Муниципальное Образовательное Учреждение «Лицей №36»

Целая и дробная части числа

Работу выполнил:
ученик 8«5» класса
Асрян Арсен Артурович

Научный руководитель:
учитель алгебры и геометрии
Абросимова Наталья Николаевна

г. Саратов
2011 год

Содержание

Введение

- Мой доклад - неизвестное об известном.
- В школьном курсе очень подробно изучается тема : Функции. Но некоторые из них остаются за пределами школьной программы. Открыв учебник «Алгебра 9» автора Виленкин, я увидел функции, которые называются: Целая и дробная часть числа.
- Мой доклад будет об этих функциях, которые я буду излагать в том порядке, в котором мы изучаем функции в школьном курсе; то есть:
  1. Рассмотрим определения этих функций;
  2. Рассмотрим свойства этих функций:
  D (y), E (y), непрерывность, монотонность и т.д.
  3. Рассмотрим графики этих функций и их преобразования в прямоугольной системе координат.
  4. Решение задач, связанных с этими функциями.

Целая часть числа

- Целой частью числа Х называется наибольшее целое число не превышающее само число Х. Целая часть числа Х обозначается символом [x] или реже E(x) (от фр. Entier «антье» - целый).
- Примеры: [2,6] = 2; [-2,6] = -3.
- Свойство целой части числа:
  если Х принадлежит интервалу [n;n+1), где n – целое число, то [x] = n, т. е. x находится в интервале [[x];[x]+1). Значит [x]=<x<[x]+1.

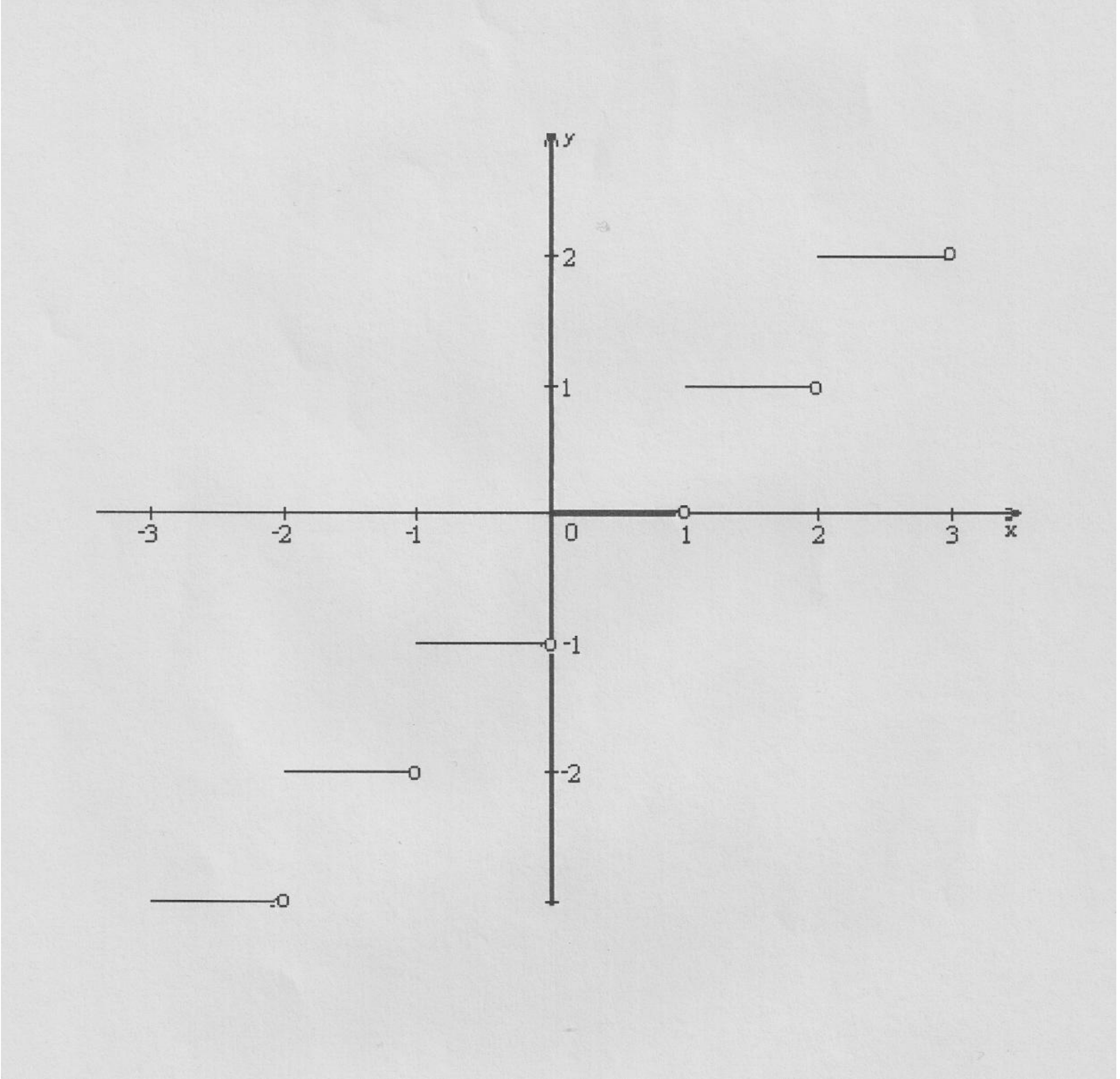
Дробная часть числа

- Дробной частью числа называют разность между самим числом Х и его целой частью.
  $\{x\} = x-[x] \Rightarrow x = [x] + \{x\}$
- Примеры: $\{2,81\} = 0,81$; $\{-0,2\} = 0,8$
- Свойство дробной части числа:
  Дробная часть числа всегда неотрицательна и не превышает 1, то есть
  $\{x\}$ э $[0,1)$

Функция y=[x], её свойства и график

1. Функция имеет смысл для всех значений переменной ***x***, что следует из определения целой части числа и свойств числовых множеств. Следовательно, её областью определения является всё множество действительных чисел.
   D([*x*]) = R.
2. Множество значений функции ***y* = [*x*]**, это множество целых чисел (по определению целой части числа)
   E([*x*]) = Z
3. Функция неограниченна, так как множество значений функции – все целые числа, множество целых чисел неограниченно.
4. Функция разрывная. Все целые значения ***x*** – точки разрыва первого рода с конечным скачком равным 1. В каждой точке разрыва имеется непрерывность справа.
5. Функция принимает значение 0 для всех ***x***, принадлежащих интервалу [0;1), что следует из определения целой части числа. Следовательно, нулями функции будут все значения этого интервала.
6. Учитывая свойства целой части числа функция ***y = [x]*** принимает отрицательные значения при **x<0**, и положительные значения при ***x*>1**.
7. Функция y = [x] кусочно-постоянная и неубывающая.
8. Так как функция y = [x] постоянна на каждом интервале [n;n+1), она не принимает наибольшего и наименьшего значений на области определения.

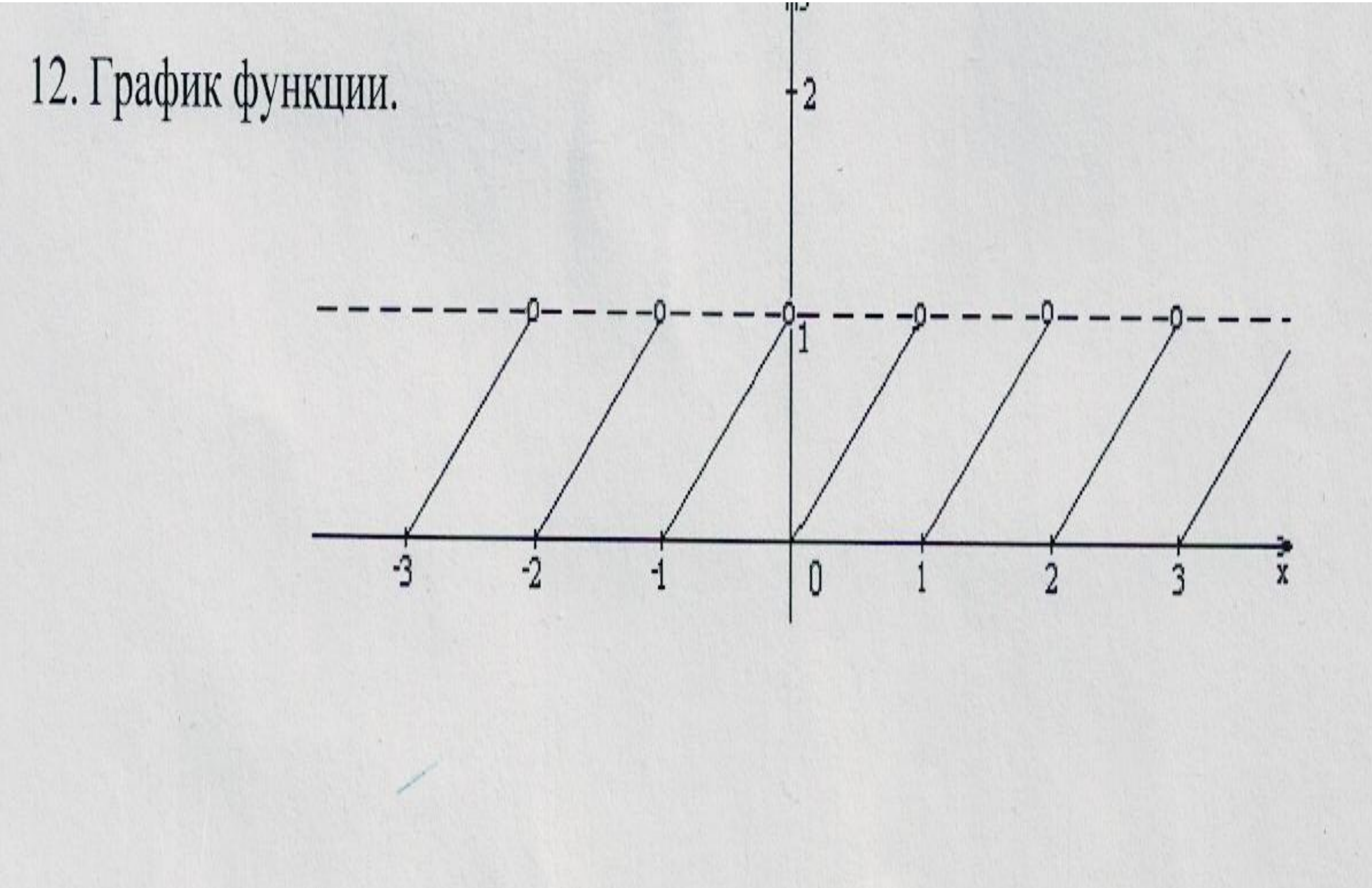
График функции y = [x]



Функция $y=\{x\}$, её свойства и график

1. Функция имеет смысл для всех значений переменной ***x,*** что следует из определения дробной части числа. Таким образом, область определения этой функции все действительные числа:
   D({x}) = R.
2. Функция ***y = {x}***, принимает значения на интервале [0;1), что следует из определения дробной части числа, то есть
   E({x}) = [0;1).
3. Из предыдущего свойства следует, что функция ***y = {x}*** ограничена.
4. Функция ***y = {x}*** непрерывна на каждом интервале [n;n+1), где n – целое число, в каждой точке n функция терпит разрыв первого рода. Скачок равен 1.
5. Функция ***y = {x}*** обращается в 0 при всех целых значениях **x**, что следует из определения функции. То есть нулями функции будут все целочисленные значения аргумента.
6. Функция ***y = {x}*** на всей области определения принимает только положительные значения.
7. Функция, строго монотонно возрастающая на каждом интервале [n;n+1), где n – целое число.
8. Учитывая свойства 4 и 7, на каждом интервале [n;n+1) функция ***y = {x}*** принимает минимальное значение в точке **n**.

График функции ***y* = {*x*}**



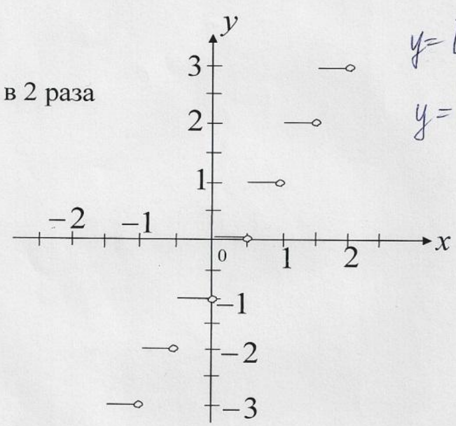
Преобразования графиков в системе координат

Сжатие вдоль оси ОХ

5.

Преобразование графиков в системе координат

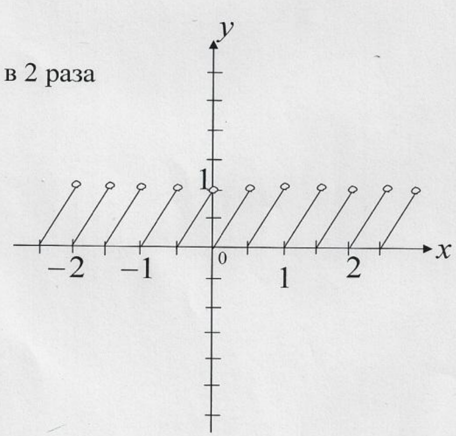
y = [2x]
сжатие
вдоль оси ОХ в 2 раза



$y = [x] + 5$

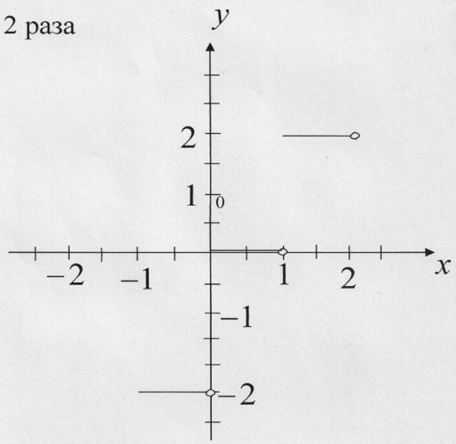
$y = [x+5]$

y = {2x}
сжатие
вдоль оси ОХ в 2 раза

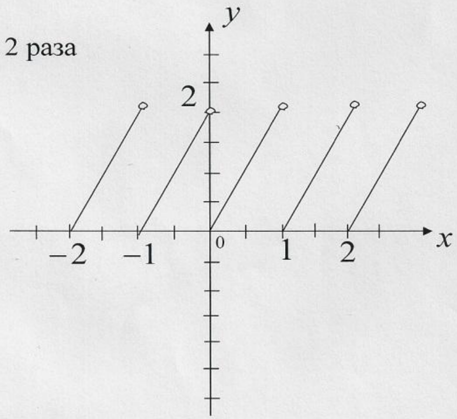


Растяжение вдоль оси OY

y = 2[x]
растяжение
вдоль оси OY в 2 раза



y = 2{x}
растяжение
вдоль оси OY в 2 раза



Графическое решение уравнений содержащих целую и дробную части

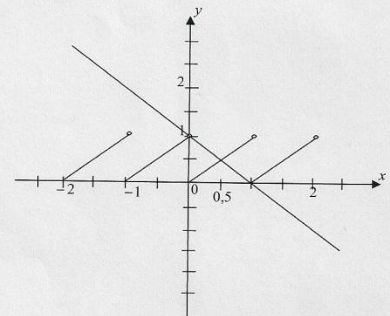
6

Графическое решение уравнений содержащих целую и дробную части числа

$1 - x = \{x\}$

$y_1 = 1 - x$

$y_2 = \{x\}$

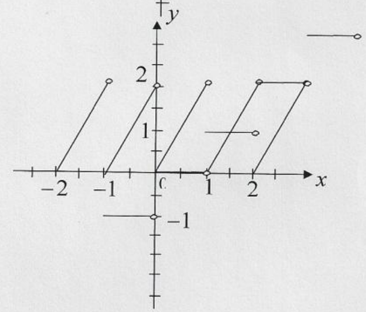


Ответ: $x_1 = 0{,}5$
$x_2 = 1$

$[x] = 2\{x\}$.

$y_1 = [x]$

$y_2 = 2\{x\}$

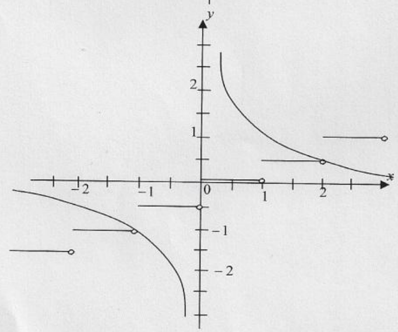


Ответ: $x_1 = 0$
$x_2 = 1{,}5$

$0{,}5[x] = \dfrac{1}{x}$

$y_1 = \dfrac{1}{x}$

$y_2 = 0{,}5[x]$



Ответ: Решений нет.

Решение уравнений, содержащих целую часть числа

1. $[x] = 3$
   $3 \le x < 3+1$
   Ответ: x є [3;4)
2. $[x+1.5] = -5$
   $-5 \le x+1{,}5 < -5{,}5$
   $-6{,}5 \le x < -5{,}5$
   Ответ: x є [-6,5; -5,5)
3. $[2x+0{,}2] = 1$
   $1 \le 2x+0{,}2 < 2$
   $0{,}8 \le 2x < 1{,}8$
   $0{,}4 \le x < 0{,}9$
   Ответ: x є [0,4;0;9)
4. $x + [x] = 0$
   Ответ: $x=0$
5. $[3x-2] = 1{,}5$
   Ответ: Решений нет.

Решение уравнений содержащих дробную часть числа

1. $x = [x]$

   $x - [x] = 0$

   $\{x\} = 0$

   Ответ :x – любое целое число

Список литературы

1. В. А. Кирзимов, Центр образования «Царицыно» №548, М. 2000 г.
2. Милиованова Л. Н. Функции и их исследование. М. Академия педагогических наук РСФСР, 1958 г.
3. Глаголева Е. Г. И Серебринкова Л. Г. Метод координат.
4. Евсюк С. Л. Математика. Решение задач повышенной сложности. Минск «Мисанта» 2003 г.
5. Абрамов А. М., Ивлев Б. М. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа «Просвещение» 1990 г.