Внешние сортировки

1. Особенности внешней сортировки.

2. Сортировки слиянием

3. Другие методы внешних сортировок

4. Сравнение и анализ эффективности внешних сортировок

Особенности внешней сортировки

Специфика любого алгоритма внешней сортировки – как разделить последовательность на части и как их слить.

Для выполнения внешней сортировки производятся следующие операции:

1) Находят нужный блок во внешней памяти. Для этого перемещают считывающую головку.
2) Производят считывание и передачу данных по каналу ввода-вывода в оперативную память.
3) В оперативной памяти осуществляют операции сравнения и перемещения.
4) Выполняют запись во внешнюю память в соответствии с п.1 и 2.

Выбор алгоритма внешней сортировки

При выборе алгоритма внешней сортировки учитываются следующие параметры:

а) объем оперативной памяти, используемой в качестве рабочей области;

б) тип, число, объем ЗУ внешней памяти, используемых в качестве рабочей области;

в) число каналов ввода-вывода;

г) число и длина записей;

д) время выполнения операций в оперативной памяти.

Основные определения внешних сортировок

Упорядоченным отрезком* или *серией называется последовательность элементов, для которых выполняется условие упорядоченности.

Количество элементов данной последовательности называется *длиной упорядоченного отрезка (серии).*

Например, файл А содержит 12 элементов

17 31; 05 59; 13 41 43 67; 11 23 29 47,

которые образуют 4 серии (разделены «;»).

Расстоянием между элементами данных назовем разность номеров цилиндров, где они размещены.

Прогоном назовем прохождение файла в одном направлении со считыванием данных в память и, возможно, их возвратом в файл.

Факторы, учитываемые при выборе метода сортировки

- Размер сортируемого массива.
- Длина ключа.
- Вид ключей.
- Исходное распределение данных.
- Возможность дублирования ключей.
- Длина записей.
- Логический порядок следования записей

классификация методов внешней сортировки

Другие методы внешней сортировки

- Сортировка с использованием специальных структур
- Разделительная (поразрядная) внешняя сортировка
- Быстрая альтернатива внешней сортировке
- И другие (solid-state drive, SSD - твёрдотельный накопитель)

характеристики сортировок слиянием

Количество вспомогательных файлов, на которые идет распределение серий. Если данные распределяются на два вспомогательных файла, то сортировка называется *двухпутевым слиянием,* если *на N (N*> 2) вспомогательных файлов, то — *многопутевым слиянием.*

Количество фаз в реализации сортировки. Фазой называются действия по однократной обработке всего множества. Например, в *двухфазной* сортировке отдельно реализуются две фазы: распределение и слияние. После того как произошло распределение данных по вспомогательным файлам, они объединяются и записываются в исходный файл. В *однофазной* сортировке обе эти фазы объединены в одну.

Внешняя двухпутевая двухфазная сортировка прямым (простым) слиянием

Суть алгоритма в следующем:

1. Последовательность A разбивается на две половины B и C;
2. Части B и C сливаются, при этом одиночные элементы этих частей образуют упорядоченные пары.
3. Полученная последовательность A опять обрабатывается в соответствии с пунктом 1 и 2, но сливаются упорядоченные пары и получаются упорядоченные четвёрки.
4. Повторяя предыдущие шаги, сливаем четвёрки в восьмёрки, и т д , пока не будет упорядочена вся последовательность.

Смысл алгоритма – сближение близких элементов в одну группу

Пример:

исходный файл A 31 17 05 59 13 41 67 43 11 23 29 47

проход 1 файл B 31 05 13 67 11 29

- файл C 17 59 41 43 23 47
- файл A 17 31 05 59 13 41 43 67 11 23 29 47

проход 2 файл B 17 31 13 41 11 23

- файл C 05 59 43 67 29 47
- файл A 05 17 31 59 13 41 43 67 11 23 29 47

проход 3 файл B 05 17 31 59 11 23 29 47

файл C 13 41 43 67

- файл A 05 13 17 31 41 43 59 67 11 23 29 47

проход 4 файл B 05 13 17 31 41 43 59 67

- файл C 11 23 29 47
- файл A 05 11 13 17 23 29 31 41 43 47 59 67

Двухпутевая однофазная (сбалансированная) сортировка

- Фаза разделения является вспомогательной. Если объединить разделение со слиянием, то избавляемся от лишних операций.
- вместо слияния в одну последовательность результаты слияния сразу же распределяются по двум файлам, которые станут исходными для следующего прохода. Но она требует два входных и два выходных файла при каждом проходе. Такую сортировку называют двухпутевой однофазной сбалансированной сортировкой.
- Общее число пересылок $M=n*\log_2 n$. Число сравнений практического значения не имеет, т.к. время обмена с ВЗУ значительно больше.

Пример

исходный	файл A	31 17 05 59 13 41 67 43 11 23 29 47
проход 1	файл F1	31 05 13 67 11 29
	файл F2	17 59 41 43 23 47
проход 2	файл F3	17 31 13 41 11 23
	файл F4	05 59 43 67 29 47
проход 3	файл F1	05 17 31 59 11 23 29 47
	файл F2	13 41 43 67
проход 4	файл F3	05 13 17 31 41 43 59 67
	файл F4	11 23 29 47
	файл A	05 11 13 17 23 29 31 41 43 47 59 67

Количество проходов

Если *k* — это номер прохода, а *N* — количество вспомогательных файлов, то длина серии определяется формулой N^k.

Если после внутренней сортировки было получено S серий, причем $2^{к-1}<S<=2^{к}$*, то процедура сбалансированного двухпутевого слияния произведёт ровно* $k=\lceil \mathbf{lgS} \rceil$ *проходов*

Признаками конца сортировки простым слиянием являются следующие условия

- длина серии не меньше количества элементов в файле (определяется после фазы слияния);
- количество серий - одна (определяется на фазе слияния);
- второй по счету вспомогательный файл при однофазной сортировке после распределения серий остался пустым.

Многопутевое сбалансированное слияние

- Затраты на сортировку последовательностей пропорциональны числу проходов, так как при каждом проходе пересылаются все данные, в двухфазных сортировках – дважды, в однофазных – один раз. Один из способов сократить число пересылок – расспределять серии в больше чем в два файла.
- Общее число проходов, необходимое для сортировки n элементов с помощью N-путевого слияния, равно $k=\log_N n$, а число пересылок при обьединении фаз слияния и разделения в самом худшем случае будет $M=n\log_N n$.

Пример многопутевого двухфазного слияния (N = 3)

исходный файл A 31 17 05 59 13 41 67 43 11 23 29 47
проход 1 файл F1 31 59 67 23
файл F2 17 13 43 29
файл F3 05 41 11 47
файл A 05 17 31 13 41 59 11 43 67 23 29 47
проход 2 файл F1 05 17 31 23 29 47
файл F2 13 41 59
файл F3 11 43 67
файл A 05 11 13 17 31 41 43 59 67 23 29 47
проход 3 файл F1 05 11 13 17 31 41 43 59 67
файл F2 23 29 47
файл F3
файл A 05 11 13 17 23 29 31 41 43 47 59 67

Пример многопутевого однофазного слияния (N = 3)

исходный файл A 17 31 05 59 13 41 43 67 11 23 29 47

проход 1 файл F1 17 59 43 23

файл F2 31 13 67 29

файл F3 05 41 11 47

проход 2 файл F4 05 17 31 23 29 47

файл F5 13 41 59

файл F6 11 43 67

проход 3 файл F1 05 11 13 17 31 41 43 59 67

файл F2 23 29 47

файл F3

файл A 05 11 13 17 23 29 31 41 43 47 59 67

Многопутевое слияние и выбор с замещением

- Очевидным способом слияния P возрастающих серий будет следующий:
  - просмотреть первые записи каждой серии и выбрать из них ту, которая имеет минимальный ключ;
  - эта запись передается на выход и исключается из входных данных, затем процесс повторяется. В любой момент времени потребуется просмотреть только P ключей (один на каждую серию) и выбрать из них наименьший.
- Пока P не слишком велико, этот выбор удобно осуществлять, просто выполняя P-1 сравнений для нахождения наименьшего из текущих ключей. Но если P равно, скажем, 8, то можно ускорить работу, используя *дерево выбора*, каждый раз потребуется примерно lgP сравнений.

пример 087 503 170 908 154 426 653 612

087 503 ∞

087

170 908 ∞

Шаг 1. 087

154 426 653 ∞

154

612 ∞

503 ∞

170

170 908 ∞

Шаг 2 087 154

154 426 653 ∞

154

612 ∞

503 ∞

170

170 908 ∞

Шаг 3 087 154 170

426 653 ∞

426

612 ∞

∞

∞

∞

Шаг 9 087 154 170 426 503 612 653 908

∞

∞

Формирование и распределение начальных серий

- Если использовать свободные области оперативной памяти для внутренней сортировки, то можно увеличить длины серий.
- Если на этапе распределения начальных серий по файлам длины серий будут большими, то число проходов для сортировки исходного файла значительно сократится.
- Очевидный способ:
- из файла ввода в оперативную память переносят как можно больше записей, сортируют их одним из методов внутренней сортировки, а затем выводят. Преимуществом этого способа является то, что независимо от размера заключительного отрезка, начальные отрезки будут иметь одинаковую длину. Это свойство позволяет несколько упростить программу сортировки.

Альтернативный алгоритм формирования начальных отрезков

1. Построить древовидную структуру с меньшим значением в корне.
2. Вывести корень.
3. Ввести следующую запись и выбрать значение ключа.
4. Если оно больше последнего выведенного значения,

4.1. поместить его в корень.

4.2. В противном случае:

4.2.1. если древовидная структура не пуста, то последний элемент поместить в корень, а введенный элемент поместить в последнюю позицию; диапазон адресов древовидной структуры уменьшить на 1.

4.2.2. Если древовидная структура пуста, то завершить обработку отрезка и возвратиться к шагу 1.

5. Восстановить древовидную структуру и перейти к шагу 2.

пример

Файл ввода 78, 45, 72, 59, 20, 43, 85, 33, 92, 81, 34, 85, 16, 49, 61, ...

Изменение в оперативной памяти M=3. Подчеркнутое значение выводится, на его место вводится другое

78 45 72
78 59 72
78 20 72
78 20 43
85 20 43 — Конец первого отрезка

33 20 43
33 92 43
81 92 43
81 92 34
85 92 34
16 92 34 — Конец второго отрезка

16 49 34

Файл вывода 45, 59, 72, 78, 85 | 20, 33, 43, 81, 85, 92 | 16, ...

Для формирования начальной серии можно предложить так же другой, более простой и эффективный способ. В оперативной памяти из считываемых записей входного файла строится древовидная таблица поиска. Записи в таблице размещаются в порядке их поступления из файла, никаких перестановок записей в таблице не производится. Дерево же организуется за счет образования соответствующих ссылок. Левый смешанный обход дерева дает возможность извлекать записи из дерева в порядке возрастания ключей.

Извлеченные записи пересылаются в очередной выходной файл. В таблицу считывается очередная порция записей файла для формирования следующей серии. Начальное распределение серий по файлам в случае естественного слияния и многопутевого сбалансированного слияния не вызывает затруднений, так как все файлы имеют одинаковое число серий.

Естественное слияние

Сортировка простым слиянием не учитывает частичную упорядоченность данных. Поэтому размер сливаемых подпоследовательностей на к-м проходе $<=2^k$. В то же время при очередном слиянии две упорядоченные подпоследовательности длиной m и n можно было бы слить в одну длиной m+n.

Сортировка, при которой всегда сливаются две очередные серии, называется естественным слиянием.

Естественное двухпутевое слияние

- Представим, что исходный файл разделён на два файла, каждый из которых содержит по n серий (или по n-1). Тогда при слиянии образуется файл, содержащий также n серий. При каждом проходе число серий уменьшается вдвое и общее число пересылок в худшем случае равно $n\log_2 n$, а в среднем меньше.
- Процесс заканчивается , если при очередном слиянии в выходой файл будет записана только одна единственная серия

Пример *двухпутевого двухфазного естественного слияния*

исходный файл А 17 31; 05 59; 13 41 43 67; 11 23 29 47
Т.е. имеем 4 серии, разделённых знаком «;».
проход 1 файл В 17 31;13 41 43 67
файл С 05 59; 11 23 29 47
файл А 05 17 31 59; 11 13 23 29 41 43 47 67
проход 2 файл В 05 17 31 59
файл С 11 13 23 29 41 43 47 67
файл А 05 11 13 17 23 29 31 41 43 47 59 67

- Если использовать четыре файла, то фазы слияния и разделения можно обьединить в одну фазу. Для этого достаточно полученные при слиянии файлов В и С серии поочерёдно направлять в файлы Д и Е, и наоборот
- Сортировка заканчивается, если при очередной фазе слияния – разделения образуется только одна серия и один из выходных файлов остаётся пустым, т.е. туда не будет записана ни одна серия.

- Так же как и простое слияние, сортировка естественным слиянием может быть двухпутевой или многопутевой, двухфазной или однофазной.
- Поскольку признаком конца серии в естественном слиянии является результат сравнения двух соседних элементов, две или несколько серий, распределенных друг за другом во вспомогательный файл, могут объединиться в одну

Например

FO: 1 2 9 3 39 11 4 18 13 5 16 24 15 4 25 17 317

После фазы распределения вспомогательные файлы будут иметь следующий вид:

F1: 1 2 9 11 13 15 17 317

F2: 3 39 ‘ 4 18 ' 5 16 24 ‘ 4 25

сбалансированное слияние

Обратим внимание на то, что сортировка проходит эффективно, если количество серий, распределенных на вспомогательные файлы, приблизительно одинаковое.

Естественное слияние, у которого после фазы распределения количество серий во вспомогательных файлах отличается друг от друга не более чем на единицу, называется ***сбалансированным***, в противном случае речь идет о *несбалансированном* слиянии.

В первом вспомогательном файле оказалась одна упорядоченная серия, хотя записывалось туда пять серий.

Чтобы в сбалансированном слиянии серии распределялись корректно, необходимо во время записи очередной серии в файл выполнять следующую проверку: если серия является продолжением предыдущей, то записать в этот файл не одну, а две серии. Для сбалансированного слияния в приведенном выше примере данные после распределения будут иметь следующий вид:

FO: 1 2 9 3 39 11 4 18 13 5 16 24 15 4 25 17 317

F1: 1 2 9 11 ' 4 18 ' 5 16 24 ‘ 17

F2: 3 39 ' 13 15 ' 4 25 317

Признаками конца сортировки естественным слиянием являются следующие условия:

количество серий — одна (определяется на фазе слияния);

второй по счету вспомогательный файл для однофазной сортировки после распределения серий остался пустым.

Многофазная сортировка

- Особенность этой сортировки – алгоритм слияния
- Метод многофазной сортировки основан на том, что имеется несколько входных файлов с разным числом серий и только один выходной файл. При каждом проходе серии из входных файлов сливаются до тех пор, пока входной файл с наименьшим числом серий не будет исчерпан. Тогда освободившийся файл становится выходным, начинается следующий проход, серии из всех остальных файлов сливаются в этот выходной файл. Процесс сортировки завершается, когда все серии будут объединены в одну серию.

Пример из трех файлов

f_1 содержит 13 серий, f_2 — 8 серий и f_3 — выходной файл

Файлы	f_1	f_2	f_3
Исходное состояние	13	8	0
Первый проход	5	0	8
Второй проход	0	5	3
Третий проход	3	2	0
Четвертый проход	1	0	2
Пятый проход	0	1	1
Шестой проход	1	0	0

Сортировка завершена, отсортированные записи в файле f_1.

- Число проходов при многофазной сортировке будет зависеть от начального распределения серий по входным файлам. Кнут показал, что для хорошей работы многофазной сортировки с тремя файлами необходимо, чтобы числа начальных серий в двух выходных файлах были двумя соседними числами Фибоначчи.
- При сортировке на 6 файлах (5 входных) числа серий во входных файлах должны быть числами Фибоначчи четвертого порядка.
  - Напомним, что ряд, в котором каждый элемент является суммой двух предыдущих элементов, называется последовательностью Фибоначчи:
  - 0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,…..

- В общем случае эта схема Фибоначчи требует приблизительно 1.04logS+0.99 проходов, что делает ее сравнимой с *четырехленточным* сбалансированным слиянием, хотя она использует только три ленты. (S – количество серий)

- Эту идею можно обобщить на случай f лент при любом f >=3, используя (f -1)путевое слияние. Мы увидим, например, что в случае четырех лент требуется только около 0.703logS+0.96 проходов по данным. Обобщенная схема использует обобщенные числа Фибоначчи. Рассмотрим следующий пример с шестью лентами

Точные фибоначчиевы распределения можно получить, "прокручивая" рассмотренную схему в обратную сторону, циклически переставляя содержимое лент. Например, при f =6 имеем следующее распределение серий:

Уровень,	f1	f2	f3	f4	f5	Сумма	Файл с окончательным результатом
0	1	0	0	0	0	1	f1
1	1	1	1	1	1	5	f 6
2	2	2	2	2	1	9	f 5
3	4	4	4	3	2	17	f 4
4	8	8	7	6	4	33	f 3
5	16	15	14	12	8	65	f 2
6	31	30	28	24	16	129	f1
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
n	a^n	b^n	c^n	d^n	e^n	t^n	f (k)
n+1	a^n+b^n	a^n+c^n	a^n+d^n	a^n+e^n	a^n	$4a^n+t^n$	f (k-1)

Числа Фибоначчи

$e^n = a^{n-1}$

$d^n = a^{n-1} + e^{n-1} = a^{n-1} + a_{n-2}$

$c^n = a^{n-1} + d^{n-1} = a^{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$

$b^n = a^{n-1} + c^{n-1} = a^{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + a_{n-4}$

$a^n = a^{n-1} + b^{n-1} = a^{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + a_{n-4} + a_{n-5}$

где $a_0 = 1$, и где полагаем $a^n = 0$ при $n = -1, -2, -3, -4$.

Многофазовая сортировка требует оптимального распределения серий по файлам.

Для этого, во-первых, надо знать число серий в исходном файле, а оно становится известным только в процессе формирования серий.

Во-вторых, числа серий в файлах при оптимальном распределении по *(*f - 1) файлам должны быть числами Фибоначчи порядка *(*f - 2), что возможно только при определенных значениях общего числа серий.

Недостающее число серий можно дополнить пустыми сериями, причем пустые серии нужно как можно более равномерно распределить по *(*f- 1) файлам.

Каскадная сортировка

- *Каскадная сортировка* похожа на многофазную сортировку. Отличие заключается в самом процессе слияния:

сначала проводится (f-1) — путевое слияние в f-ый файл до тех пор, пока файл с номером f-1 не опустеет;

затем (f-ый файл уже не затрагивается) проводится *(*f-2) — путевое слияние *в (*f-1)-ый файл;

затем *(*f-*3)* — путевое в (f-2)-ый файл; ...; потом двухпутевое слияние в третий файл,

а в конце копирование из файла номером 2 в первый файл.

Следующий проход работает по аналогичной схеме, только в обратном направлении.

a_{f-i}^{L-1}

Распределение серий в каскадной сортировке

- Поскольку слияние в каскадной сортировке отличается от слияния в многофазной сортировке, то и начальное распределение данных осуществляется по-другому — количество серий в каждом из вспомогательных файлов должно быть другим. Оно определяется в соответствии с формулами:
- $a_1^{\circ} = 1 \quad a_i^{\circ} = 0$, i = 2,3,. , f
- $a_1^N = a_{i+1}^L + a_{f-i}^{L-1}$, i = f-1, f-2,..., 1
- или $a_1^0 = 1 \qquad a_i^0 = 0, \qquad i = 2,3,\ldots, f$

$$a_1^L = \sum_{i=1}^{f-1} a_i^{L-1}; \qquad a_{i+1}^L = a_i^L - a_{f-i}^{L-1}, \qquad i = 1,2,\ldots, f-2$$

Анализ

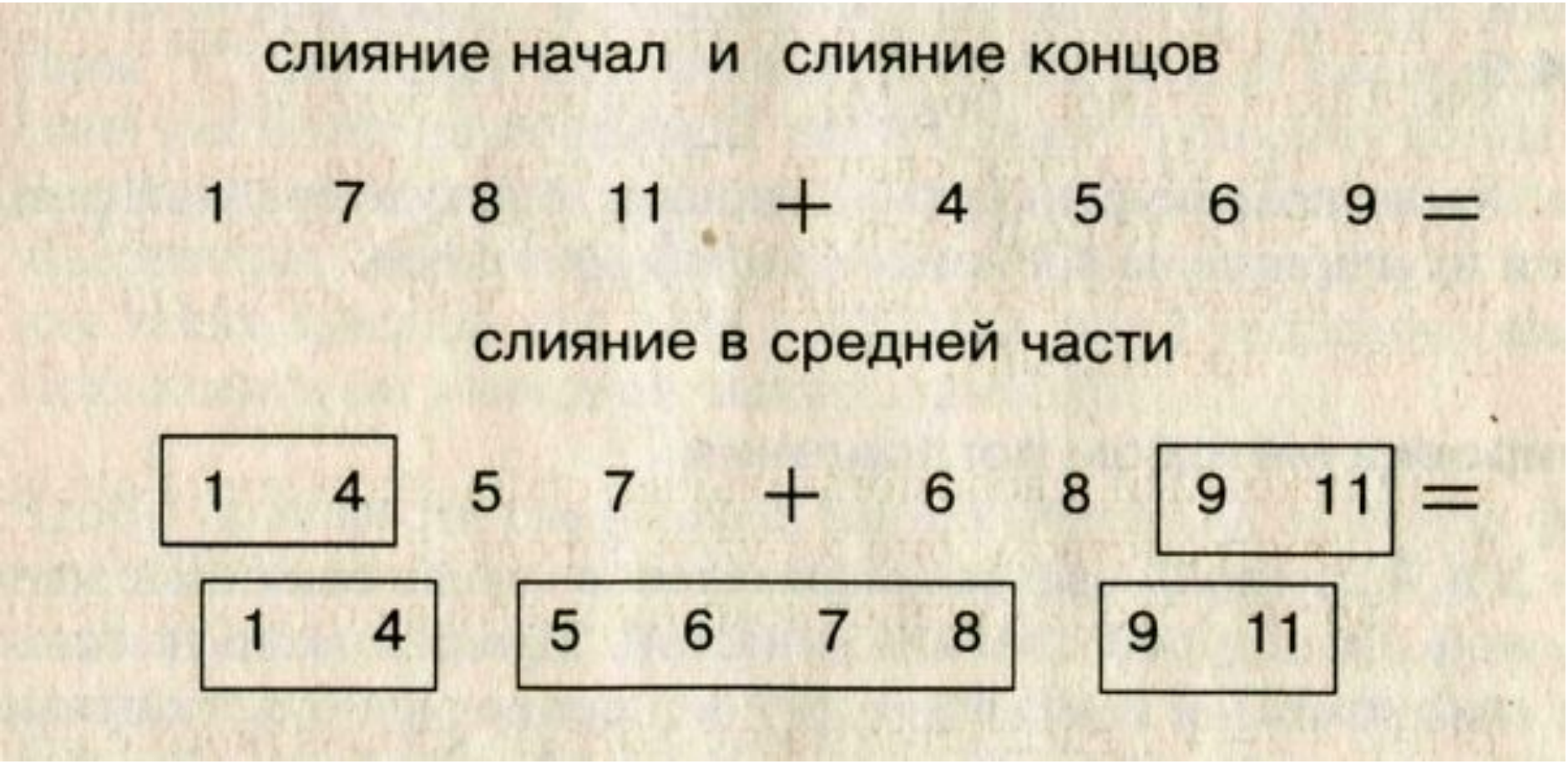
- Н. Вирт пишет: "Хотя такая схема выглядит хуже многофазного слияния, поскольку некоторые последовательности "простаивают", и есть просто операции копирования, тем не менее, она, что удивительно, оказывается не хуже многофазной сортировки при очень больших файлах и шести или более последовательностях". Заметим, что при хорошей реализации алгоритма каскадной сортировки, от копирования можно избавиться, используя карты индексов. Более подробное объяснение алгоритмов, а также их реализацию можно увидеть в книгах Н. Вирта и Д. Кнута.

Улучшенные методы внешних сортировок слиянием

Рекурсивный алгоритм сортировки слиянием

- Принципиальную возможность эффективно сортировать файл, работая с его ч а с т я м и и не выходя за его пределы, обеспечивает алгоритм Боуза и Нельсона, который применялся лишь к внутренней сортировке.
- Он основан на очевидной идее:
  - слить две равные упорядоченные части можно слиянием их начальных половин,
  - слиянием конечных половин
  - слиянием 2-й половины 1-го результата с 1-й половиной 2-го результата,

пример


слияние начал и слияние концов
1 7 8 11 + 4 5 6 9 =
слияние в средней части
1 4 5 7 + 6 8 9 11 =
1 4
5 6 7 8
9 11

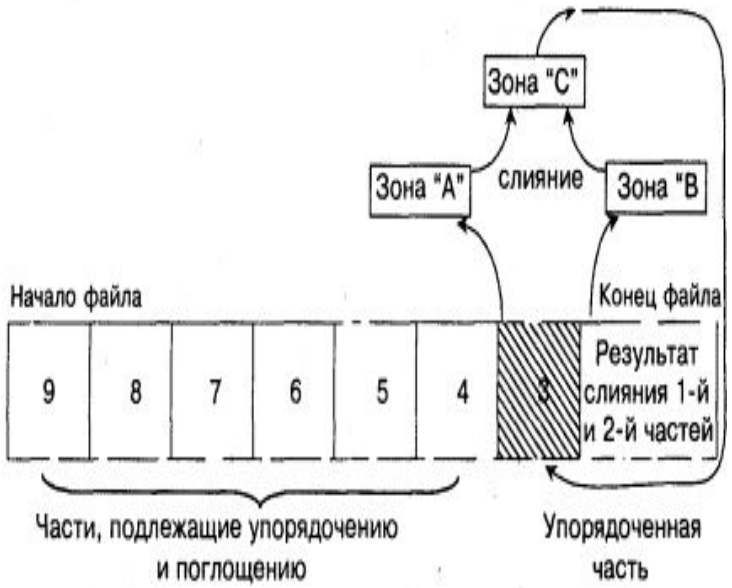
- Эта процедура отвечает стремлению вести основную работу в памяти.
- Как только в ходе рекурсии получаем части, вписывающиеся в память, выполняем их слияние в памяти, но уже другим, быстрым алгоритмом.
- Общий эффект слияний всех частей, образующихся в рекурсии, тождественен эффекту слияния исходных частей, сколь бы велики они ни были.

Оценка сложности

- Пусть исходные упорядоченные нами части файла имеют размер 64 К, их число M, а для слияния частей используются в качестве буферов 3 сегмента памяти размером 64 К. Время 1 -го этапа пропорционально M и в первом приближении асимптотическая сложность $O(M*1.5^{\log M})$
- При больших значениях Rf (размер файла) и M (Rf = 2 Мб...40 Мб, M = 40...300 частей) эта зависимость практически подтверждается.
- В данном анализе не учтены ходы штанги.

Сортировка методом поглощения

Имея несколько частей файла и начав со слияния двух из них, будем сливать все следующие с большей (растущей) упорядоченной частью. Она как бы поглощает часть за частью



Перед поглощением очередная часть файла считывается в зону "А" ОП, там упорядочивается и остается. Начало ранее упорядоченной части считывается в зону "В" и начинается слияние, прерываемое считыванием в зону "В", когда она опустошается. По мере заполнения зоны "С" записями акта слияния, содержимое ее переписывается в файл (на место поглощаемой части и далее в сторону конца файла).

Анализ

Если при слиянии взяты все записи поглощаемой части, поглощение завершается передачей в файл из зоны "С" остатка результата.
Слияние также завершается, если исчерпана ранее упорядоченная часть. Поглощение ею очередной части произошло.

- Ходов в данном методе будет мало. Это дает экономию времени и при небольшом размере файла сортировка проходит быстро.

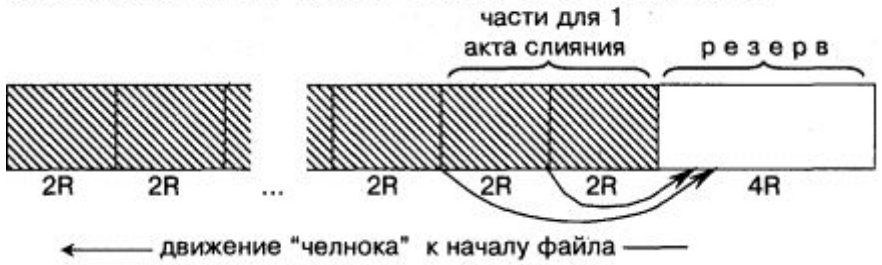
Челночное балансное слияние

- На 1 этапе внутренней сортировки частей в файле создают M упорядоченных частей, по возможности большего размера R. К ним применяют прямое слияние.
- Создают резервное дисковое пространство файла и располагают его непосредственно до или после сливаемых частей и перемещается к следующим частям по завершении слияния. Его размер не меньше размера R части.
- Резерв и пространство ближайшей части будут заполнено результатом слияния двух первых частей, при этом пространство 2-й части освободится и станет резервом, необходимым для слияния следующей пары частей и т. д.

Схема челночного балансного слияния

а) слияние частей размером R (промежуточная ситуация)

б) следующий "прогон" челнока слияние частей размером 2R



Пути повышения эффективности внешних сортировок

- Применение методов внешней сортировки в зависимости от поставленной задачи сортировки
- Многопроцессорная обработка данных
- Использование буферной памяти
- Использование виртуальной памяти