

Системы счисления

учитель:

Михайлова Ольга Михайловна

Определения

Система счисления – это способ записи **чисел** с помощью специальных знаков – **цифр**.

Числа:

123, 45678, 1010011, CXL

Цифры:

0, 1, 2, ... I, V, X, L, ...

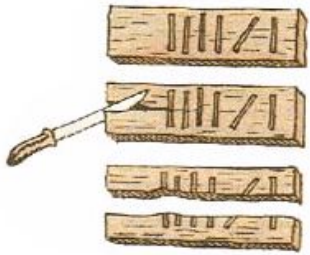
Алфавит – это набор **цифр**. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Типы систем счисления:

- **непозиционные** – значение цифры не зависит от ее места (*позиции*) в записи числа;
- **позиционные** – зависит...

Непозиционные системы

Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



Десятичная египетская система счисления:

чёрта	— 1	лотос	 — 1000	 — 1000000
хомут	∩ — 10	палец	 — 10000	человек
верёвка	Ⓒ — 100	лягушка	 — 100000	





























*

Непозиционные системы

Римская система счисления:

I – 1 (палец),

V – 5 (раскрытая ладонь, 5 пальцев),

X – 10 (две ладони),

L – 50,

C – 100 (*Centum*),

D – 500 (*Demimille*),

M – 1000 (*Mille*)



Римская система счисления

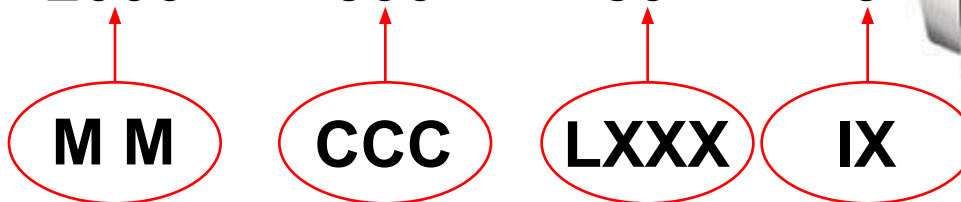
Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично непозиционная!*)

Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$



$$2389 = \text{М М С С С L X X X I X}$$



Римская система счисления

Недостатки:

- для записи **больших чисел** (>3999) надо вводить новые знаки-цифры (**V**, **X**, **L**, **C**, **D**, **M**)
- как записать дробные числа?
- как выполнять арифметические действия:
СССLIX + CLXXIV = ?

Где используется:

- номера глав в книгах:
- обозначение веков: «**Пираты XX века**»
- циферблат часов
- номера месяцев



Желтый / Д. Е. 1644 /
10 / 1885.



Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)



Часы
Суздальского
Кремля

Позиционные системы

СМ. ТАБЛИЦА 1.

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

Десятичная система:

первоначально – счет на пальцах
изобретена в Индии, заимствована арабами, завезена в Европу

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основание (количество цифр): 10

сотни десятки единицы

2 1 0 разряды

3 7 8 $= 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$

300 70 8

Другие позиционные системы:

- двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная (информатика)
- двенадцатеричная (1 фут = 12 дюймов, 1 шиллинг = 12 пенсов)
- двадцатеричная (1 франк = 20 су)
- шестидесятеричная (1 минута = 60 секунд, 1 час = 60 минут)

2 → 10

$$\begin{array}{cccccc} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & \text{разряды} \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\ \hline 10011_2 & = & 1 \cdot 2^4 & + & 0 \cdot 2^3 & + & 0 \cdot 2^2 & + & 1 \cdot 2^1 & + & 1 \cdot 2^0 \end{array}$$

8 → 10

$$= 16 + 2 + 1 = 19$$

2 1 0 разряды

$$\begin{array}{cccc} 2 & 1 & 0 & \text{разряды} \\ 1 & 4 & 4 & \\ \hline 144_8 & = & 1 \cdot 8^2 & + & 4 \cdot 8^1 & + & 4 \cdot 8^0 \\ & = & 64 & + & 32 & + & 4 & = & 100 \end{array}$$

16 → 10

2 1 0 разряды

$$\begin{array}{cccc} 2 & 1 & 0 & \text{разряды} \\ 1 & \text{C} & 5 & \\ \hline 1\text{C}5_{16} & = & 1 \cdot 16^2 & + & 12 \cdot 16^1 & + & 5 \cdot 16^0 \end{array}$$

C

$$= 256 + 192 + 5 = 453$$

Задача 1: в какой системе счисления число 58 записывается как « 46_x »? Определите основание системы счисления X .

$$58 = 46_x$$

- в записи есть цифра 6, поэтому $x > 6$
- переводим правую часть в десятичную систему

$$58 = 4\overset{1}{6}\overset{0}_x = 4 \cdot x^1 + 6 \cdot x^0 = 4 \cdot x + 6$$

- решаем уравнение

$$58 = 4 \cdot x + 6$$

$$x = (58 - 6) : 4$$

$$\text{Ответ: } x = 13$$

Задача 2: найдите основание системы счисления, в которой выполняется равенство

$$16_x + 33_x = 52_x$$

- в записи есть цифра 6, поэтому $x > 6$
- переводим в десятичную систему

$$\overset{1}{1}\overset{0}{6}_x = x + 6$$

$$\overset{1}{5}\overset{0}{2}_x = 5 \cdot x + 2$$

$$33_x = 3 \cdot x + 3$$

- решаем уравнение

$$4 \cdot x + 9 = 5 \cdot x +$$

$$2x = 7$$

Ответ: $x = 7$

Задача 3 (Задание 12. (1 балл) ИЗ ОЛИМПИАДЫ БАЗОВОГО КУРСА ШКОЛЬНОГО ТУРА 2017 ГОДА. 7-9 КЛАССЫ.) :

Было 53_x груши. После того как каждую из них разделили пополам, стало 126_x половинок. В системе счисления с каким основанием вели счет?

В ответе укажите только число.

$$53_x \cdot 2_x = 126_x, \text{ где } x > 6$$

$$(5 \cdot x + 3) \cdot 2 = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 6$$

$$\cancel{10x + 6} = \cancel{x^2 + 2x + 6}$$

$$8x = x^2$$

$$x = 8$$

Ответ: 8

Задача 4

Задание 12. (1 балл)

ИЗ ОЛИМПИАДЫ БАЗОВОГО КУРСА ШКОЛЬНОГО ТУРА 2017 ГОДА

Чему равно наименьшее основание позиционной системы счисления Y , при котором $225_x = 14_Y$? записать в виде целого числа.

$$225_x = 14_Y, x > 5 \text{ и } y > 4$$

$$2 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 5 = 1 \cdot y + 4$$

$$2x^2 + 2x + 5 = y + 4$$

$$y = 2x^2 + 2x + 1$$

Наименьшее значение y будет при наименьшем значении x

$$\text{Если } x=6, \text{ то } y=2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 + 1 = 85$$

Ответ: 85

Задача 5

ЗАДАНИЯ ИЗ РЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ БАЗОВОГО КУРСА 2017 ГОДА. Пробный вариант.

13

Баллов: 1

Укажите основание позиционной системы счисления X , в которой будет справедливо следующее равенство:

$$13_X + 31_X = 110_X$$

Внимание! В ответе вводится только целое числовое значение.

$$x > 3$$

$$x + 3 + 3x + 1 = x^2 + x;$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0;$$

$$x_1 = 4, x_2 = -1 \text{ (не подходит)}$$

Ответ:

4

Задача 6

ЗАДАНИЯ ИЗ РЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ БАЗОВОГО КУРСА 2017 ГОДА. Пробный вариант.

20

Баллов: 1

Какие из предложенных чисел, записанных в различных системах счисления, являются нечетными?

1. $100010_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^1 = 32 + 2 = 34$

2. $AD_{16} = 10 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 = 173$

3. $1A_{12} = 1 \cdot 12^1 + 10 \cdot 12^0 = 22$

4. $32_5 = 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 17$

5. $35_7 = 3 \cdot 7^1 + 5 \cdot 7^0 = 26$

Внимание! В ответе укажите через пробел в порядке возрастания номера в списке, соответствующие нечетным числам.

Ответ:

2 4

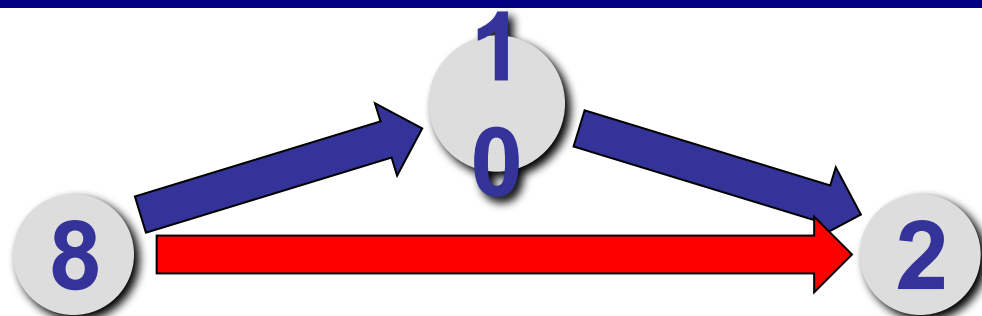
Задача 7

Дано: $a = F7_{16}$ и $b = 371_8$

Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

- 1) 11111001_2 2) 11011000_2 3) 11110111_2 4) 11111000_2

Перевод в двоичную и обратно



- трудоемко
- 2 действия

$$8 = 2^3$$



Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

$$1725_8 = 1111010101_2$$

Перевод из двоичной системы

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

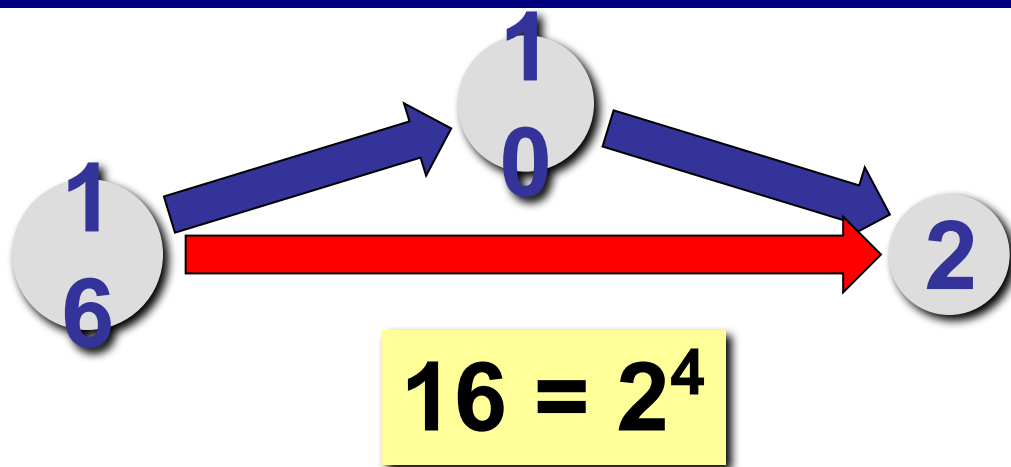
$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$
 $\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{5}\ \boxed{7}$

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

Перевод в двоичную систему



- трудоемко
- 2 действия

! Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (*тетрада*)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_7 \underbrace{1111}_F \underbrace{0001}_1 \underbrace{1010}_A_2$$

Перевод из двоичной системы

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на тетрады, начиная справа:

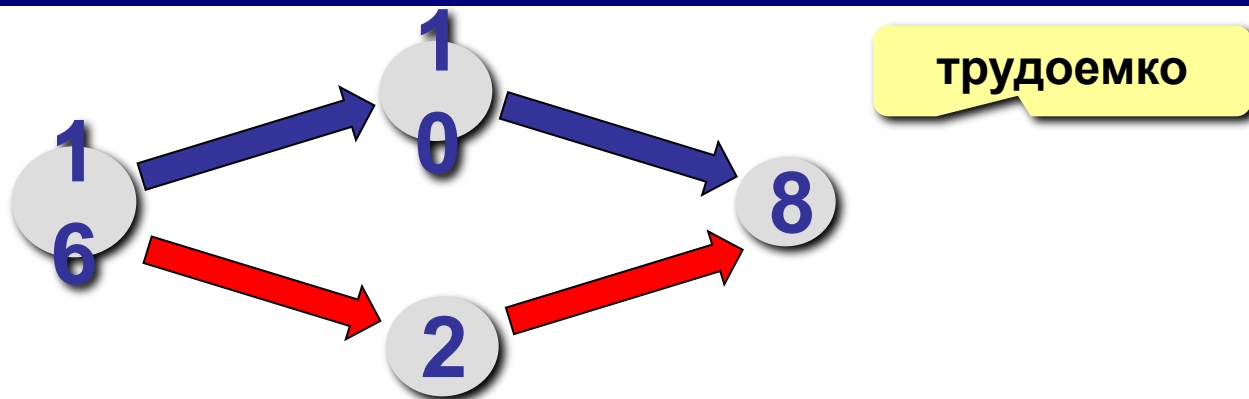
$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$

Шаг 2. Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$
 $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{E}\ \boxed{F}$

Ответ: $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

Перевод в восьмеричную и обратно



Шаг 1. Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

Шаг 2. Разбить на триады:

$$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

Шаг 3. Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$

Задача 7

Дано: $a = F7_{16}$ и $b = 371_8$

Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

1) 11111001_2 2) 11011000_2 3) 11110111_2 4) 11111000_2

$$a = F7_{16} = 11110111_2$$

$$b = 371_8 = 11111001_2$$

Ответ: 4

Задача 8

(Задание 12. (1 балл) ИЗ ОЛИМПИАДЫ БАЗОВОГО КУРСА
ШКОЛЬНОГО ТУРА 2017 ГОДА. 10-11 КЛАССЫ.)

Однажды учитель обнаружил, что кто-то испортил ответ ученика. Работа была выполнена в различных системах счисления. Но что интересно, восстановить исходные цифры не сложно.

The diagram shows a mathematical equation with two parts. The left part is a number in base 2, represented as $111101\boxed{}\boxed{}_2$. Above the first two empty boxes are the labels $1/0$ and $1/0$. A red bracket is drawn under the first four digits '1111'. The right part of the equation is $\boxed{}31=E\boxed{}_{16}$. Above the first empty box is the label x , and above the second empty box is the label $y \leq 7$. A red rectangle encloses the entire right-hand side of the equation. Three large, light blue curved arrows point from the empty boxes in the base 2 number to the empty boxes in the base 16 number: one from the first box, one from the second box, and one from the third box.

$$111101\boxed{}\boxed{}_2 = \boxed{}31 = E\boxed{}_{16}$$

Задача 9

Задание 5. (1 балл) ИЗ ОЛИМПИАДЫ БАЗОВОГО КУРСА
ШКОЛЬНОГО ТУРА 2013 ГОДА.)

Восстановите цифры двоичных чисел, на месте которых в приведенном примере стоит знак «х»:

$$1x01_2 + 1xx_2 = 1x100_2$$

$$\begin{array}{r} 1 \ x \ 0 \ 1 \\ + \\ \hline 1 \ x \ 1 \ 0 \ 0 \end{array}$$

Задача 10

Задание 1. (1 балл) ИЗ ОЛИМПИАДЫ БАЗОВОГО КУРСА ШКОЛЬНОГО ТУРА 2013 ГОДА.)

Школьный калькулятор работает в троичной системе счисления и для вывода чисел имеет только четыре знакоместа. С каким самым большим десятичным числом, переведенным конечно в троичную систему счисления, мы можем работать?

Примеры:

$$1010101101010110_2 =$$

$$110110110101111110_2 =$$

$$A35_{16} =$$

$$765_8 =$$

Благодарю за внимание!

**Желаю удачи на
олимпиаде!!!**