



Ваш заголовок  
«Модуль.»

Определение.  
Свойства.  
Геометрический  
смысл модуля.»

# Определение.

Модулем неотрицательного действительного числа

$x$  называют само это число:  $|x| = x$ ;

модулем отрицательного действительного числа  $x$

называют противоположное число:  $|x| = -x$ .

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Пример:  $|2|=2$ ,  
 $|-7|=7$ ,

$|1-\sqrt{2}|=\sqrt{2}-1$ , т.к.  $1-\sqrt{2}<0$   
( $1<\sqrt{2}<2$ ).

$|4-\sqrt{3}|=4-\sqrt{3}$ , т.к.  $4-\sqrt{3}>0$ ,  
( $1<\sqrt{3}<2$ ).

# Свойства модуля

1.  $|a| \geq 0$ .

2.  $|ab| = |a||b|$ .

3.  $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ , где  $b \neq 0$ .

4.  $|a|^2 = a^2$ .

5.  $|a| = |-a|$ .

6.  $|a-b| = |b-a|$

7.  $|a+b| = |a| + |b|$

тогда и только тогда ,

когда  **$a \geq 0, b \geq 0$**

8.  $|a| + |b| = a + b$

тогда и только

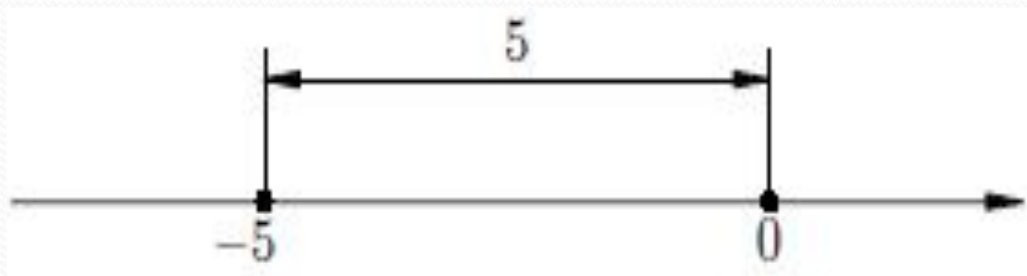
тогда, когда  **$a \geq 0,$**

**$b \geq 0$**

9.  $\sqrt{a^2} = |a|$

# Геометрический смысл модуля

**Модуль числа — это расстояние от начала отсчета до данного числа.**



**Расстояние между точками  $a$  и  $b$   
числовой прямой:**

$$\rho(a; b) = |a - b|$$

## **Выполнение упражнений:**

**1. Чему равны модули чисел:**

**-6; 10; -6,3; 5,2; -0,4; -3,56; 0.**

**2. Покажите на числовой  
прямой множество решений  
уравнений и неравенств:**

**$|x|=2$ ;  $|-x|=2$ ;  $|x| < 5$ ;  $|x| \geq 5$ ;  $|x| \leq 2$ .**

**3. При каких значениях  $x$   
верно равенство:**

$$x=|x|; \quad -x=|-x|; \quad -x=|x|.$$

**4. Где на координатной прямой  
расположены числа  $x$ , если**

$$|x|<2; \quad |x|>3; \quad 4<|x|<5.$$

**5. Найдите :**

**А) отрицательное число, модуль которого равен 27; 17,1;  $\frac{2}{5}$ .**

**Б) положительное число, модуль которого равен 11; 2; 2,3;  $\frac{3}{5}$ .**

**6. Напишите все числа, имеющие модуль 25; 0; 7,5;  $4^5$ .**



**7. Известно, что  $|a|=7$ . Чему равен  $|-a|$ ?**

**8. Между следующими числами поставьте знак  $<$  или  $>$ , чтобы получилось верное неравенство:**

**$|-7,3|$  и  $|-7,9|$  ;**

**$|101|$  и  $|-123|$  ;**

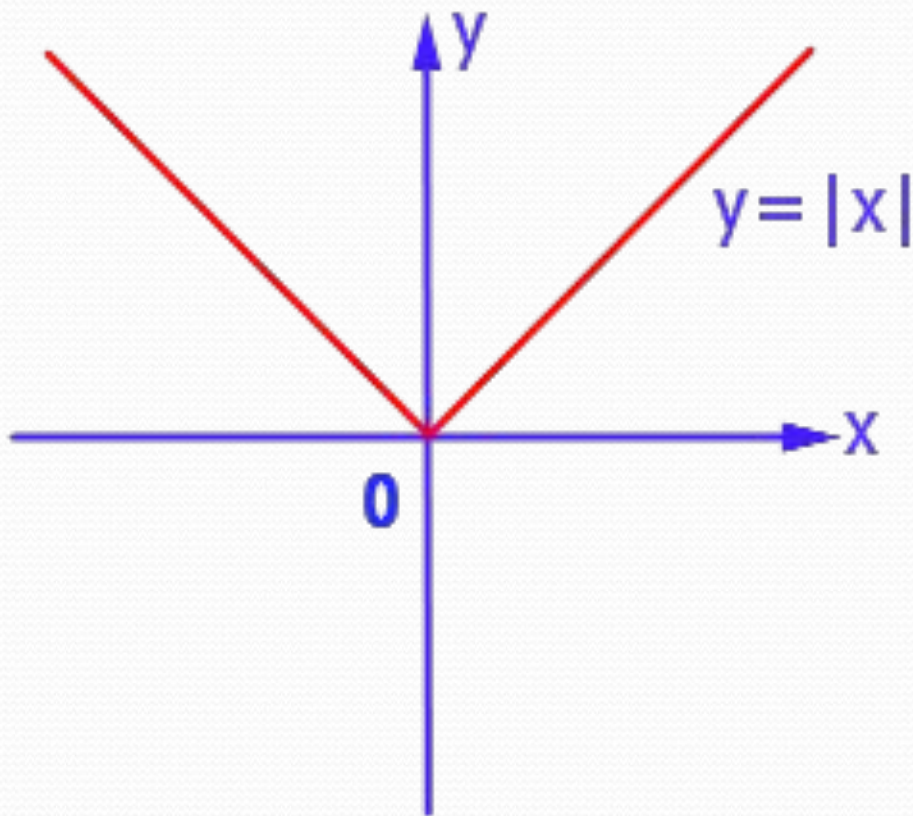
**$|-13|$  и  $|-19|$ .**

## Задание 1.

Построить график и перечислить свойства функции  $y = |x|$ .

$$y = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

# Функция $y = |x|$



1. Область определения –  $(-\infty; +\infty)$ .
2.  $y = 0$  при  $x = 0$ ;  $y > 0$  при  $x < 0$  и  $x > 0$ .
3. Функция непрерывная.
4.  $y_{\text{наим}} = 0$  при  $x = 0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует.
5. Функция ограничена снизу, не ограничена сверху.
6. Функция убывает на луче  $(-\infty; 0]$  и возрастает на луче  $[0; +\infty)$ .
7. Область значений функции – луч  $[0; +\infty)$ .

# Задание 2

Решить уравнение  $|x-1| = 4$

1 способ (аналитический)

По определению модуля:

$$x - 1 = 4, \quad -(x - 1) = 4,$$

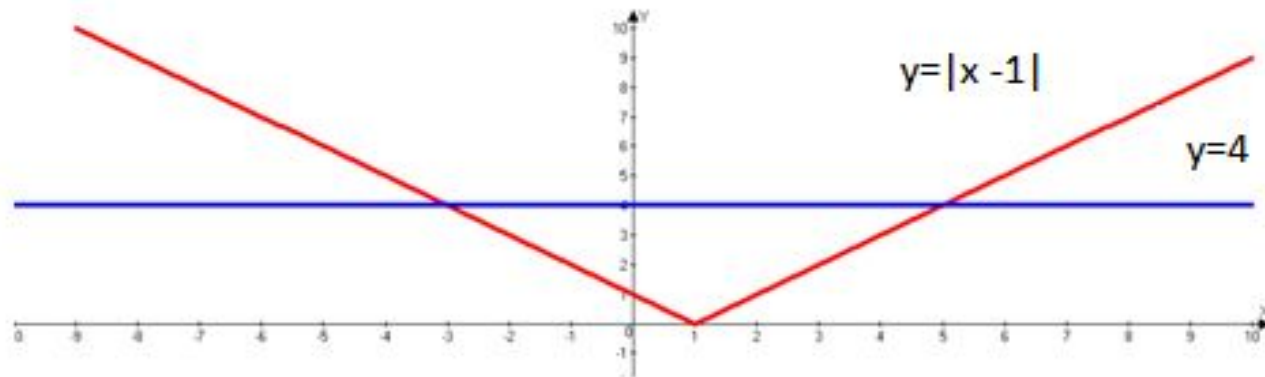
$$x = 5. \quad x - 1 = -4,$$

$$x = -3.$$

Ответ: -3; 5.

## 2 способ (графический)

Построим на одной координатной плоскости графики функций  $y = |x - 1|$  и  $y = 4$ . Абсциссы точек пересечения графиков будут решениями уравнения.



Ответ: -3; 5.

## 3 способ

Переведем аналитическую модель  $|x - 1| = 4$  на геометрический язык: нужно найти на числовой прямой такие точки, которые удалены от точки 1 на расстояние, равное 4.



$$1 + 4 = 5$$

$$1 + (-4) = -3.$$

Ответ: -3; 5.