

Московский государственный университет леса,

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕРМОМОДИФИЦИРОВАНИЯ ДРЕВЕСИНЫ

*М.Г.Ермоченков
кафедра теплотехники*

2012

Цель работы

- Разработка математической модели тепло- и массообмена в древесине при интенсивном тепловом воздействии
- Разработка методов прогнозирования свойств термически модифицированной древесины

Принятые допущения

- древесина в условиях интенсивного нагрева – многокомпонентная открытая трехфазная термодинамическая система с физико-химическими превращениями;
- в каждом бесконечно малом объеме материала существует состояние локального термодинамического равновесия;
- древесина представляет собой капиллярно-пористый композиционный материал, состоящий из твердых, жидких и газофазных компонентов; рассматривается континуальная модель материала;
- газовая фаза рассматривается как трех компонентная смесь газов, состоящая из:
 - а) водяного пара;
 - б) воздуха;
 - в) продуктов деструкции древесины;
- конвективный перенос газа внутри древесины описывается уравнением Дарси;
- температуры газовой, жидкой и твердой фаз равны;
- перенос теплоты в древесине осуществляется тепловыми потоками за счет теплопроводности и конвективного переноса жидкой и газовой фаз;
- масса в жидкой фазе переносится за счет влагопроводности и конвективными потоками;
- масса в газовой фазе переносится конвективными и диффузионными потоками;
- задача решается в одномерной постановке.

Уравнение переноса массы в твердой фазе:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial \tau} = - \sum_{\gamma_1}^{n_1} \sum_{\Psi_1}^{m_1} \frac{\partial \rho_{\gamma_1, \Psi_1}}{\partial \tau} \quad (1)$$

- Здесь n_1 – число твердофазных компонентов,
- m_1 – число стадий,
- γ_1 – номер компонента,
- Ψ_1 – номер стадии.

Уравнение переноса массы в жидкой фазе:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = \operatorname{div}(j_{2,v} + j_{2,a}) - \sum_{\gamma_1}^{m_1} \frac{dW_{\gamma_i}}{d\tau} \quad (2)$$

где $j_{2,a}$ – поток жидкости за счет диффузии,

$j_{2,v}$ – конвективный поток жидкой фазы,

m_1 – число стадий,

γ_1 – номер компонента.

Уравнение решается с граничными условиями 1-го, 2-го или 3-го рода на внешних границах материала.

Уравнения переноса массы в газовой фазе:

$$\frac{\partial \rho_{3,1}}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\rho_{3,1} \cdot v_3 + \rho_{3,1} \cdot \Delta_{3,1}) + \sum_{\gamma_1}^{n_1} \frac{dW_{\gamma_1}}{d\tau} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_{3,2}}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\rho_{3,2} \cdot v_3 + \rho_{3,2} \cdot \Delta_{3,2}) + \sum_{\psi_1}^{m_1} \frac{d\rho_{\psi_1}}{d\tau} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_{3,3}}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\rho_{3,3} \cdot v_3 + \rho_{3,3} \cdot \Delta_{3,3}) \quad (5)$$

где ρ – плотность газовой фазы,

$i = 1$ – водяной пар;

$i = 2$ – продукты деструкции;

$i = 3$ – воздух ;

v_3 – скорость конвективного переноса газовой фазы;

Δ_3 – скорость диффузионного переноса массы.

Система уравнений решается с граничными условиями 1-го или 2-го рода на внешних границах материала.

Уравнение переноса теплоты:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div}(q^\lambda + q^v + q^n) + U^{ув} + U^\varepsilon \quad (6)$$

где q^λ - поток теплоты теплопроводностью;

q^v - конвективный поток теплоты за счет переноса влаги;

q^n - конвективный поток теплоты за счет переноса паровоздушной смеси;

$U^{ув}$ - источники теплоты за счет физико-химических процессов;

U^ε - источник теплоты за счет внешних воздействий.

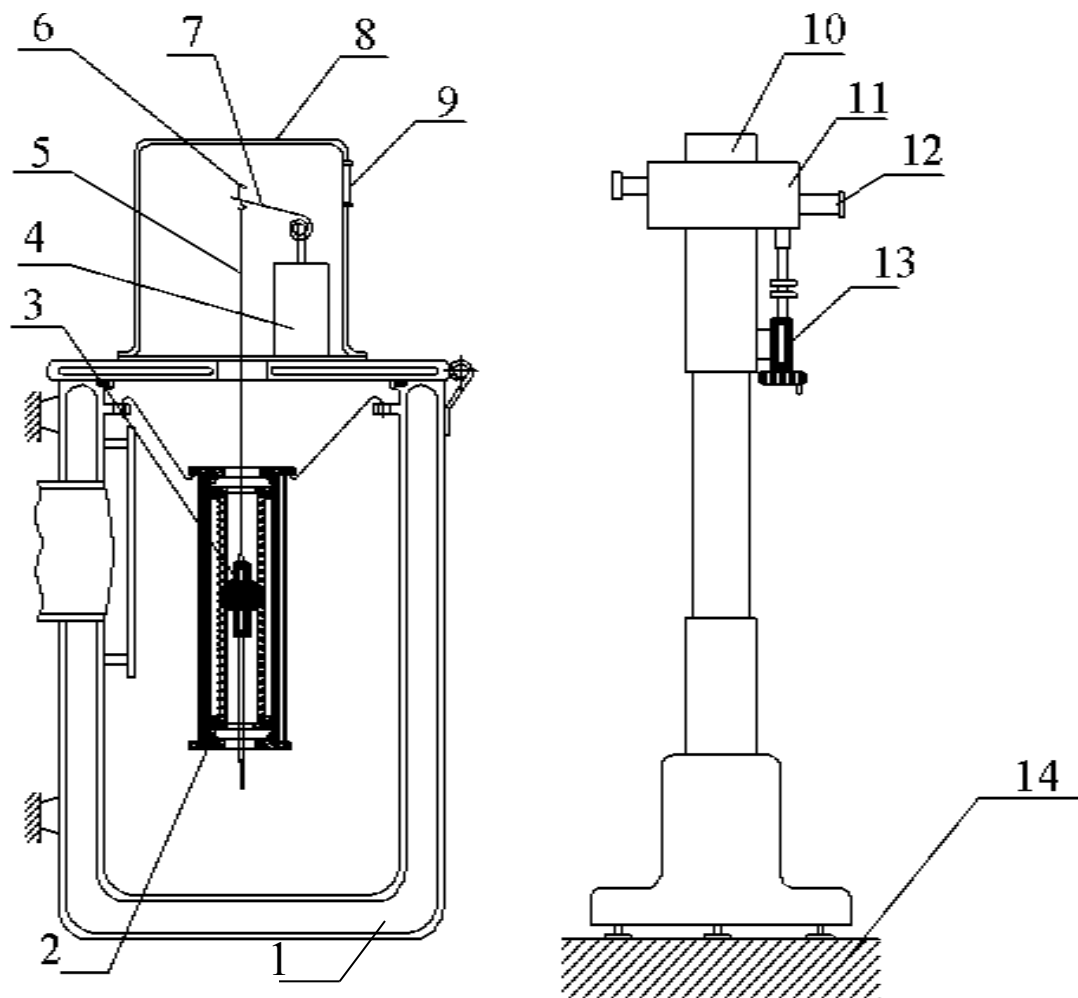
Уравнение решается с граничными условиями 1-го, 2-го или 3-го рода на внешних границах материала.

Скорость протекания многостадийного процесса термической деструкции:

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \sum_{j=1}^m \omega_j^{n_j} A_j \exp\left(-\frac{E_j}{RT}\right) \quad (7)$$

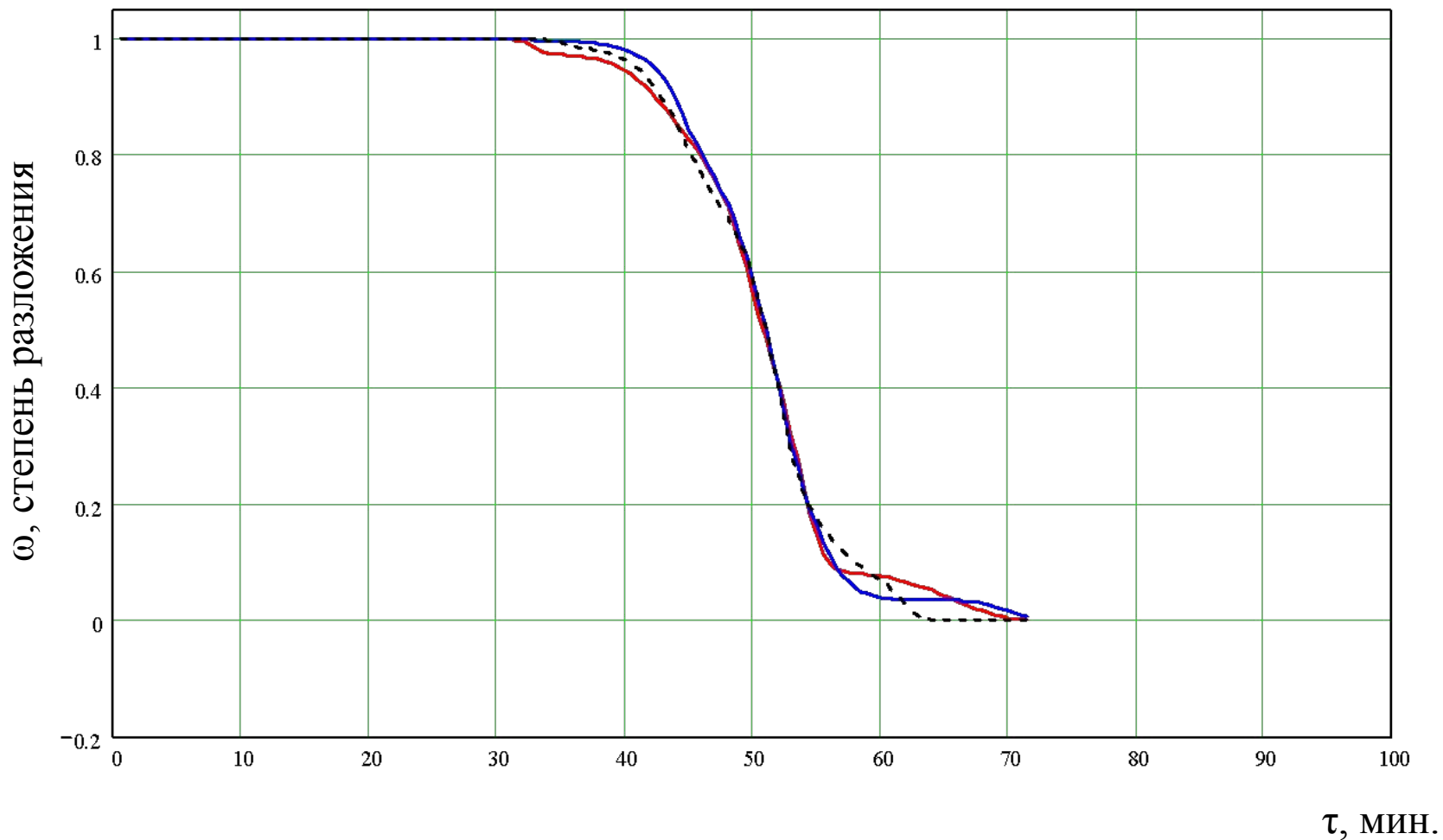
- где j – индекс, соответствующий номеру стадии;
- m – число стадий;
- A_j – частотный фактор j -й стадии;
- E_j – энергия активации j -й стадии;
- n_j – порядок реакции j -й стадии;
- R – газовая постоянная;
- T – температура;
- ω - безразмерная масса стадии.

Установка для термогравиметрических исследований в вакууме



1 – вакуумная камера; 2 – электрическая печь; 3 – Кольцевой тигель; 4 – весы; 5 – нить; 6 – репер; 7 – плоская спиральная пружина; 8 – крышка весов; 9 – стекло; 10 – стойка катетометра; 11 – каретка; 12 – окуляр; 13 – многооборотное сопротивление; 14 – массивное основание 8

Зависимость относительной массы древесины сосны от времени нагрева (темп нагрева 7 °С/мин.)



Результаты исследования термической деструкции древесины

Таблица 1

Номер стадии	Начальная безразмерная масса стадии		Энергия активации E _j /R		Частотный фактор A _j , с ⁻¹	
	Береза	Сосна	Береза	Сосна	Береза	Сосна
1	0,172	0,025	57810	54680	2,377·10 ⁵¹	4,857·10 ⁵⁰
2	0,168	0,128	23140	15900	1,362·10 ¹⁸	1,783·10 ¹²
3	0,215	0,341	29420	20540	2,784·10 ²¹	3,482·10 ¹⁴
4	0,345	0,418	38740	29820	2,623·10 ²⁶	1,346·10 ²⁰
5	0,1	0,088	8671	18430	6,517·10 ⁴	2,338·10 ¹⁰

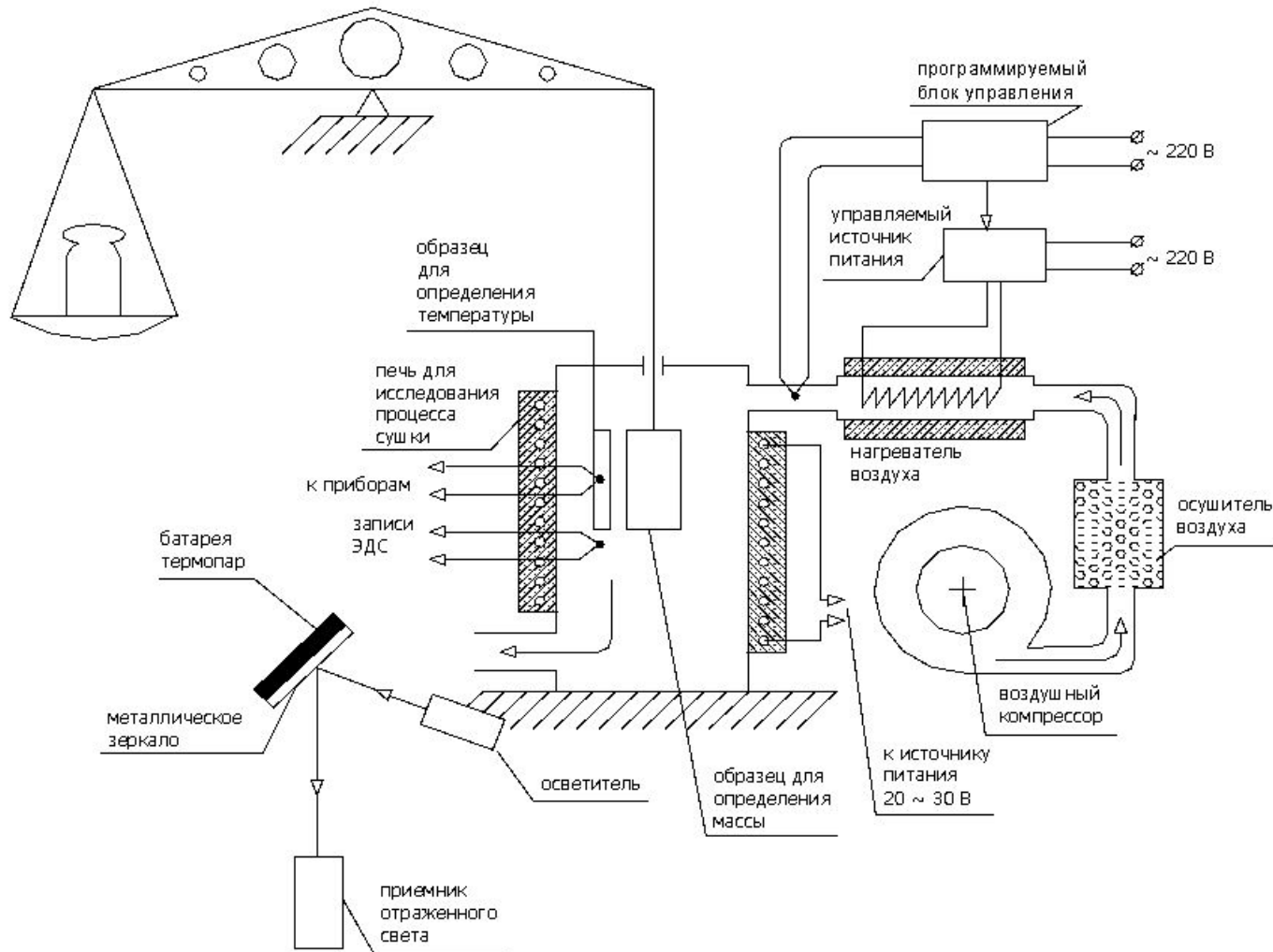
Скорость протекания многостадийного процесса парообразования:

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \sum_{j=1}^m \omega_j^{n_j} \cdot A_j \cdot \exp\left(-\frac{E_j(\varphi)}{RT}\right) \quad (8)$$

$$\omega = \frac{W_i - W_k}{W_o - W_k} \quad (9)$$

- где j – индекс, соответствующий номеру стадии;
- m – число стадий;
- A_j – частотный фактор j -й стадии;
- $E_j(\varphi)$ – энергия активации j -й стадии;
- φ – относительная влажность газовой смеси в порах древесины;
- n_j – порядок реакции j -й стадии;
- R – газовая постоянная;
- T – температура;
- ω - безразмерная масса стадии;
- W_i, W_k, W_o – текущее, конечное и начальное влагосодержание в древесине.

Экспериментальная установка для исследования процессов испарения влаги при сушке древесины.



Результаты исследования кинетики сушки древесины березы

Таблица 2

Номер стадии j	Концентрация влаги j-й стадии ω_j	Энергия активации E_j , Дж/моль	Частотный фактор A_j , с^{-1}
1	0,307 ($\omega = f(w)$)	51750	$1,64 \cdot 10^8$
2	0,570 ($\omega = f(w)$)	60800	$2,80 \cdot 10^9$
3	0,096 ($\omega = f(w)$)	88130	$3,70 \cdot 10^{13}$
4	0,027 ($\omega = f(w)$)	93700	$2,00 \cdot 10^{13}$

$$E1(\phi) = 0,988 + 0,162\phi - 0,29\phi^2 + 0,223\phi^3$$

$$E2(\phi) = 0,97 + 0,953\phi - 5,805\phi^2 + 12,744\phi^3$$

$$E3(\phi) = 0,995 + 6,196\phi - 7,607\phi^3$$

$$E4(\phi) = 0,984 + 51,667\phi^2 - 602,564\phi^3$$

$E1, E2, E3, E4$ – значения энергии активации для первой, второй, третьей и четвертой стадий соответственно;

ϕ - относительная влажность воздуха.

Испарение свободной влаги в порах древесины

$$P_{\text{пара}} = P_{\text{нас}}$$

$$\frac{d\omega_2}{d\tau} = 0$$

$$P_{\text{пара}} < P_{\text{нас}}$$

$$\frac{d\omega_2}{d\tau} < 0$$

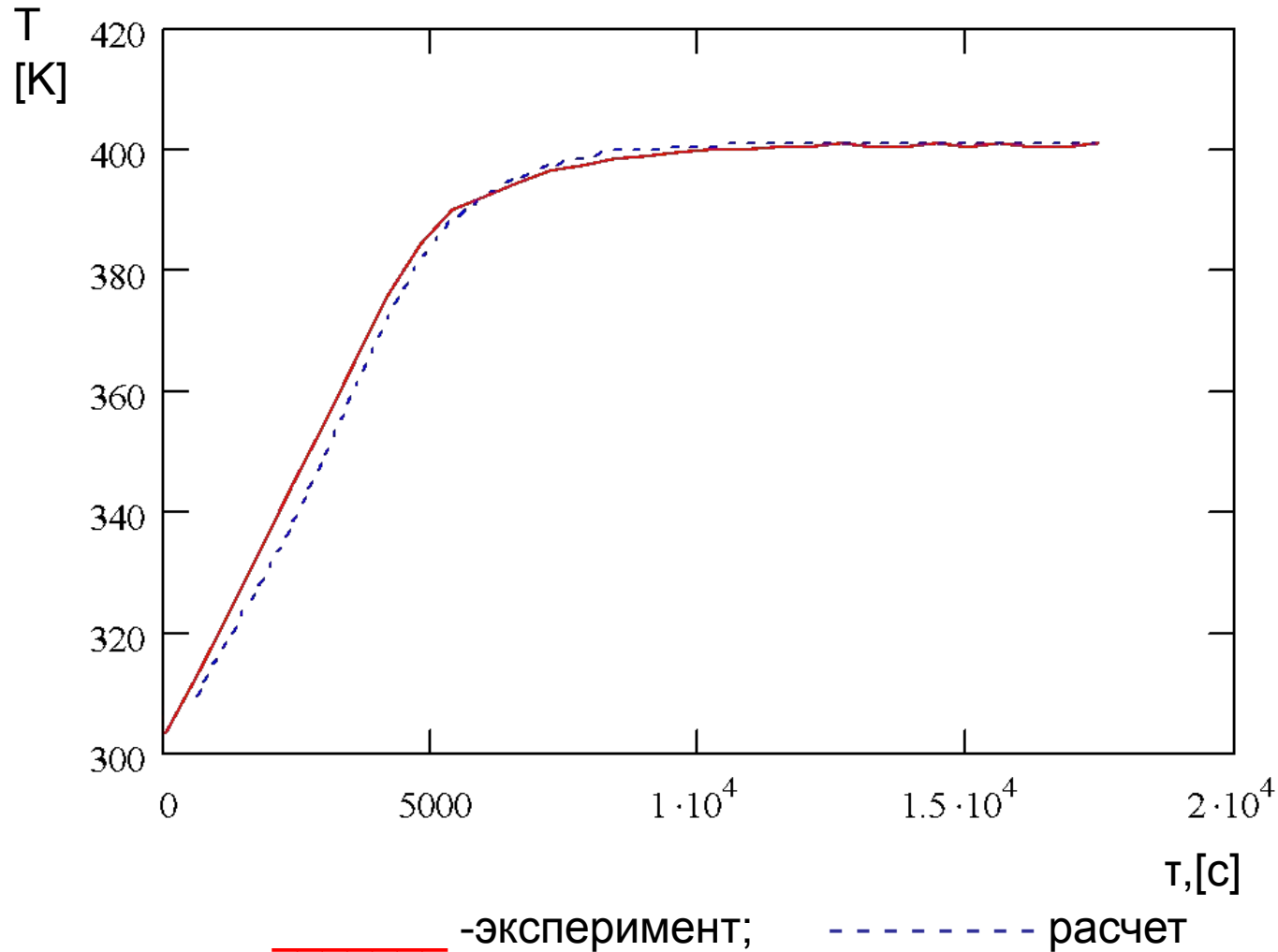
$$P_{\text{пара}} > P_{\text{нас}}$$

$$\frac{d\omega_2}{d\tau} > 0$$

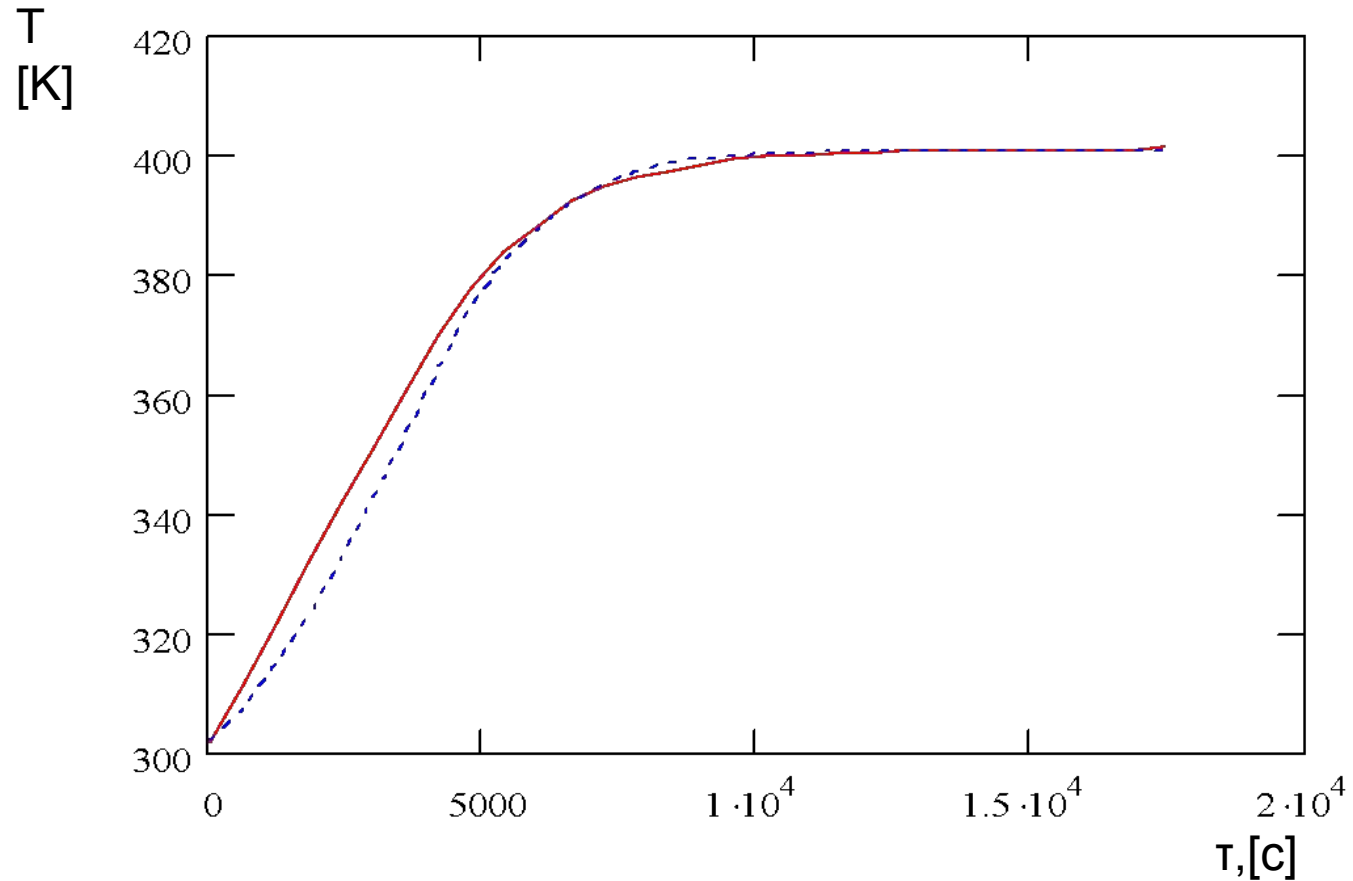
$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} \cdot \rho_2 \cdot V = \frac{\partial Q}{\partial \tau} \frac{1}{r} \quad \frac{\partial Q}{\partial \tau} = \rho \cdot c \cdot V \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (10)$$

- ∂Q – количество теплоты, подведенное к объему древесины,
- r – скрытая теплота парообразования,
- ∂T – изменение температуры,
- ρ – плотность материала, c – теплоемкость материала,
- Δx – толщина слоя древесины.

Сравнение результатов расчета и эксперимента. Температура поверхности образца.

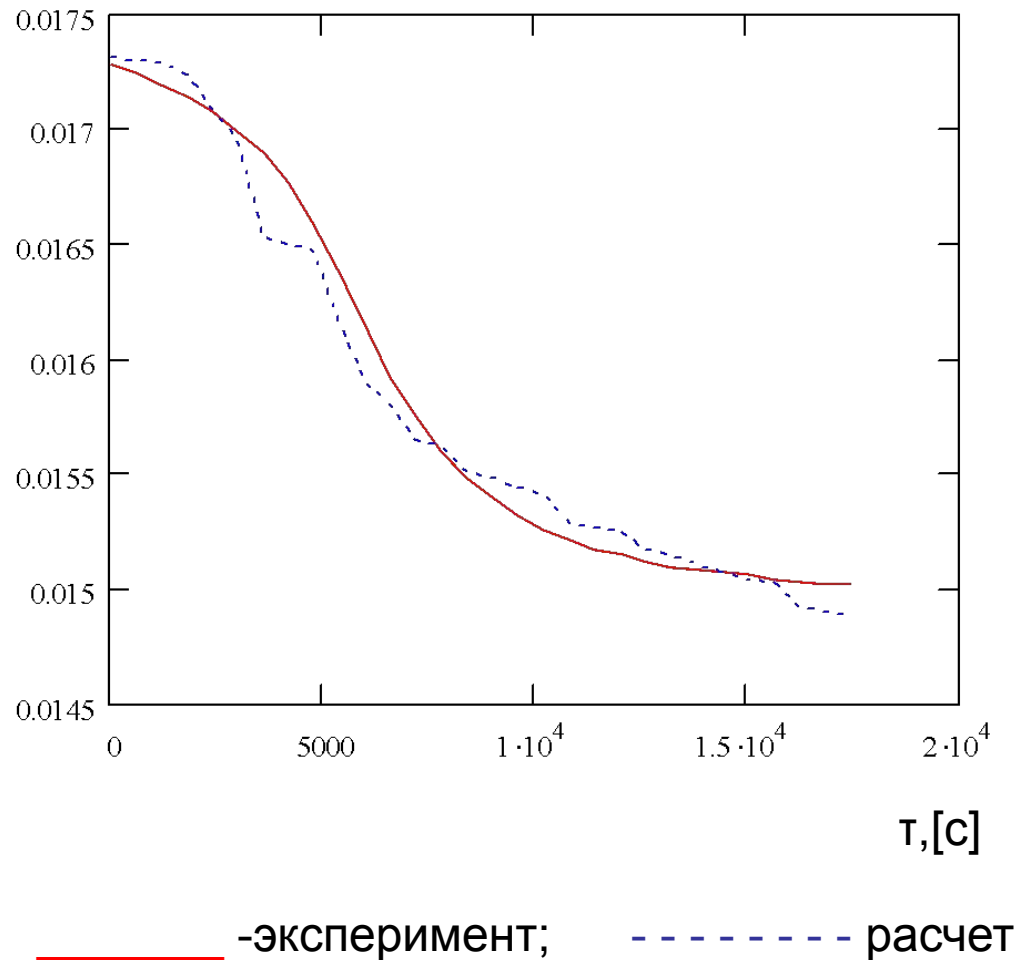


Сравнение результатов расчета и эксперимента. Температура центра образца.



— эксперимент; - - - - - расчет
16

Сравнение результатов расчета и эксперимента. Масса образца.



Определение теплофизических свойств термически модифицированной древесины

- Плотность древесины рассчитывается из уравнения:

$$\rho = \sum_{i=1}^n A_i \cdot \rho_i^o \cdot \exp \left[- A_i \cdot \int_0^{\tau} \exp \left(- \frac{E(\varphi)_i}{R \cdot T(\tau)} \right) d\tau \right] \quad (11)$$

- теплоёмкость древесины

$$c = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^n c_i \cdot \rho_i \quad (12)$$

Коэффициент теплопроводности

$$\lambda = f(\lambda_j)$$

$$\lambda = \lambda_j \cdot \left[B^2 + \frac{\lambda_{j-1}}{\lambda_j} (1-B)^2 + 2 \frac{\lambda_{j-1}}{\lambda_j} \cdot \frac{B \cdot (1-B)}{\frac{\lambda_{j-1}}{\lambda_j} B + 1 - B} \right] \quad (13)$$
$$B = 0,5 + A \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right)$$

при $0 \leq r_{j-1} \leq 0,5$

при $0,5 \leq r_{j-1} \leq 1$

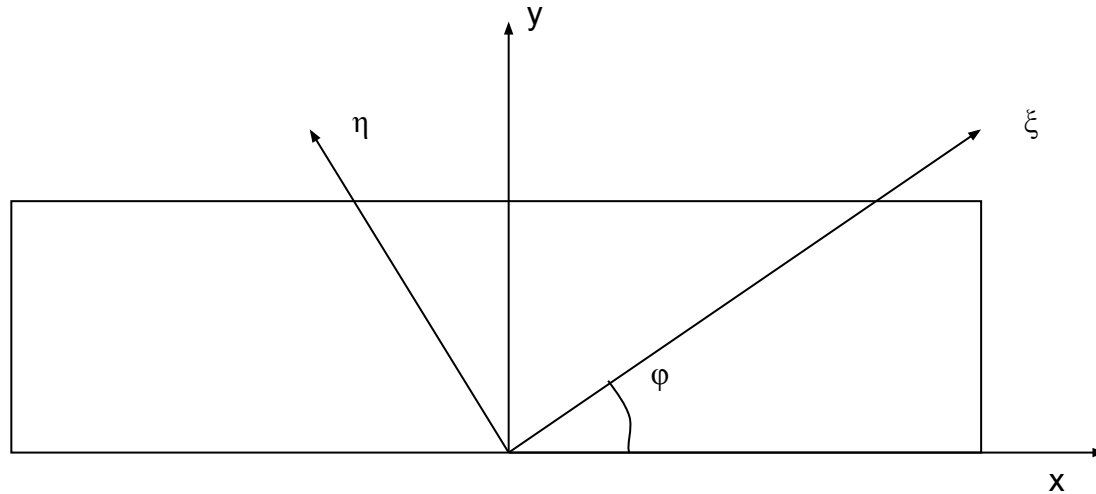
$$A = -1;$$

$$\varphi = 2 \cdot \pi - \arccos(1 - 2 \cdot r_{j-1})$$

$$A = 1;$$

$$\varphi = 2 \cdot \pi - \arccos(2 \cdot r_{j-1} - 1)$$

Коэффициент теплопроводности для анизотропной среды



$$\lambda_x = \lambda_\xi \cos^2(\varphi) + \lambda_\eta \sin^2(\varphi); \quad (14)$$

$$\lambda_y = \lambda_\xi \sin^2(\varphi) + \lambda_\eta \cos^2(\varphi);$$

- где λ_ξ и λ_η - коэффициенты теплопроводности древесины
- вдоль направлений анизотропии

Уравнение Дарси

$$\rho w = -\kappa \frac{\partial P}{\partial r}, \quad (15)$$

$$\kappa = \frac{\kappa_0}{\eta} \quad \kappa_0 = \sigma \cdot M \quad (16)$$

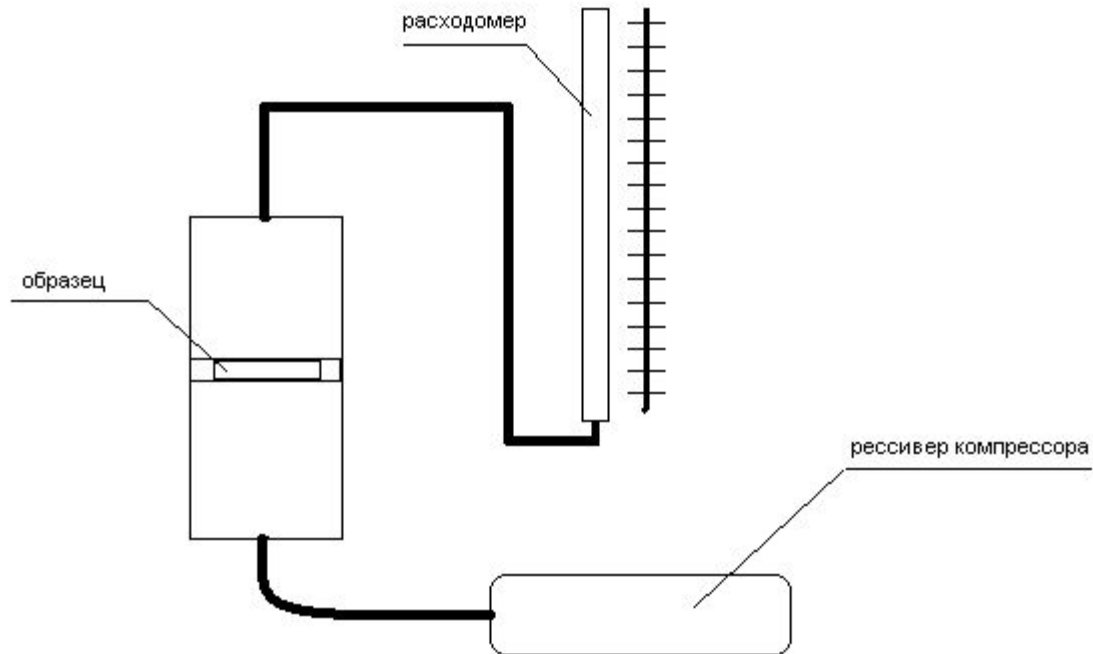
$$M = \left(\frac{\sqrt[n]{\Pi}}{1 - \sqrt[n]{\Pi}} \right)^n, \quad (17)$$

Модифицированное уравнение Дарси

$$-\frac{dP}{dx} = \alpha \eta_1 w_1 + \beta \rho w_1^2. \quad (18)$$

$$\frac{P_1^2 - P_2^2}{2\delta RT} = \alpha \mu G + \beta G^2, \quad (19)$$

Установка для экспериментального исследования проницаемости древесины



Результаты экспериментального исследования проницаемости поперёк волокон в тангенциальном направлении термомодифицированной древесины.

Таблица 3

порода	Температура отжига, [с]	Время воздействия, [с]	Начальная масса образца, [кг]	Конечная масса образца, [кг]	Перепад давлений, [МПа]	Коэффициент воздухопроницаемости, [с]
сосна	–	–	$5,97 \cdot 10^{-3}$	$5,97 \cdot 10^{-3}$	0,101	$4,48 \cdot 10^{-12}$
	250	150	$6,670 \cdot 10^{-3}$	$6,145 \cdot 10^{-3}$	0,101	$4,43 \cdot 10^{-12}$
	–	–	$8,45 \cdot 10^{-3}$	$8,45 \cdot 10^{-3}$	0,101	$1,89 \cdot 10^{-12}$
	250	200	$8,3 \cdot 10^{-3}$	$7,335 \cdot 10^{-3}$	0,101	$2,14 \cdot 10^{-12}$
	300	750	$7,375 \cdot 10^{-3}$	$4,845 \cdot 10^{-3}$	0,101	$3,49 \cdot 10^{-11}$
	300	750	$7,375 \cdot 10^{-3}$	$4,845 \cdot 10^{-3}$	0,051	$3,18 \cdot 10^{-11}$
берёза	–	–	$12,580 \cdot 10^{-3}$	$12,580 \cdot 10^{-3}$	0,101	$1,16 \cdot 10^{-11}$
	270	300	$12,580 \cdot 10^{-3}$	$10,055 \cdot 10^{-3}$	0,101	$1,11 \cdot 10^{-10}$

График зависимости проницаемости древесины сосны от пористости

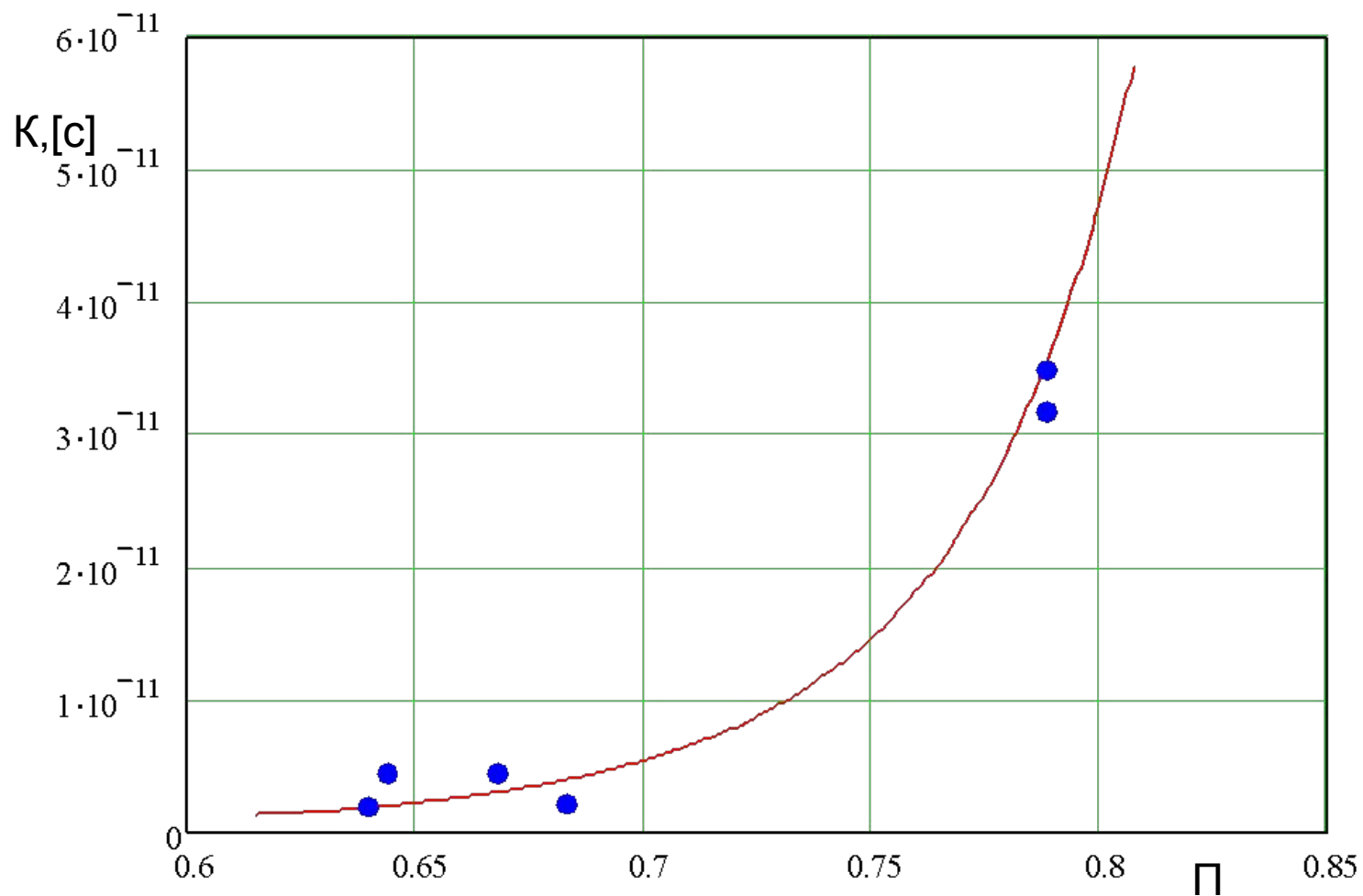
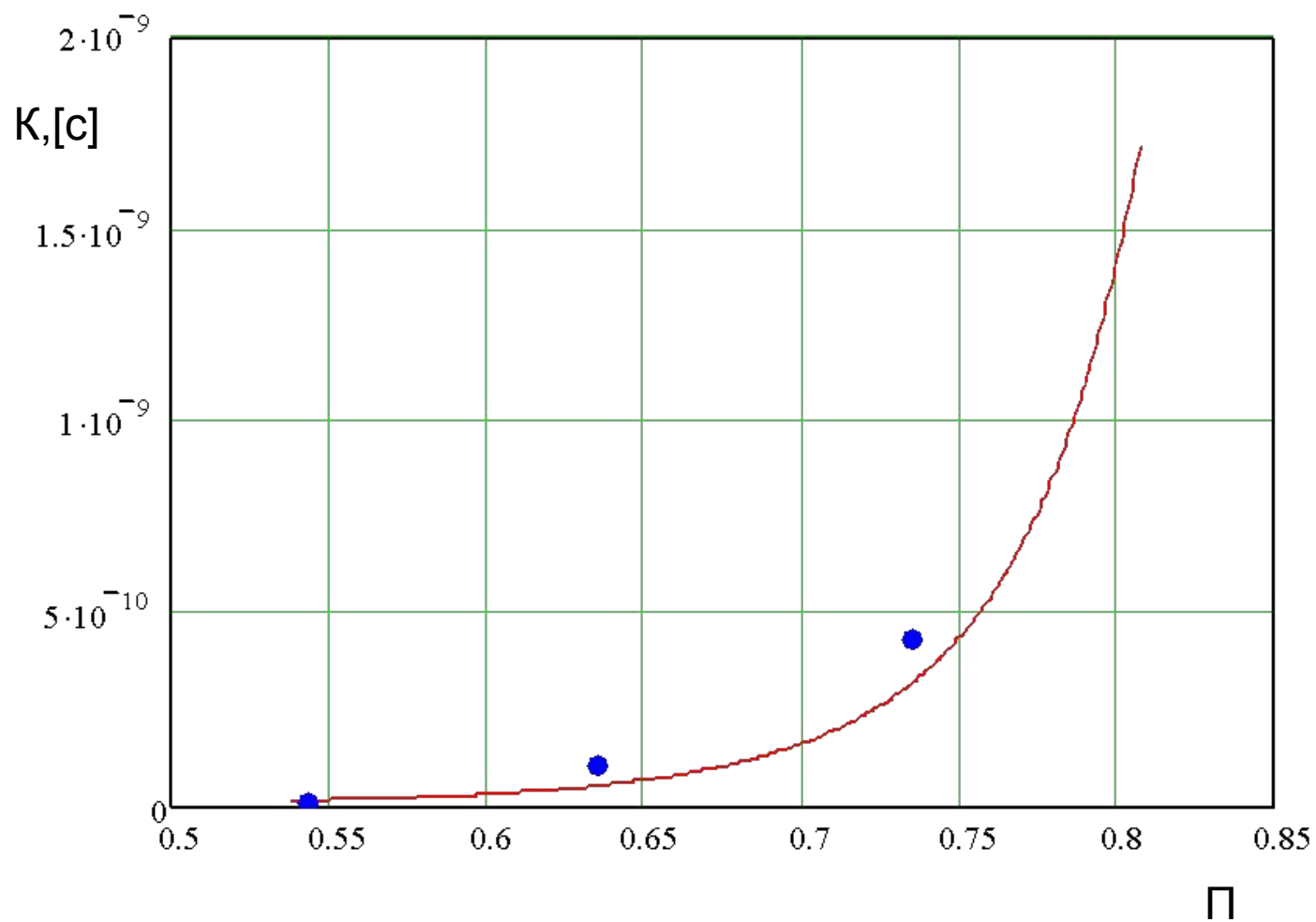


График зависимости проницаемости древесины берёзы от пористости



Графики изменения массы цилиндрического образца при нагреве в вакууме.

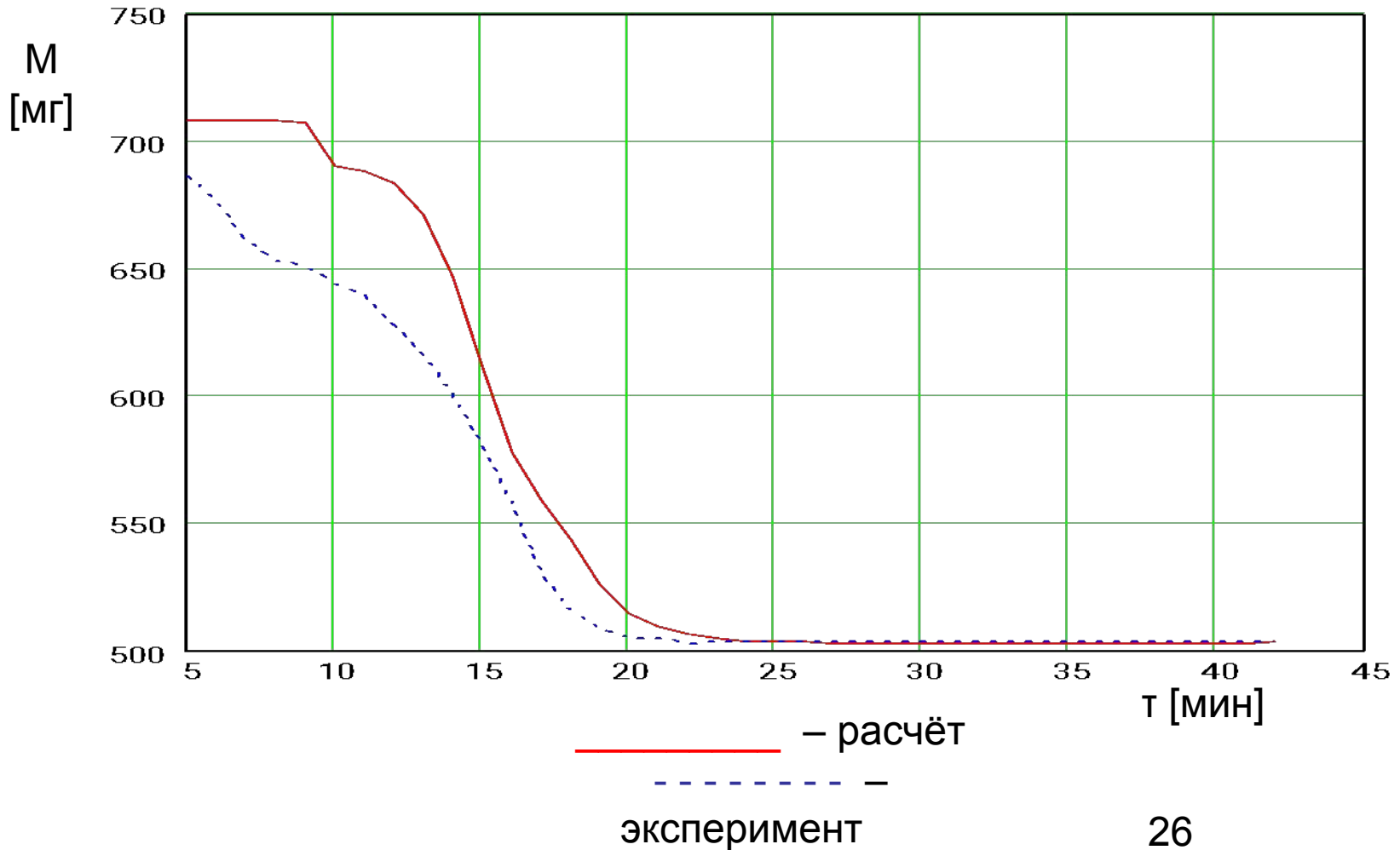
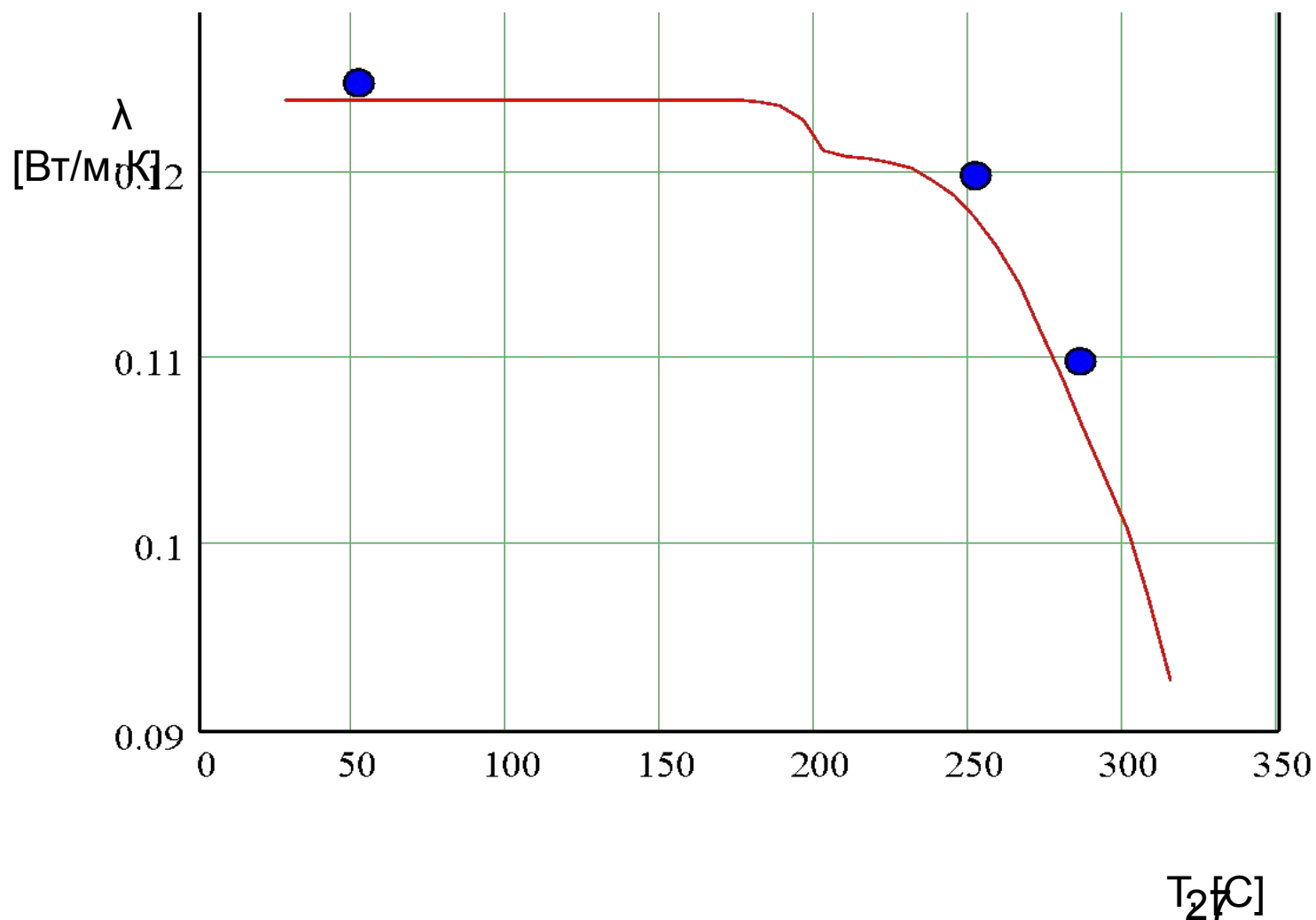


График зависимости коэффициента теплопроводности термически модифицированной древесины сосны от конечной температуры нагрева.



Зависимость характеристик цвета древесины от степени термической деструкции в общем виде

$$\begin{aligned}R(\omega_i) &= \sum_{i=1}^n fr_i(\omega_i) \\G(\omega_i) &= \sum_{i=1}^n fg_i(\omega_i) \\B(\omega_i) &= \sum_{i=1}^n fb_i(\omega_i)\end{aligned}\tag{20}$$

$fr_i(\omega_i)$, $fg_i(\omega_i)$, $fb_i(\omega_i)$ функциональные зависимости R, G, B соответственно;

i - номер стадии термической деструкции;

n - число стадий термической деструкции;

ω_i - степень разложения древесины

Функциональные зависимости характеристик цвета в системе RGB от степени деструкции древесины

$$\begin{aligned}R(\omega_2, \omega_3) &= 205,74 - 385,82 \cdot \omega_2 + 5883 \cdot (\omega_2)^2 + 84,14 \cdot \omega_3 + 570,14 \cdot (\omega_3)^2 \\G(\omega_2, \omega_3) &= 111,67 - 114,78 \cdot \omega_2 + 4009 \cdot (\omega_2)^2 + 39,13 \cdot \omega_3 + 170,04 \cdot (\omega_3)^2 \\B(\omega_2, \omega_3) &= 38,14 - 6,21 \cdot \omega_2 + 2495 \cdot (\omega_2)^2 + 99,74 \cdot \omega_3 - 180,04 \cdot (\omega_3)^2\end{aligned} \tag{21}$$

Где ω_2, ω_3 – степень завершения второй и третьей стадии термической деструкции сосны соответственно

Результаты проверочного эксперимента

R = 109
B = 49
G = 25



R = 113
B = 44
G = 16

Экспериментально
полученный цвет

Расчетный цвет

Прогнозирование длительной прочности образцов из термически модифицированной древесины

- Формула Журкова:

$$\tau = \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_{0n} - \gamma_n \cdot \sigma}{R \cdot T_n}\right) \quad (22)$$

- Долговечность образцов при термической деструкции:

$$\tau = \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_{0,0} - \gamma_0 \cdot \sigma}{R \cdot T}\right) + \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_{0,1} - \gamma_1 \cdot \sigma}{R \cdot T}\right) \cdot f(\omega_1) + \dots + \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_{0,n} - \gamma_n \cdot \sigma}{R \cdot T_n}\right) \cdot f(\omega_n) \quad (23)$$

- Долговечность образцов из модифицированной древесины сосны:

$$\tau = 29510 \cdot \exp\left(\frac{32800 - 117,9 \cdot \sigma}{R \cdot T}\right) - 26810 \cdot \exp\left(\frac{27240 - 58,3 \cdot \sigma}{R \cdot T}\right) f(\omega_1) \quad (24)$$

- Где $f(\omega_1) = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_{0,1}}$ (25)