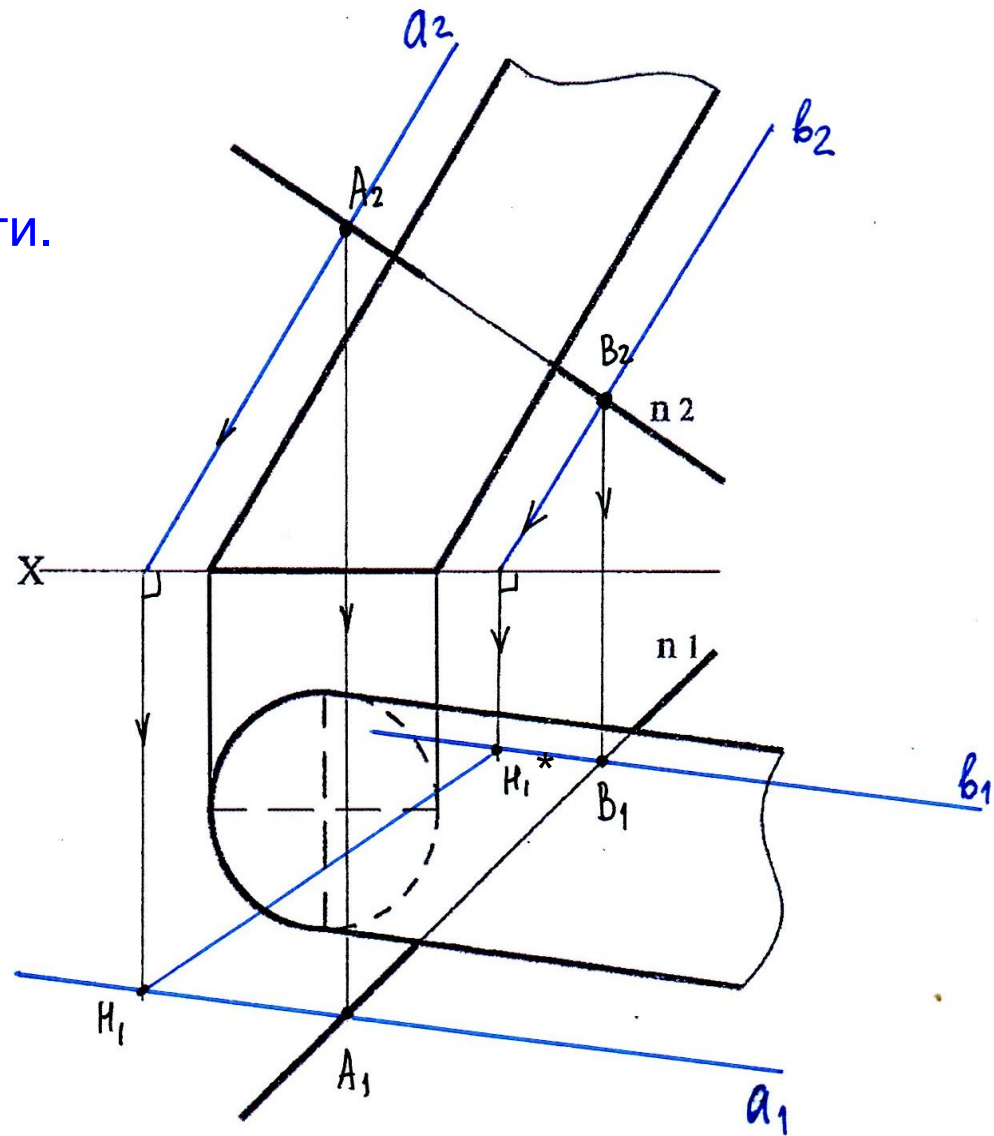
На прямой n возьмем две произвольные точки A и B



1. Заключаем прямую n во вспомогательную плоскость, проходящую параллельно образующим цилиндра ($a \parallel b$) через искомую прямую n .

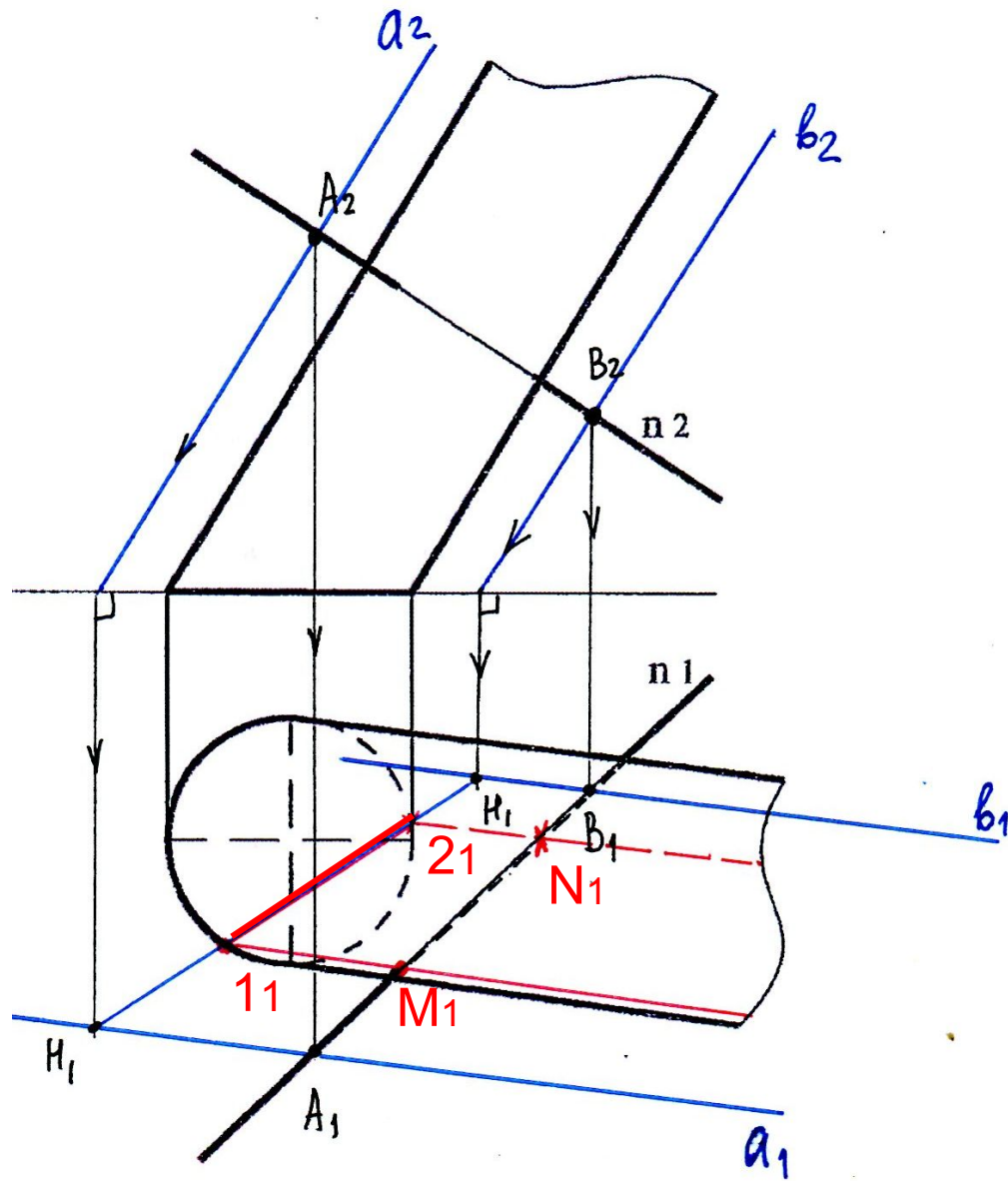


2. Находим горизонтальные следы прямых a и b : H_1 и H_1^* .
И, соединив найденные точки H_1 и H_1^* ,
определим **след всей плоскости**.



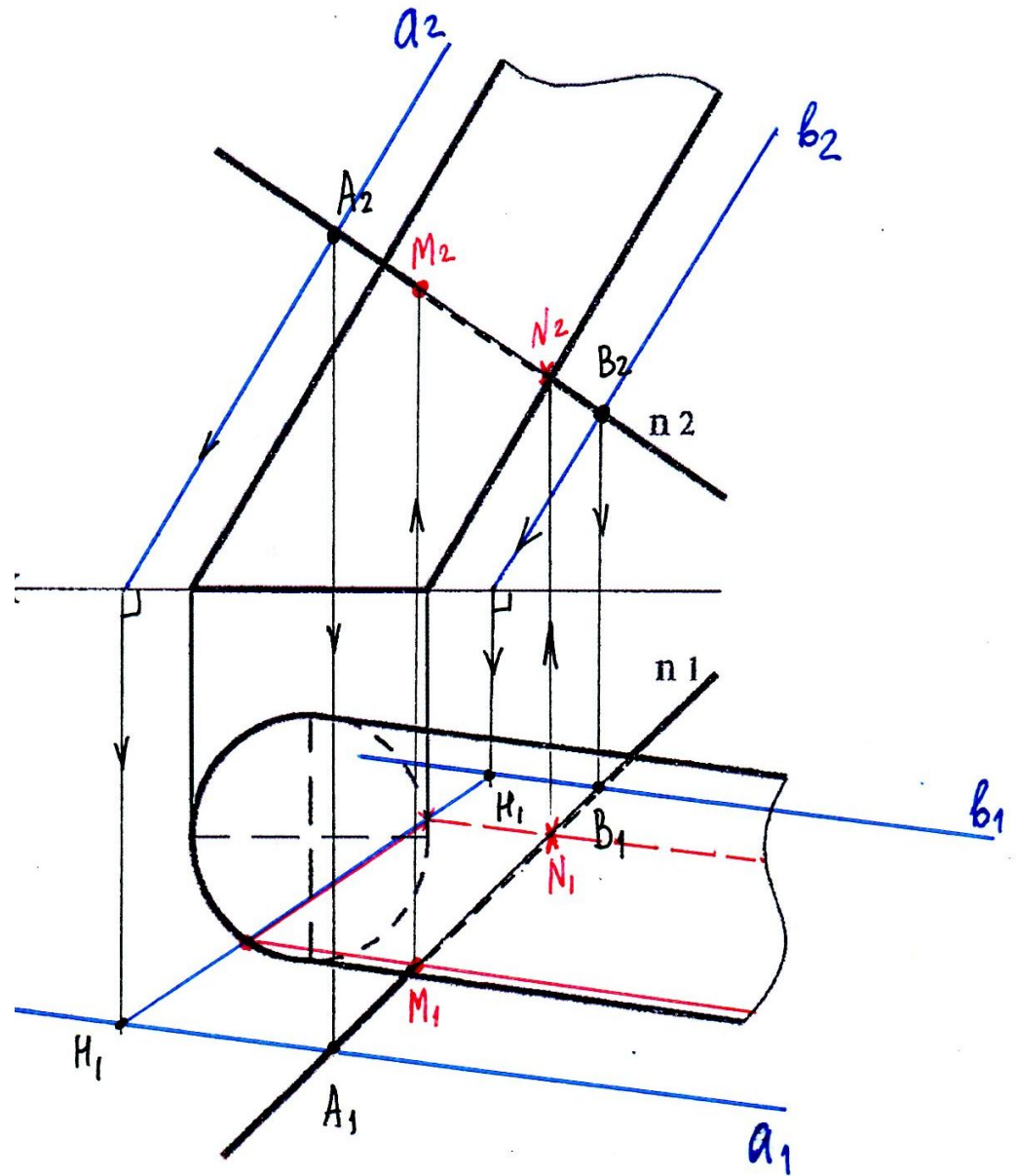
Далее находим
пересечение
следа плоскости $H1 - H1^*$
и следа поверхности
(окружность основания)-
линия 1-2.

Строим на $\Pi 1$ проекцию
среза плоскостью
по поверхности и
определяем
Проекции точек
пересечения
 $M1$ и $N1$

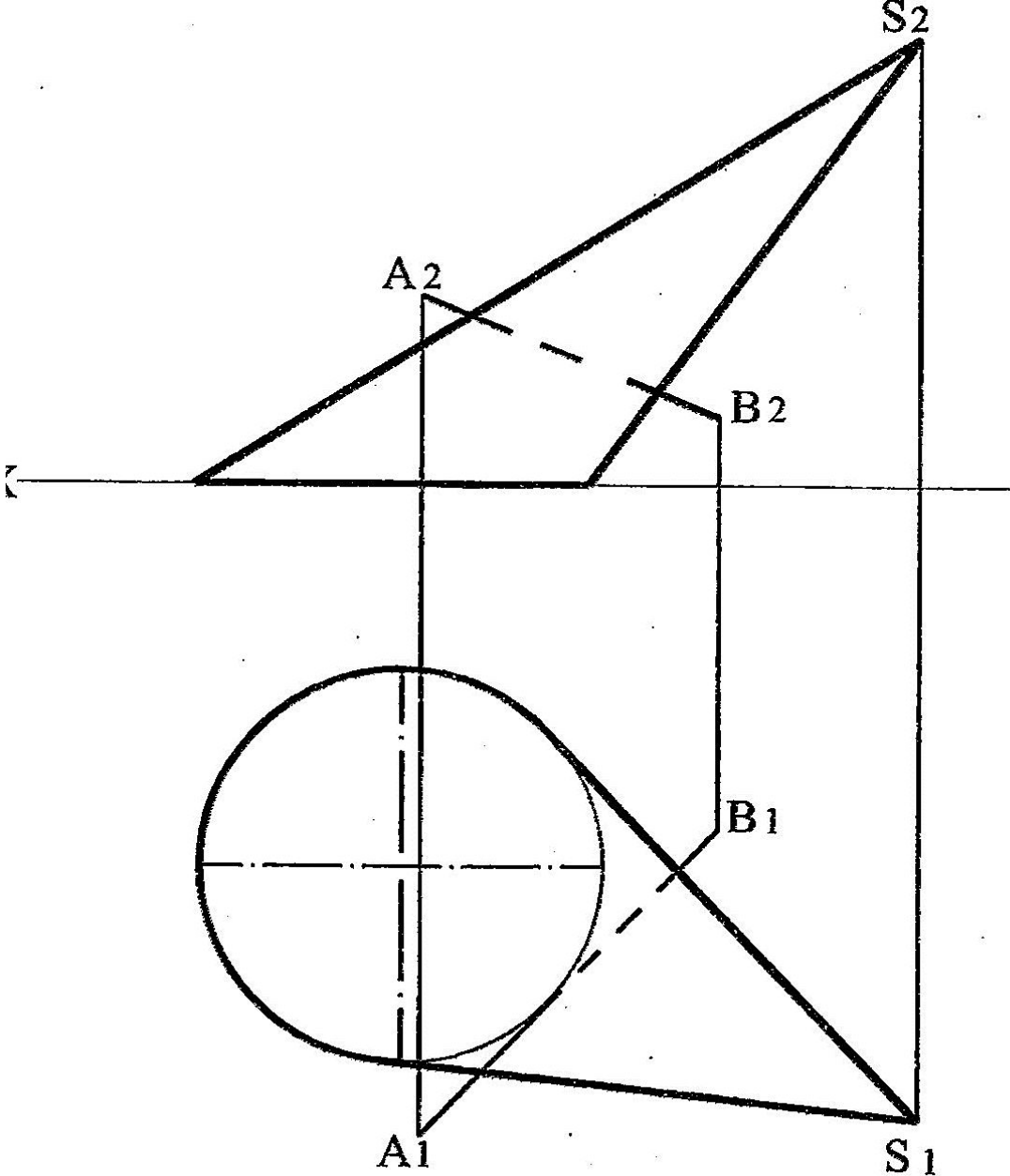


Строим на Π_2
проекции
точек пересечения
 M_2 и N_2 .

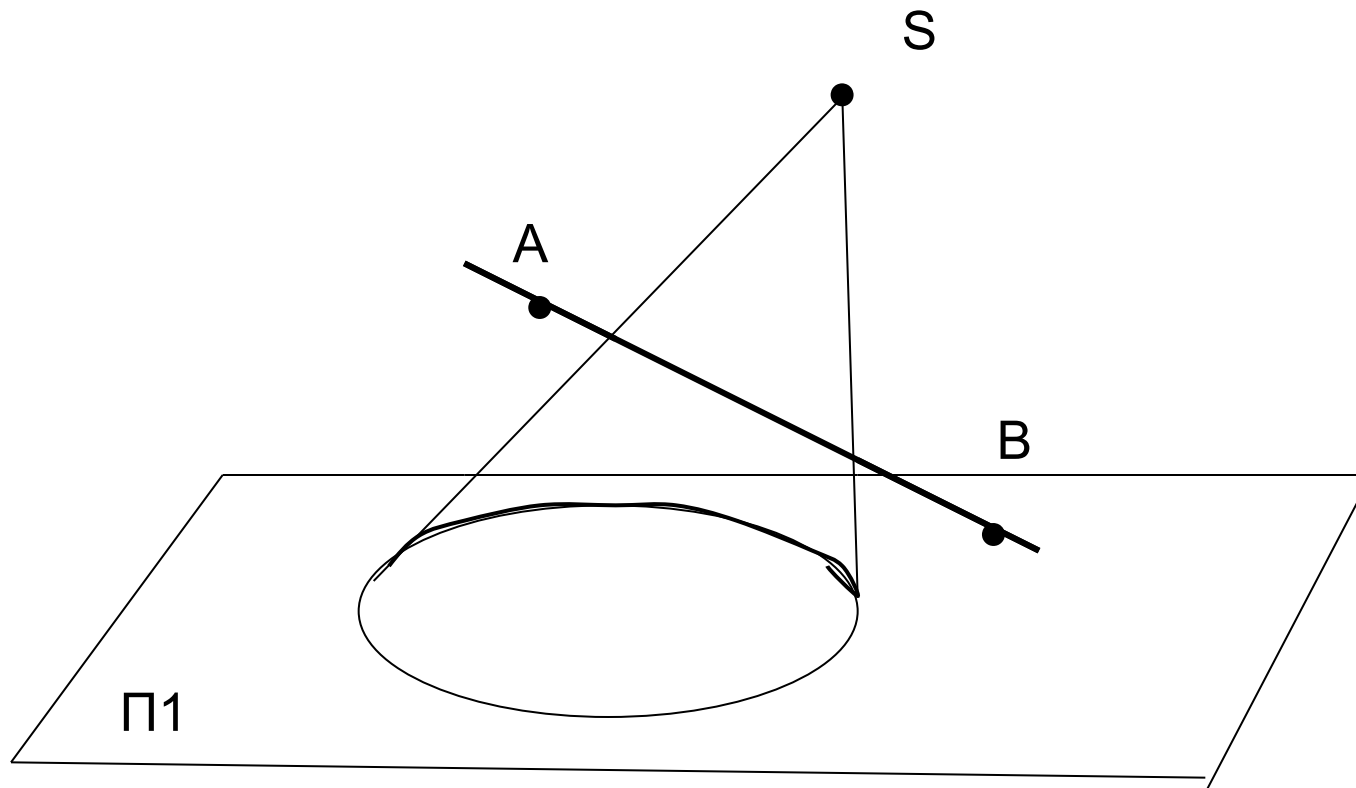
Определяем
видимость
точек входа-
выхода прямой
на Π_2 по
видимости
образующей, на
которой лежат
эти точки



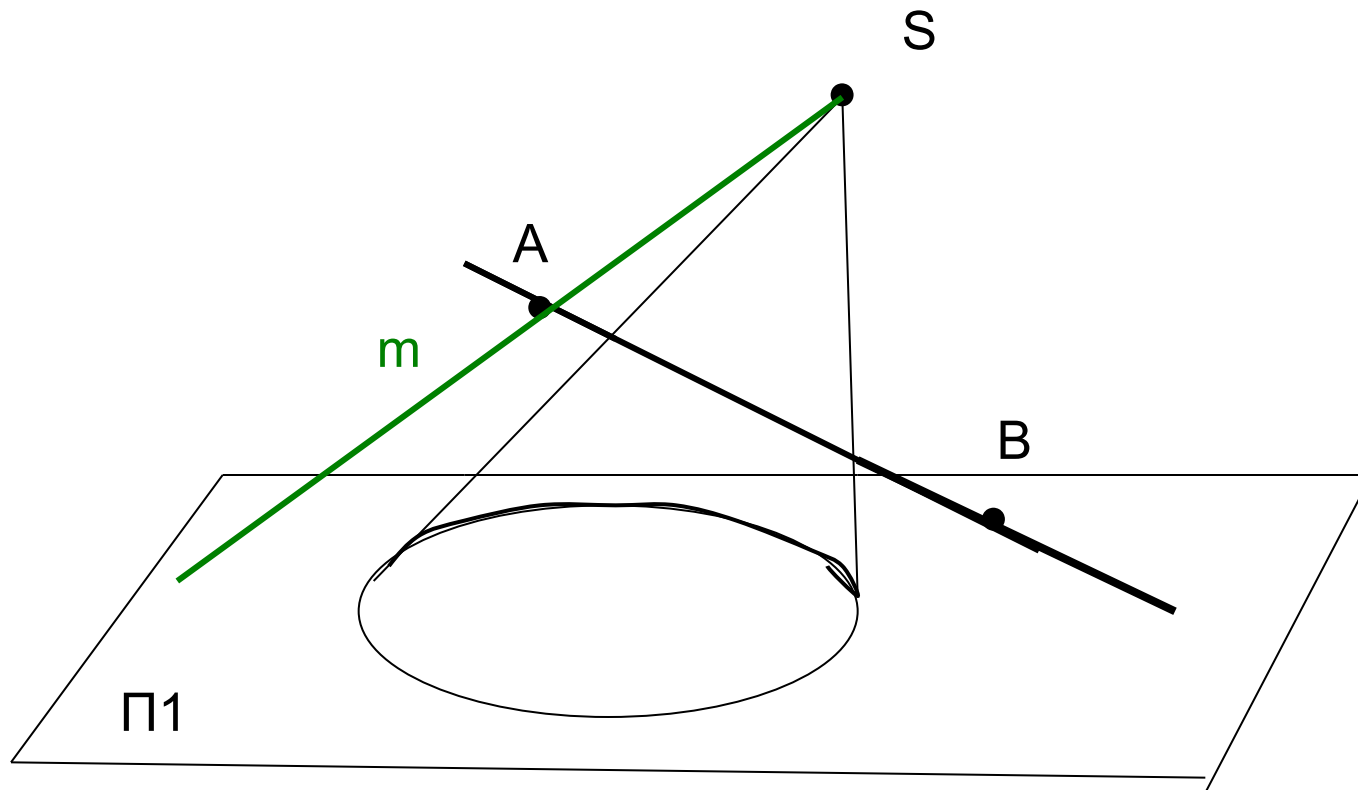
Задача 9.5 б) стр.49:
Определить точки
пересечения
прямой с
поверхностью



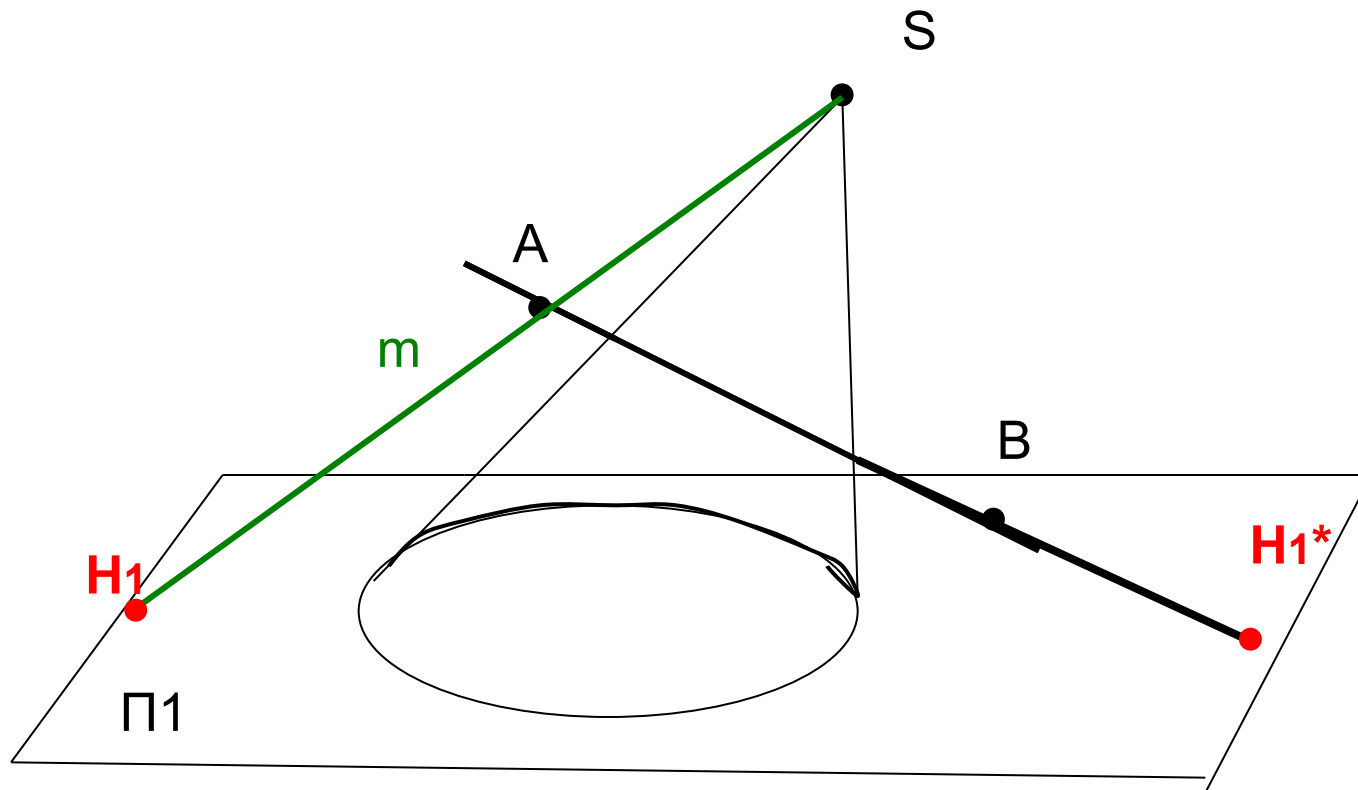
Рассмотрим решение задачи на аксонометрическом чертеже



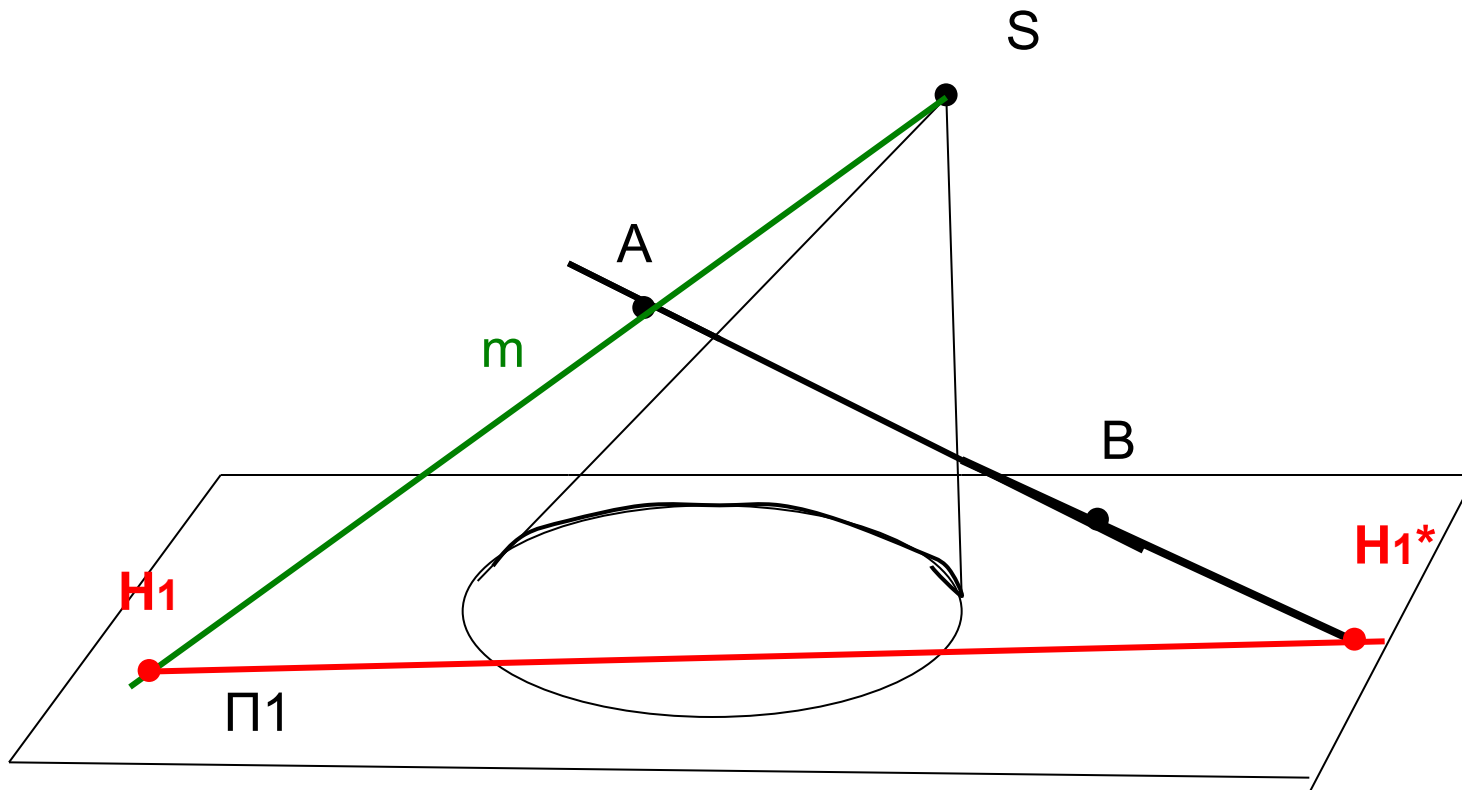
Простейшее сечение конуса – треугольник, полученный при рассечении поверхности плоскостью, проходящей через вершину поверхности.



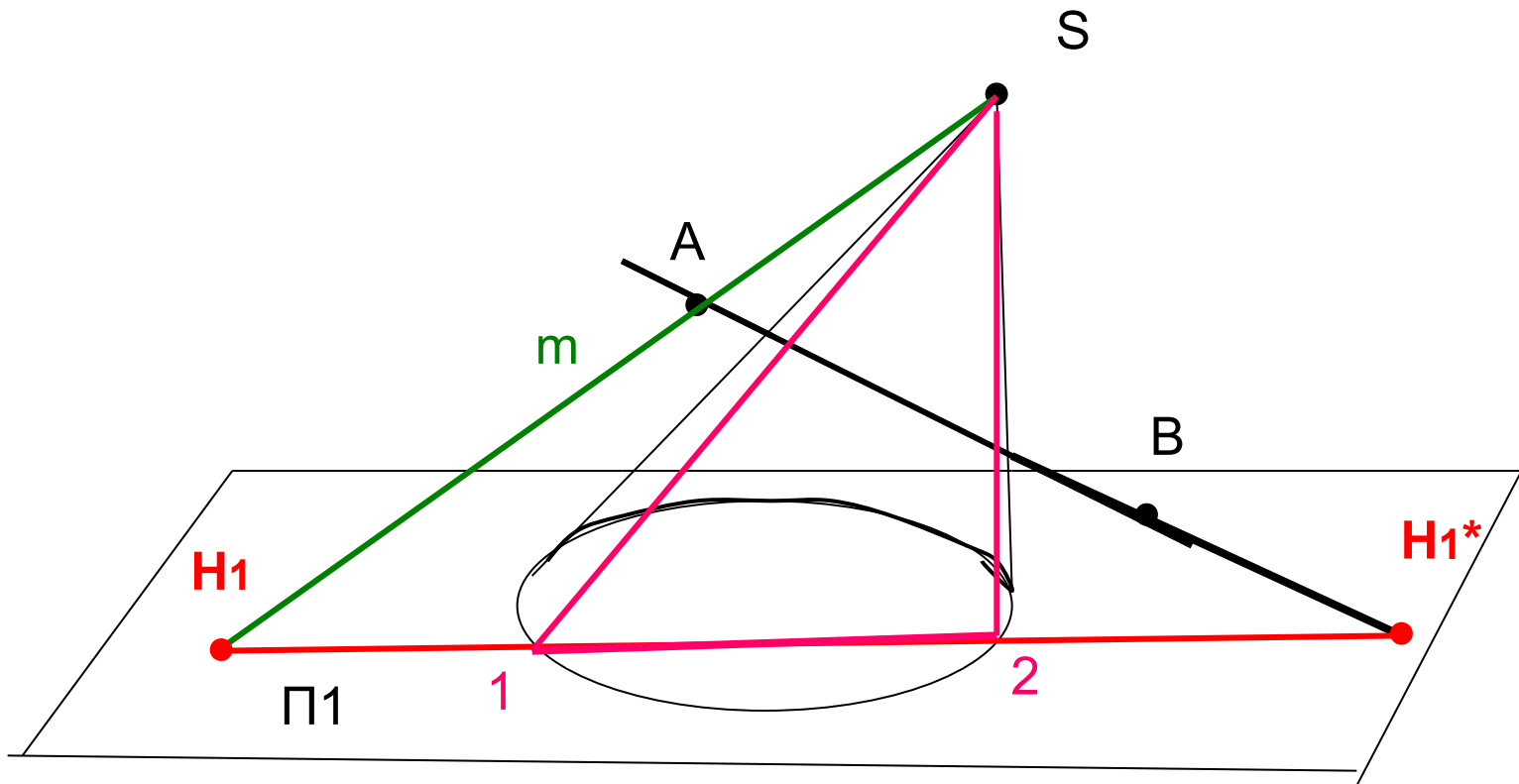
Плоскость зададим пересекающимися прямыми: (AB) и (m) ,
проходящей через вершину конуса « S ».



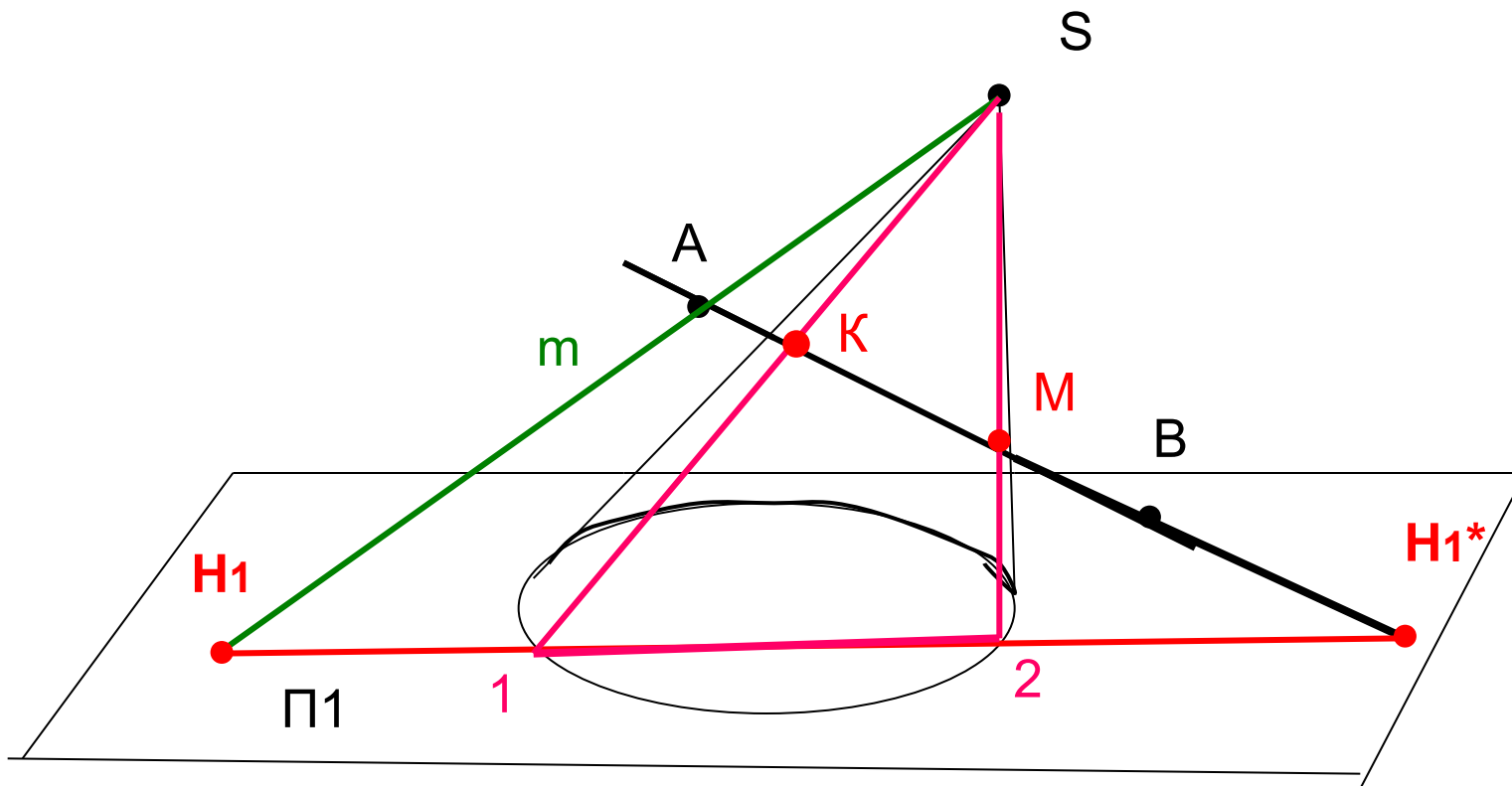
Построим **горизонтальные следы** прямых AB и $m \rightarrow H_1^*$ и H_1



Построим **горизонтальный след** плоскости → соединим (..) **H1*** и **H1**

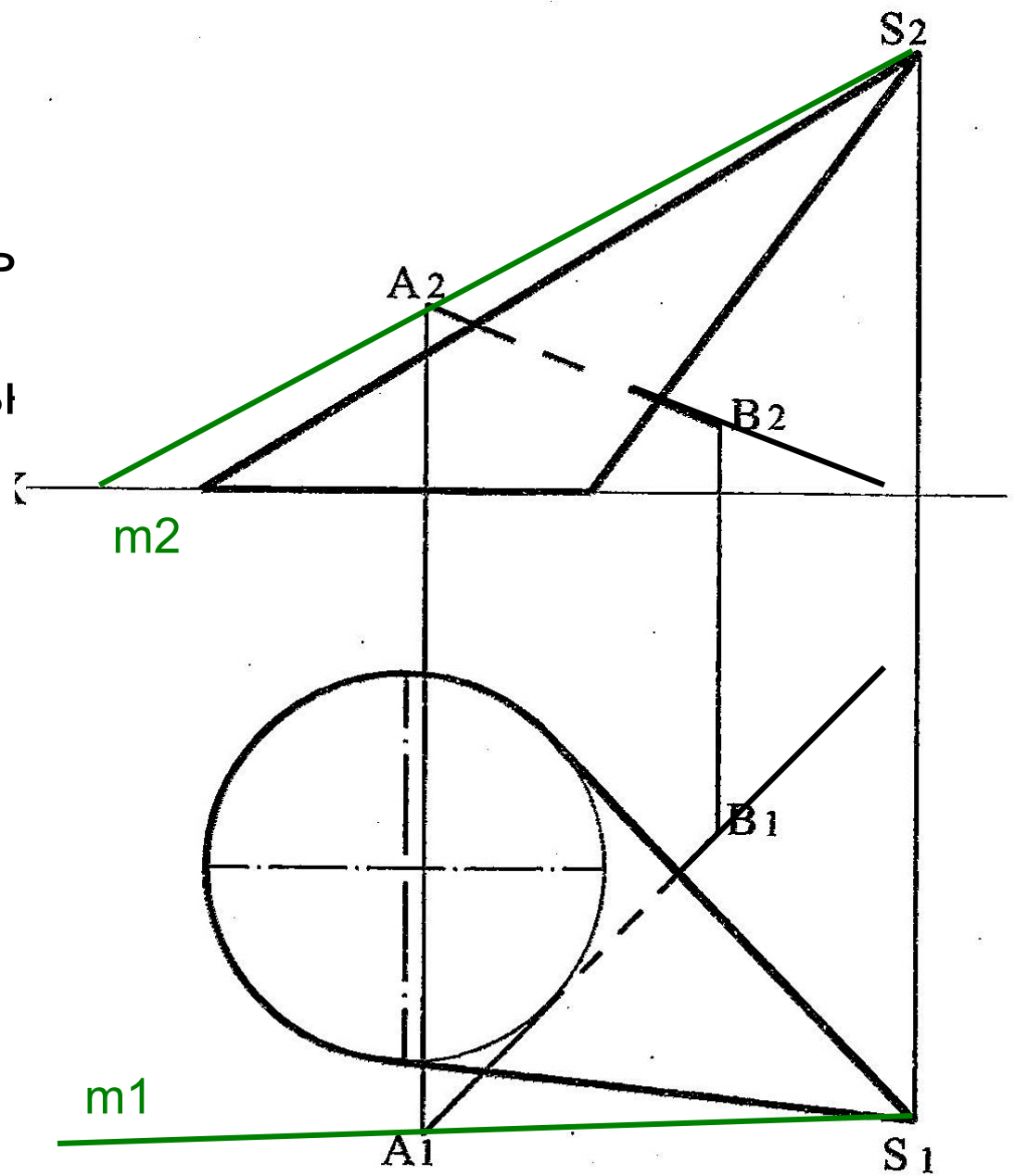


горизонтальный след плоскости и горизонтальный след поверхности пересекаются по линии 1-2 → построим сечение конуса, соединив найденные (..) 1 и 2 с вершиной конуса.

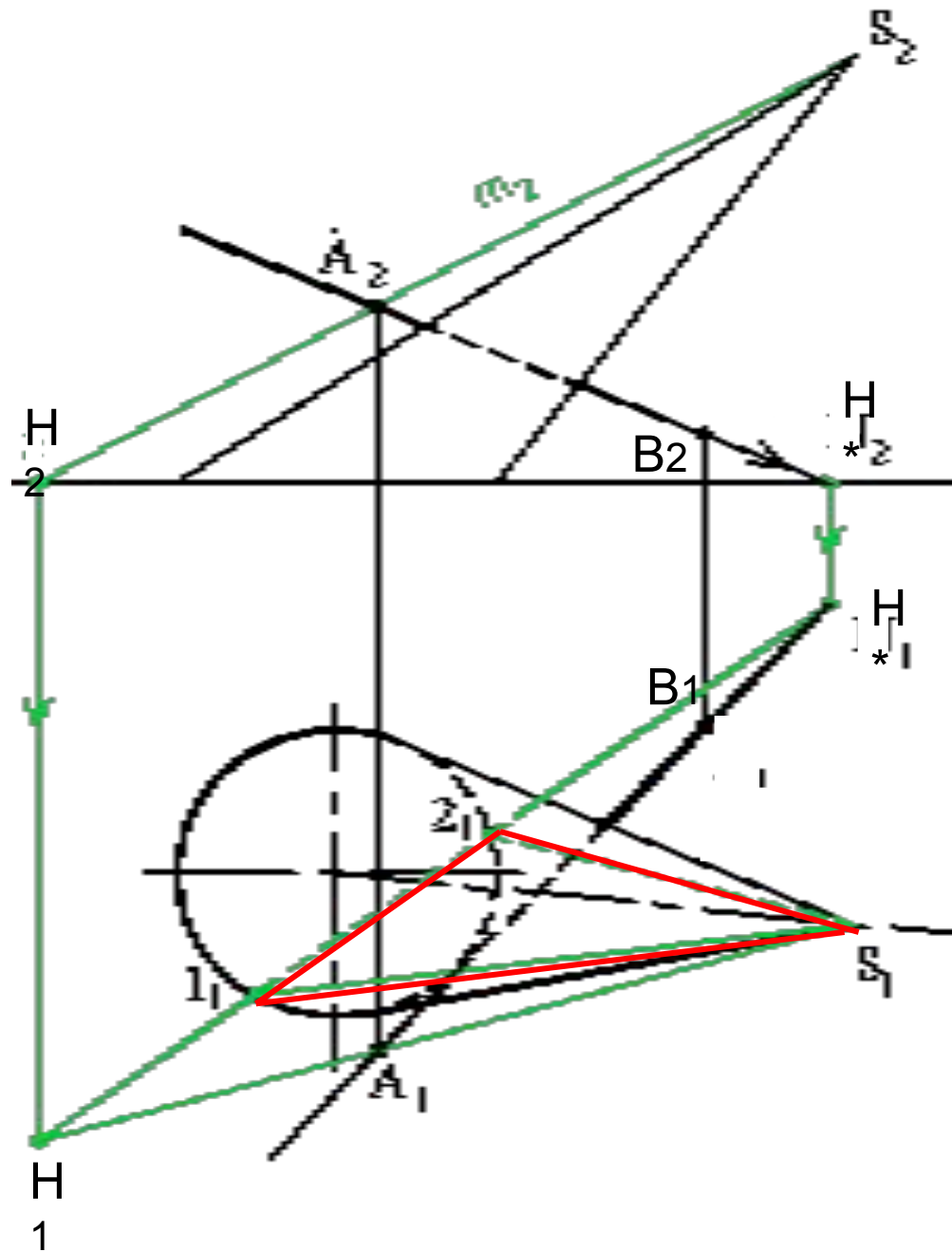


Найдем точки пересечения прямой AB с полученным сечением $\rightarrow K$ и M

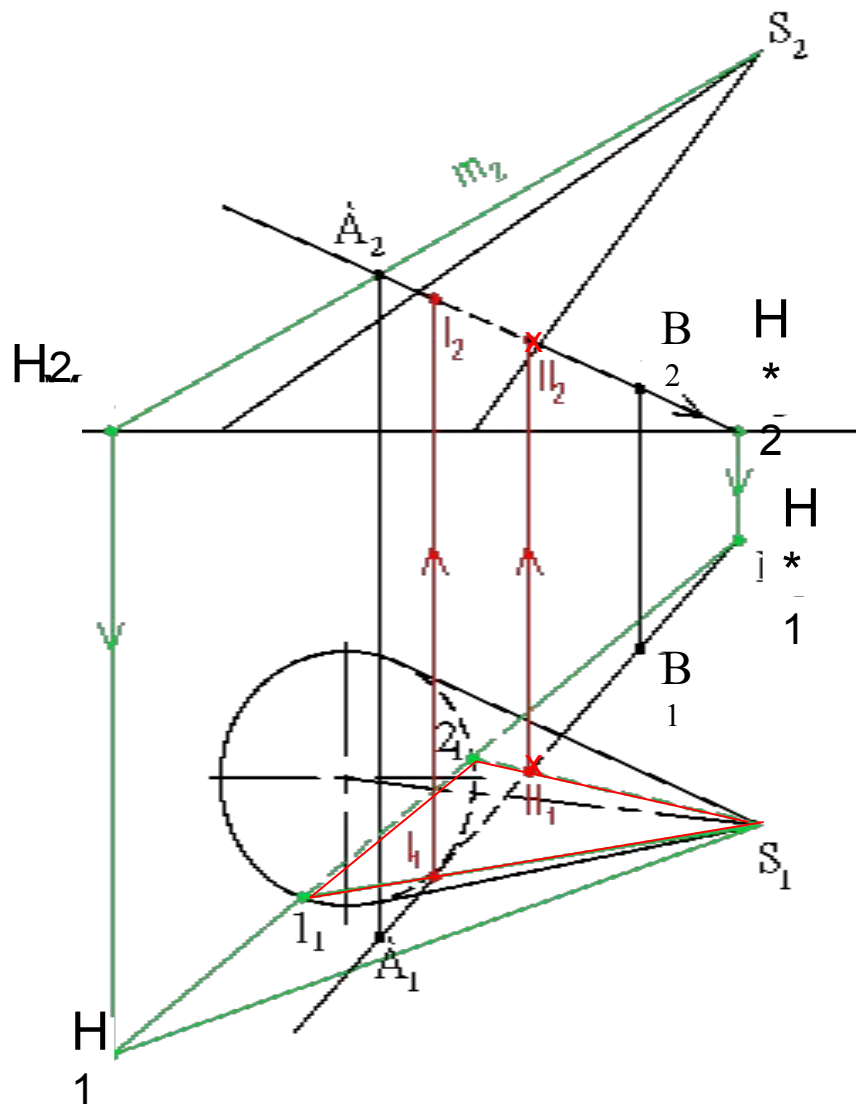
- Простейшее сечение конуса и пирамиды – **треугольник**, полученный при рассечении поверхности плоскостью проходящей через вершину поверхности. Плоскость зададим пересекающимися прямыми: AB и m , проходящей через вершину конуса « S ».



Строим горизонтальный **след** плоскости ($H_1-H^*_1$).
По точкам пересечения следа с основанием конуса определяем сечение $\Delta 1-S-2$ (проекция $\Delta 1_1-S_1-2_1$).

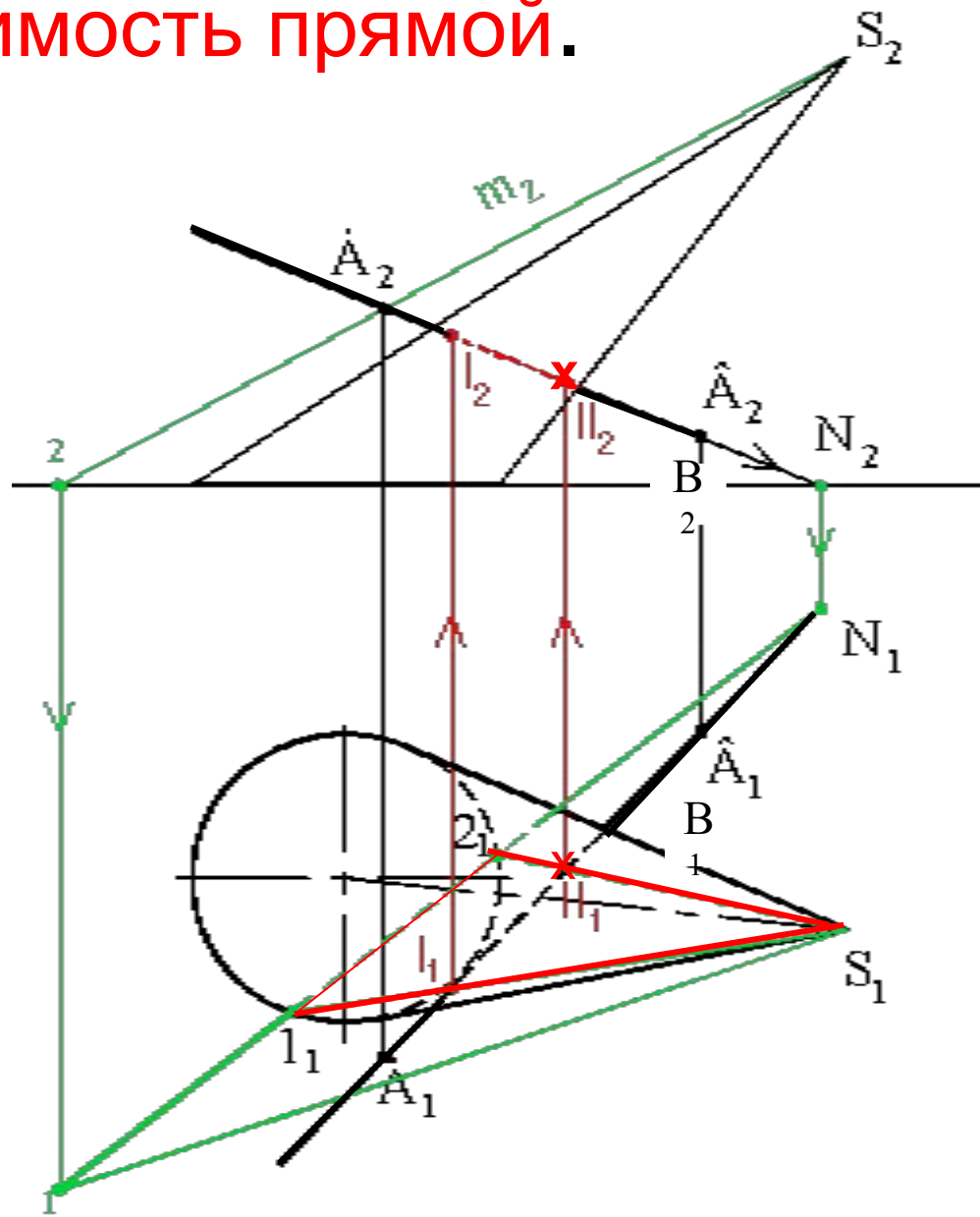


Находим точки
 пересечения
 заданной прямой с
 полученным
 сечением –
 $\Delta 1-S-2$ – точки (I) и
 (II).



Определяем видимость прямой.

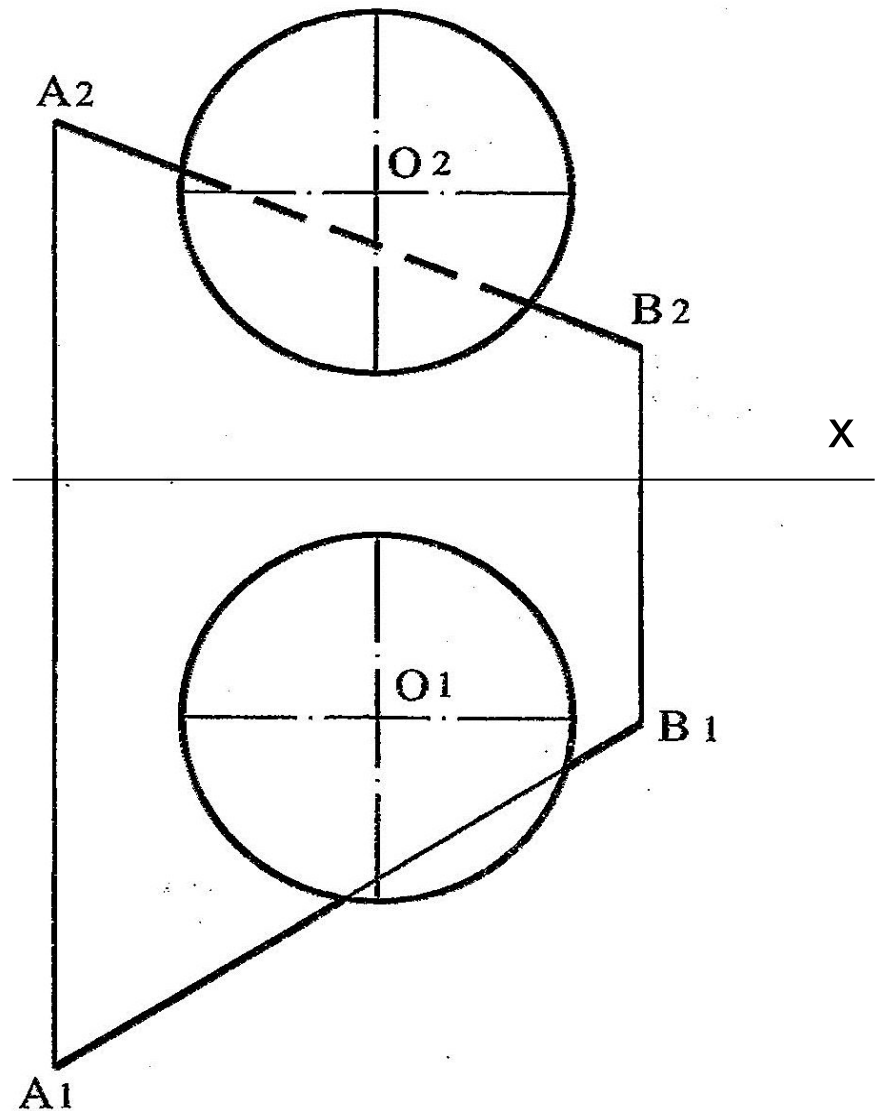
- На П1 проекция точки I_1 видима, т.к. лежит на видимой образующей 1_1 , следовательно видим, как прямая вошла в поверхность. Проекция точки II_1 – невидима, т.к. лежит на образующей 2_1 в нижней части поверхности, следовательно мы увидим прямую только из-за очерка поверхности
- На П2 аналогично: I_2 – видима, т.к. точка лежит на образующей, находящейся в первой половине поверхности, а II_2 – невидима, т.к. лежит на образующей в задней части поверхности



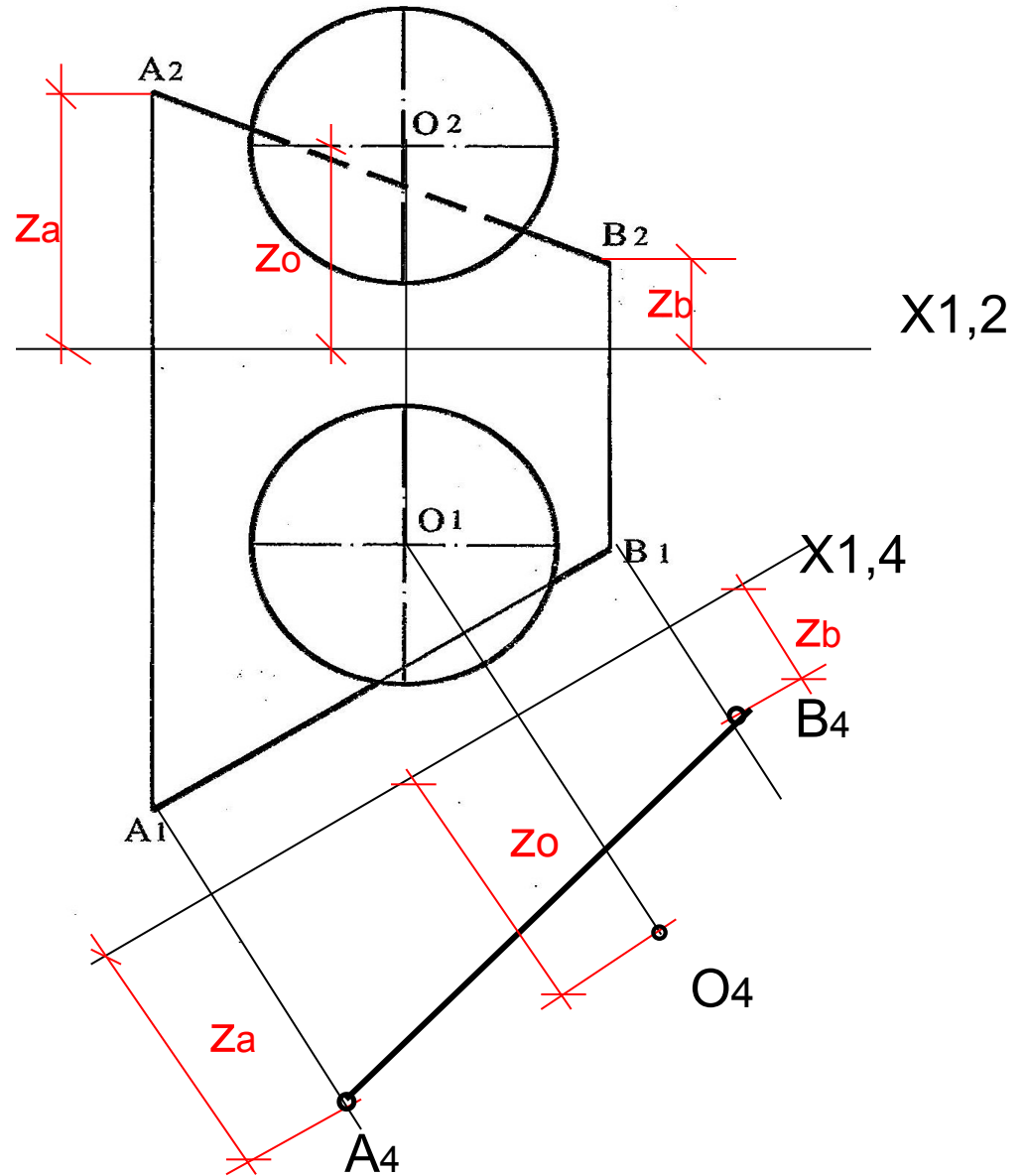
Задача 9.5 а) стр.49:

Определить точку пересечения прямой с поверхностью

- **Решение:** Если заключим прямую в проецирующую плоскость, то в сечении сферы плоскостью получим окружность, которая отразится на другой плоскости проекций в виде эллипса из-за угла наклона плоскости сечения. Но если изменить взгляд и посмотреть перпендикулярно плоскости сечения, то окружность не деформируется.



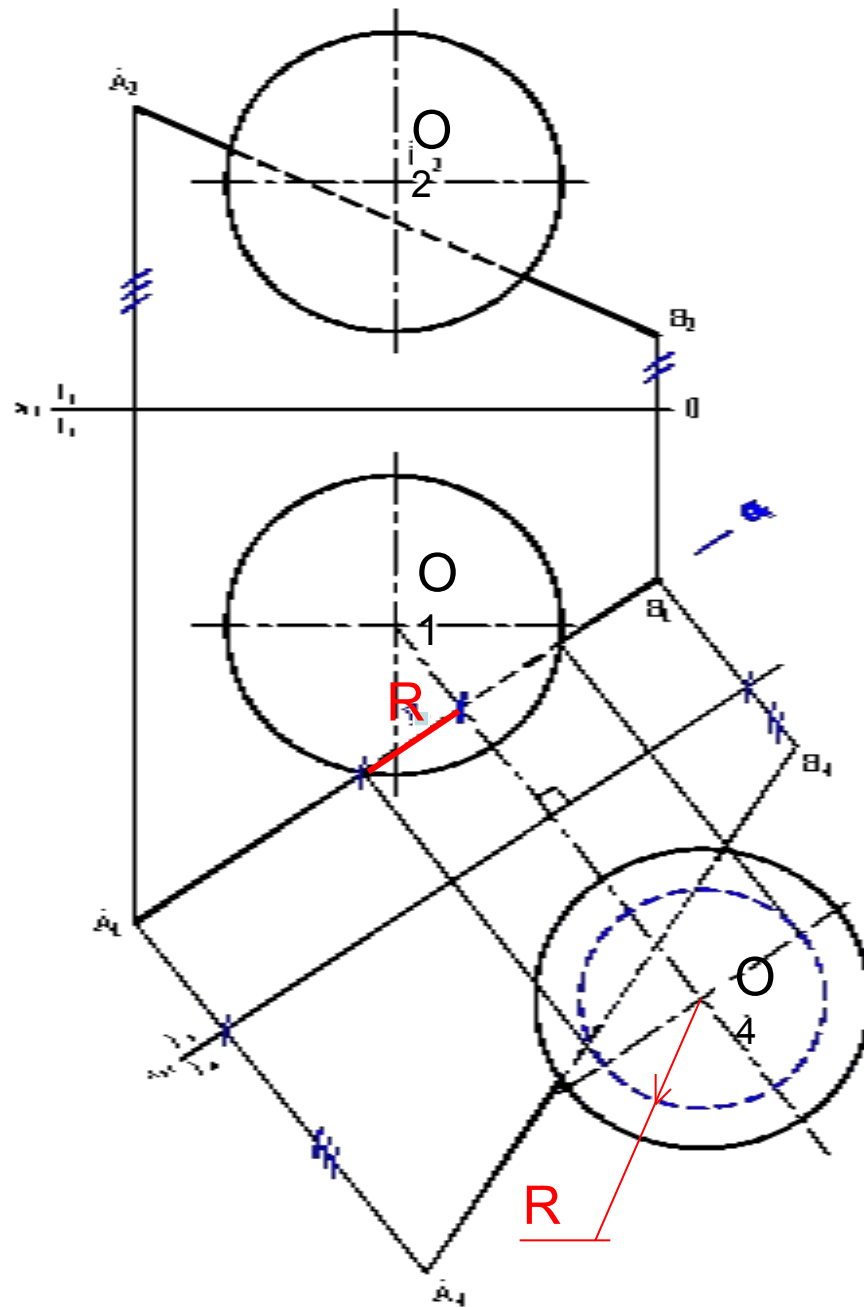
- Задачу решаем методом замены плоскостей проекций.
- Главный элемент — прямая. Преобразуем прямую в прямую уровня. Плоскость проекций Π_4 берем вместо Π_2 и располагаем параллельно прямой $[AB]$.



Строим проекцию сферы
на П4.

Заключаем прямую во
вспомогательную
горизонтально-
проецирующую плоскость α
($\alpha_1 \equiv A_1B_1$)

Получаем сечение -
окружность радиуса R .



Строим точки пересечения заданной прямой с **полученным сечением** – точки (I) и (II).

Определяем видимость прямой:

Сначала просто переносим проекции с плоскости П4 по линиям связи на П1, потом на П2. Затем определяем видимость точек (I) и (II): на П1 обе проекции невидимы, т.к. , если посмотреть на П2, то видно, что обе точки лежат в нижней части сферы. Следовательно прямая видна только за очерком сферы. На П2 обе проекции точек I 2 и II 2 видимы, т.к., если посмотреть на П1 то видно, что они находятся в первой половине сферы

