



# Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

◆ 1. Аналогия между характеристиками электрического и магнитного полей:

Электрическое поле	Магнитное поле
<p>Напряженность эл. поля</p> <p>Для точечного заряда</p> $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r^2}$ <p style="text-align: right;"><math>\vec{E}</math></p>	<p>Индукция магн. поля</p> <p>Для прямого провода</p> $B = \mu\mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot r}$ <p style="text-align: right;"><math>\vec{B}</math></p>
<p>Электрическое смещение</p> $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$	<p>Напряженность магн. поля</p> $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$
<p>Характеристики смысла не имеют, но упрощают матем. описание полей.</p>	

## Первое уравнение Максвелла

представляет собой закон электромагнитной индукции.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Максвелл высказал гипотезу, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводящем контуре.

Иначе «изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое поле, циркуляция которого вдоль произвольного замкнутого контура  $l$  равна

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

## Второе уравнение Максвелла

представляет собой закон полного тока:

$$\oint_l \vec{H} dl = \int (j + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) dS$$

Смысл второго уравнения Максвелла состоит в том, что **любой ток проводимости  $I$  порождает вихревое магнитное поле**, циркуляция которого вдоль произвольного замкнутого контура  $l$  равна  $I$ . Одновременно, **всякое изменение вектора электрического смещения**

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  также как и ток проводимости, порождает вихревое магнитное поле.

$$I = \int_S j dS$$

$$I_{cm} = \int_S j_{cm} dS = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dS$$

## ◆ Третье уравнение Максвелла

представляет собой теорему Гаусса для ЭП:

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^N q_i$$

- ◆ Когда электрический заряд распределен в пространстве непрерывным образом,

$$\sum_{i=1}^N q_i = \int_{(V)} \rho dV$$

- ◆ где  $\rho$  - объемная плотность заряда;  $V$  - объем охватываемый замкнутой поверхностью  $S$ .

(23)

С учетом (22) **третье уравнение Максвелла в интегральной форме принимает вид:**

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV$$

**Третье уравнение Максвелла** отражает тот факт, что **источниками поля вектора электрического смещения являются свободные электрические заряды** (т.е. линии вектора  $D$  начинаются и оканчиваются на свободных зарядах).

- ◆ **Четвертое уравнение Максвелла в интегральной форме** представляет собой теорему гаусса для магнитного поля:

$$\oint_{(S)} \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$$

- ◆ **Четвертое уравнение Максвелла в интегральной форме** отражает тот факт, что в природе нет магнитных зарядов и магнитное поле является вихревым.

# Система уравнений Максвелла

$$(I) \quad \oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$(II) \quad \oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(S)} \left( \vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

$$(III) \quad \oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV$$

$$(IV) \quad \oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0$$

К этим четырем **основным** уравнениям дописывают еще три «материальных» уравнения. Два из них *устанавливают связь* между напряженностями и индукциями электрического и магнитного полей, а третье уравнение представляет собой **закон Ома** в дифференциальной форме:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \quad (1)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad (2)$$

$$\vec{j}_{\text{пр}} = \gamma \vec{E} \quad (3)$$

- ◆ Теория Максвелла является макроскопической теорией.

Теория Максвелла охватила огромный круг экспериментальных фактов, описывающих электрические и магнитные поля макроскопических зарядов и токов, но не смогла объяснить тех явлений, где сказывается внутреннее строение вещества.

- ◆ Например: физических процессов в диэлектриках и магнетиках.



# ◆ Полная система уравнений Максвелла в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

- ◆ Отметим, что в уравнениях Максвелла (1873 г.) заложено **существование электромагнитных волн**. Согласно уравнениям Максвелла, всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, а всякое переменное электрическое поле вызывает появление вихревого магнитного поля.
- ◆ Возбуждение взаимосвязанных электрического и магнитного полей и есть электромагнитная волна. Экспериментальное подтверждение гениальных предсказаний Максвелла было осуществлено в опытах Герца в 1888 г.