

Лекция 1

Основные термины и определения. Метод сечений.

Доцент кафедры
самолетостроения
к.т.н. Мухин Д.В.

1. Основные понятия, предмет и задачи ДИСЦИПЛИНЫ

Механической системой называется совокупность твердых тел. в которой положение и движение каждого тела определяется положением и движением остальных. Твердые тела (или просто тела), входящие в состав системы, называются ее **элементами**.

Явление изменения линейных и угловых размеров тела называется **деформацией**. Деформация является следствием изменения средних расстояний между частицами (молекулами, атомами, ионами) вещества тела.

Будем называть деформацию, вызванную действием на тело сил, **силовой**, а вызванную изменением его температуры— **температурной**. Совместную силовую и температурную деформацию назовем **смешанной**.

Силы и изменение температуры, действующие на тело, называют **внешними факторами**. Приложение к телу внешних факторов называется **нагрузением**, а их удаление (снятие) **разгрузкой**.

Свойство материала тела полностью восстанавливать сразу после разгрузки те взаимные положения частиц (те размеры тела), которые были до нагружения, называется **упругостью**.

Материалы подавляющего большинства тел этим свойством обладают при условии, что внешние факторы, приложенные к телу, не превышают определенных (предельных) в каждом частном случае значений.

Деформация, полностью исчезающая сразу после разгрузки, называется **упругой**.

При превышении внешними факторами предельных значений деформация теряет упругий характер

Деформация, остающаяся в теле после разгрузки, получила название **остаточной** или **пластической**, а способность тела приобретать пластическую деформацию - **пластичностью**.

При дальнейшем увеличении значений внешних факторов деформация достигает размеров, при которых существование тела как единого целого становится невозможным, и наступает его **разделение на части (разрушение)**.

Ни один элемент системы в процессе ее эксплуатации не должен не только разрушаться, но также не должен недопустимо искажаться после разгрузки за счет пластической деформации.

Разрушение хотя бы одного элемента системы или появление в нем недопустимой пластической деформации называется **опасным или предельным состоянием**.

Способность системы выдерживать действие внешних факторов без возникновения опасного состояния называется **прочностью**.

Упругая деформация системы может стать такой, что система, оставаясь прочной, будет неспособна выполнять свое назначение.

Способность системы выдерживать действие внешних факторов без недопустимых перемещений ее точек при упругой деформации элементов системы называется жесткостью.

В некоторых определенно нагруженных элементах систем, при определенных значениях внешних факторов, называемых **критическими**, *малые возмущения вызывают относительно большие перемещения*, причем иногда элементы сохраняют прочность. Это явление называют **потерей устойчивости**

Расчеты систем на прочность, жесткость и устойчивость называют прочностными расчетами.

Если бы наибольшее количество материала, идущее на изготовление системы не ограничивалось требованиями ее максимально возможного облегчения и экономии, а наименьшее - требованиями прочности, жесткости и устойчивости, то надобность в прочностных расчетах отпала бы вообще. Требование экономии материала, как по количеству, так и по качеству, обусловлено требованиями минимальной стоимости деталей. Требование максимально возможного облегчения системы можно пояснить на примере любого летательного аппарата, который будет выполнять свое назначение тем лучше, чем он будет легче, а будучи перетяжелен, не поднимется вообще.

Противоречие между требованиями прочности, жесткости и устойчивости, с одной стороны, и требованием минимально возможного количества материала, идущего на изготовление системы - с другой, явилось стимулом возникновения и дальнейшему развитию науки о прочности, жесткости и устойчивости, так как только прочностной расчет может оптимально удовлетворить этим требованиям.

После сказанного можно дать следующее определение: **сопротивление материалов - наука, методами которой находятся размеры и формы элементов систем, обеспечивающие им прочность жесткость и устойчивость при наименьшем количестве материала, идущего на изготовление.**



Первая попытка аналитического подхода к исследованию вопросов сопротивления твердых тел разрушению (случаи изгиба консольной балки) принадлежит **Галилею** (1638). Предполагая тела абсолютно твердыми, он, естественно, не установил, что их прочность определяется деформацией и поэтому не смог дать исчерпывающего решения задачи..

Основной закон сопротивления материалов, устанавливающий связь между действующими на тело силами и его деформацией, был открыт **Робертом Гуком** (1660) опытным путем и носит его имя. Он был сформулирован Гуком в такой форме:

Ut tensio sic vis
каково перемещение, такова и сила.

На базе этого закона началось развитие науки о прочности которое шло одновременно по двум неразрывно связанным направлениям — теоретическому и экспериментальному.

Особенностью метода сопротивления материалов является то, что все основные выводы этой науки базируются на заранее принятых гипотезах и предположениях, которые должны проверяться, а иногда и выдвигаться экспериментом; целый ряд задач допускает только приближенное математическое решение и точность этого решения должна проверяться опытом; величины, характеризующие упругие, пластические и прочностные свойства различных материалов, называемые их механическими характеристиками, могут быть получены только опытным путем; наиболее ответственные системы и их элементы, например авиационные, перед тем как поступить в серийное производство, проходят лабораторные испытания, в которых доводятся до разрушения, в результате чего определяется разрушающая нагрузка, которая сравнивается с расчетной.

2. Предположения о материале и форме тела

В сопротивлении материалов, как и во всех естественных науках, исследование реального объекта начинается выбора расчетной схемы.

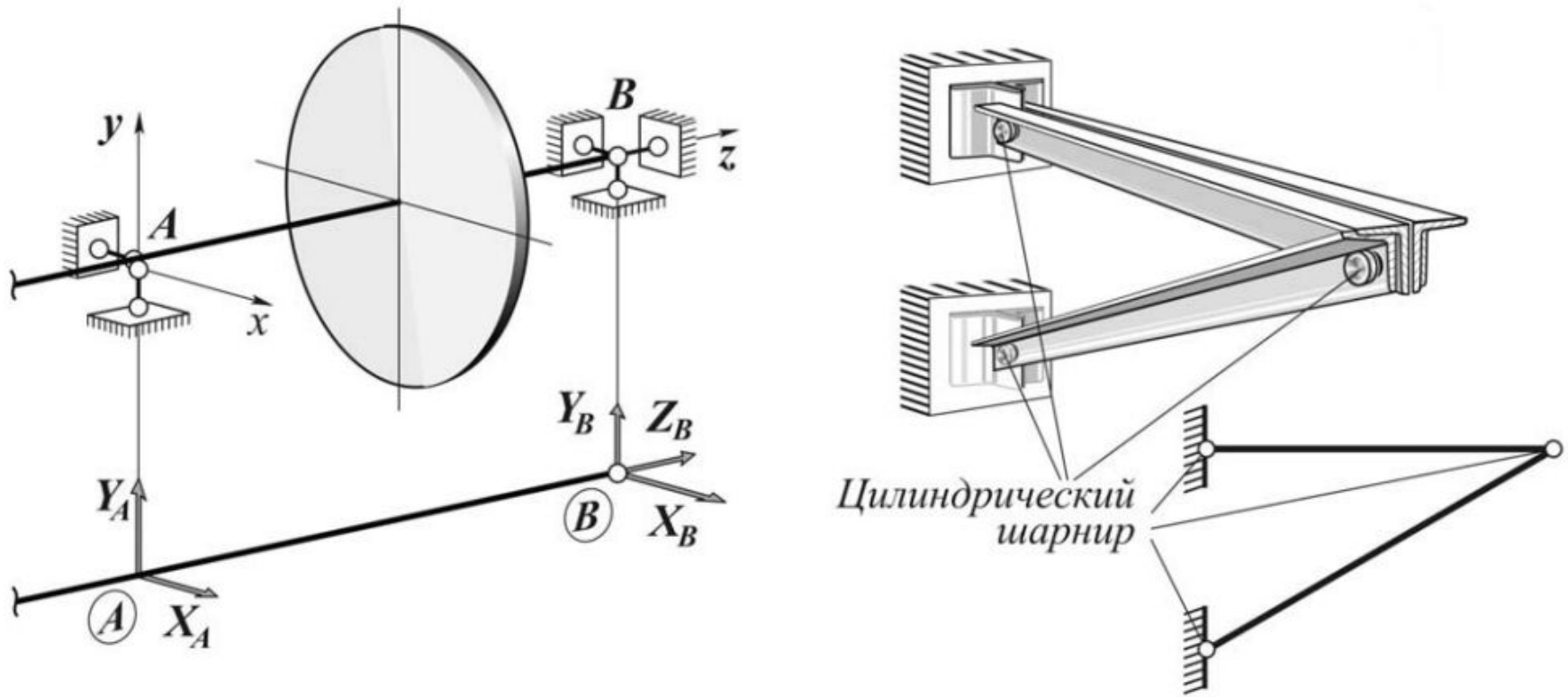
Расчетной схемой (моделью) механической системы называется ее упрощенное представление, принимаемое за основу прочностного расчета.

Расчетная схема определяется совокупностью принимаемых гипотез; методикой расчета, которую собираются применить; упрощенным изображением элементов системы; условным представлением действующих на систему сил; пренебрежением некоторыми размерами и конструктивными деталями элементов, которое практически не сказывается на их прочности

Приступая к расчету проектируемой конструкции, обоснованию ее расчетной схемы и соответствующей ей математической модели следует прежде всего установить, что в данном случае существенно и что несущественно; провести схематизацию объекта и отбросить все факторы, которые не могут сколько-нибудь заметным образом повлиять на суть задачи. Такого рода упрощение задачи является необходимым, так как решение с полным учетом всех свойств реального объекта является принципиально невозможным.

Для одного и того же объекта может быть предложено несколько расчетных схем, в зависимости от стоящей задачи и требуемой точности решения. И наоборот, одной расчетной схеме могут соответствовать различные реальные объекты, что позволяет получать решения для целого класса реальных задач.

Пример



Допущения о свойствах материалов

В дальнейшем, за исключением специально оговоренных случаев, будем принимать для материалов тел четыре гипотезы:

1. Материалы тел предполагаются **совершенно упругими**.
Из этой гипотезы следует независимость окончательной деформации тела от порядка приложения внешних факторов.
2. Материалы предполагаются **изотропными**.
Это означает, что они обладают одинаковыми свойствами в данной точке тела по различным направлениям. В противном случае материалы называются **анизотропными**. Примером анизотропного материала является дерево, которое расколоть вдоль волокон легче, чем поперек.
3. Материалы предполагаются **однородными**.
Отсюда следует, что они обладают одинаковыми свойствами в своих различных точках.
Второе и третье предположения позволяют в дальнейшем записать уравнения закона Гука в наиболее простом виде.
4. Для вещества тела принимается гипотеза **сплошности**.
Предполагается, что материал заполняет объем, ограниченный поверхностью тела, без пустот.

Классификация тел по их форме

По геометрическим признакам и по применяемой к ним методике расчета все тела делятся на: стержни(брусы, балки) , оболочки, пластины и массивные тела.

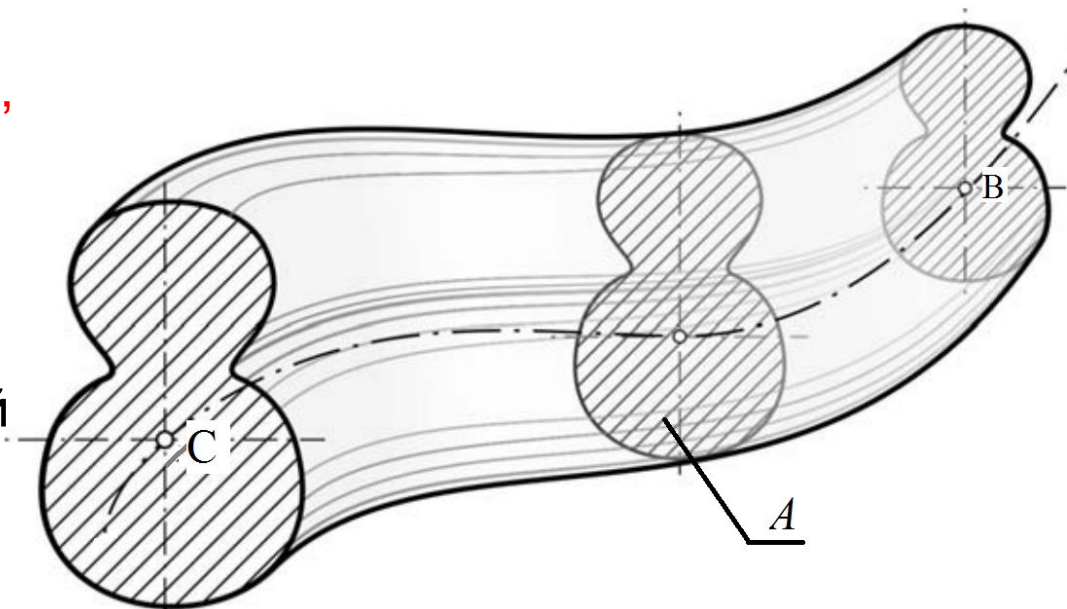
Брус (стержень) — тело, два размера которого одного порядка, а третий - значительно больше.

Этот третий размер называется длиной стержня.

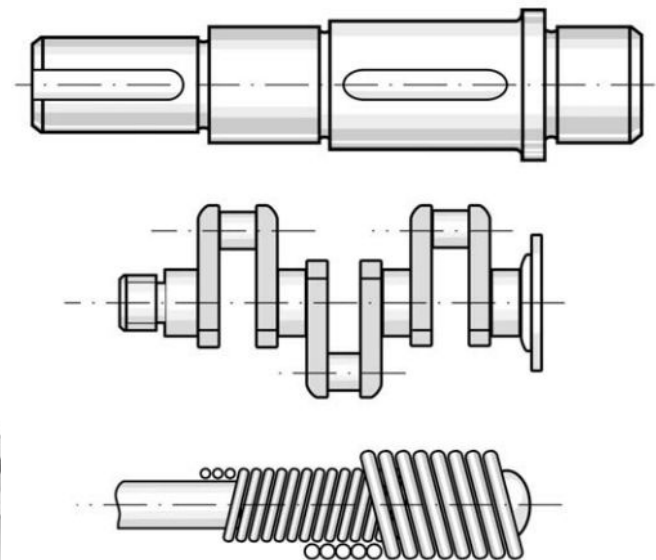
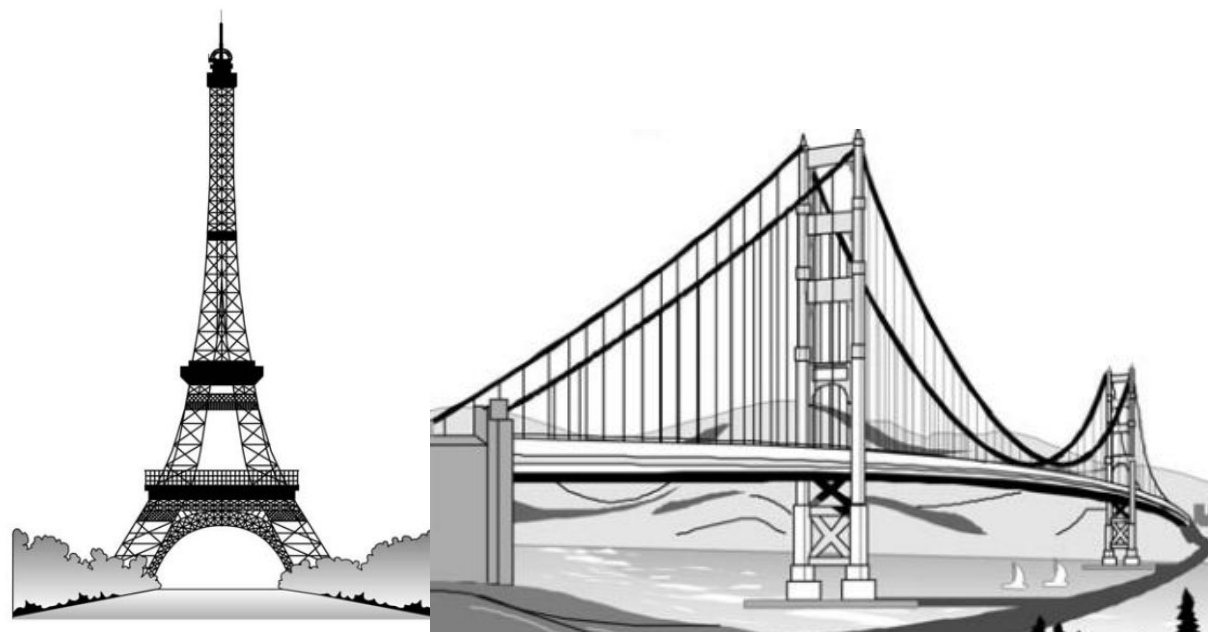
Геометрически стержень можно образовать движением некоторой фигуры A вдоль линии BC таким образом, что центр тяжести фигуры совпадает с этой линией,

а плоскость фигуры нормальна к линии в каждой ее точке. Форма и размеры фигуры в процессе движения могут изменяться.

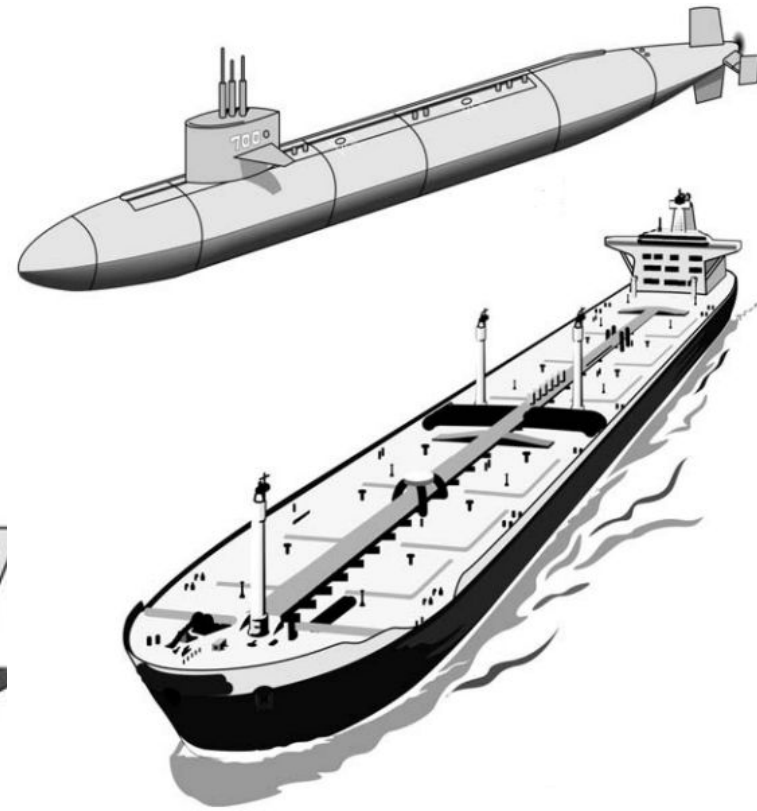
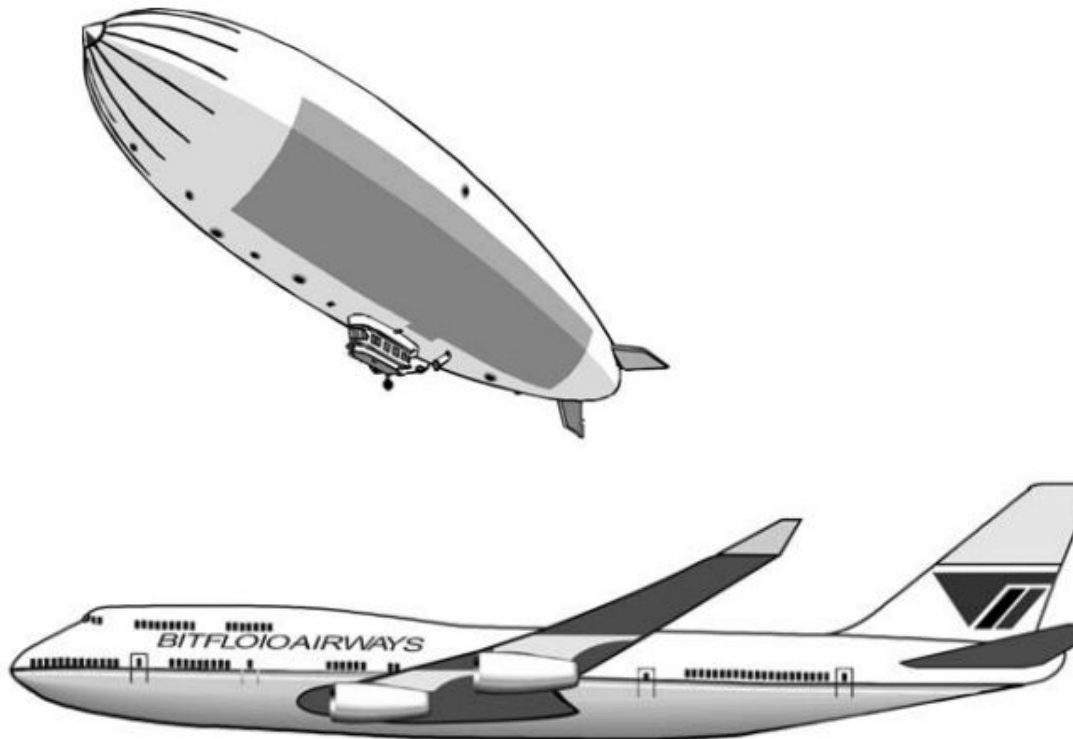
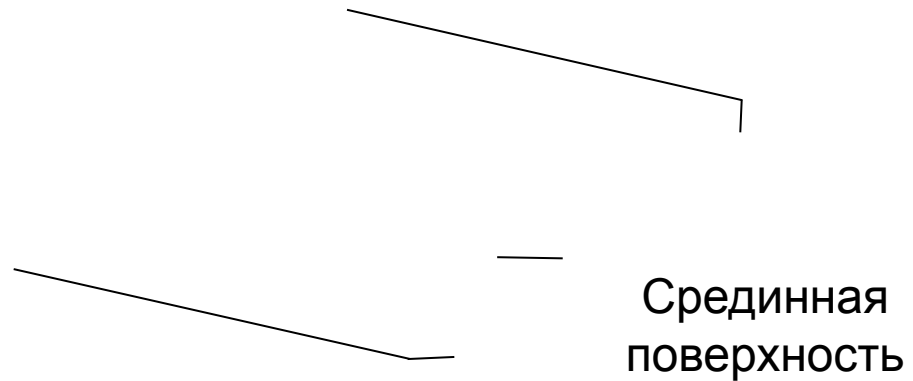
Линия BC называется осью стержня, а фигура - его поперечным сечением. Площадь поперечного сечения обозначим A . Брус с прямой осью будем называть стержнем, а поперечное сечение иногда — просто сечением.

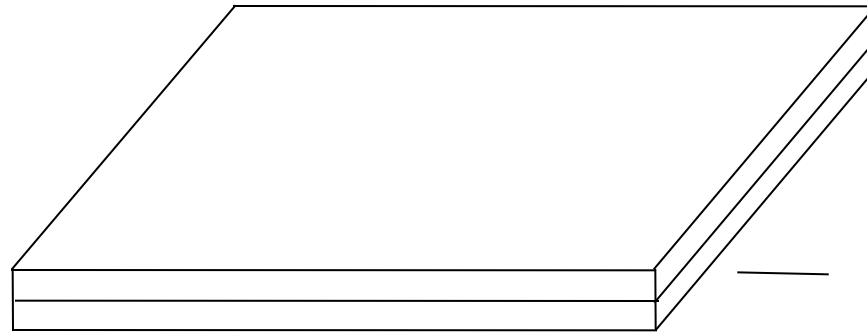


Продольное сечение — сечение призматического стержня плоскостью, параллельной оси, а **волокно** - линия в этом стержне, параллельная оси. Участок стержня — его часть, ограниченная сечениями, в которых или приложены сосредоточенные силы, или начинаются либо заканчиваются участки приложения погонных нагрузок. Граничные сечения участков обозначают арабскими цифрами, а участки - римскими. Участку присваивается номер его правого сечения. Стержни работающие в основном на изгиб называют **балками**. Стержневые элементы, воспринимающие вертикальные сжимающие нагрузки называют **стойками**, а наклонные — **раскосами**. Конструкцию, состоящую из соединенных изгибаемых стержней называют **рамой**, а если стержни работают только на растяжение или сжатие, то **фермой**. Стержень передающий вращательное движение называют **валом**.



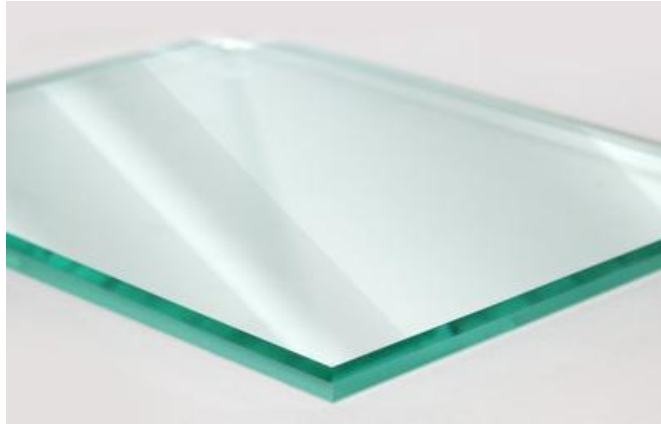
2) **Оболочка** - тело, образованное поверхностями, расстояния между которыми малы по сравнению с их размерами. Эти расстояния называются **толщинами оболочки**. Геометрическое место средин толщин оболочки называется ее **срединной поверхностью**.



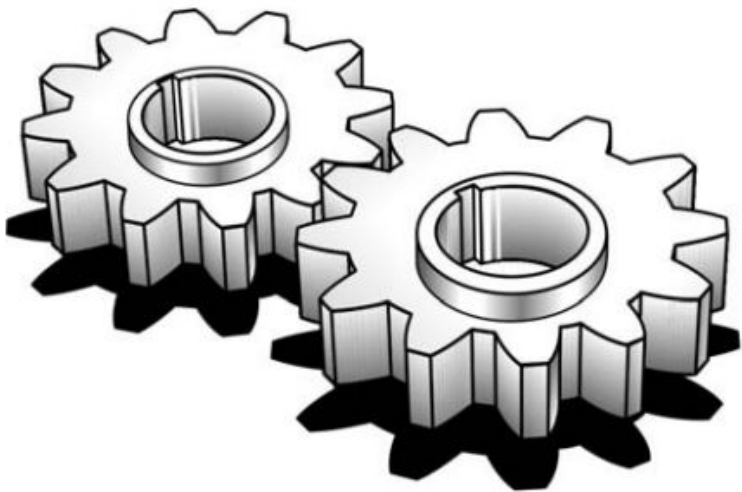


Срединная
поверхность

3) **Пластина** - оболочка, у которой срединная поверхность — плоскость.



Тела, у которых все размеры одною порядка (например, шарик шарикоподшипника), называют массивными телами. (Массивные тела сопротивлением материалов не рассматриваются и их расчетом занимается теория упругости.)



4. Классификации внешних сил и принцип Сен-Венана

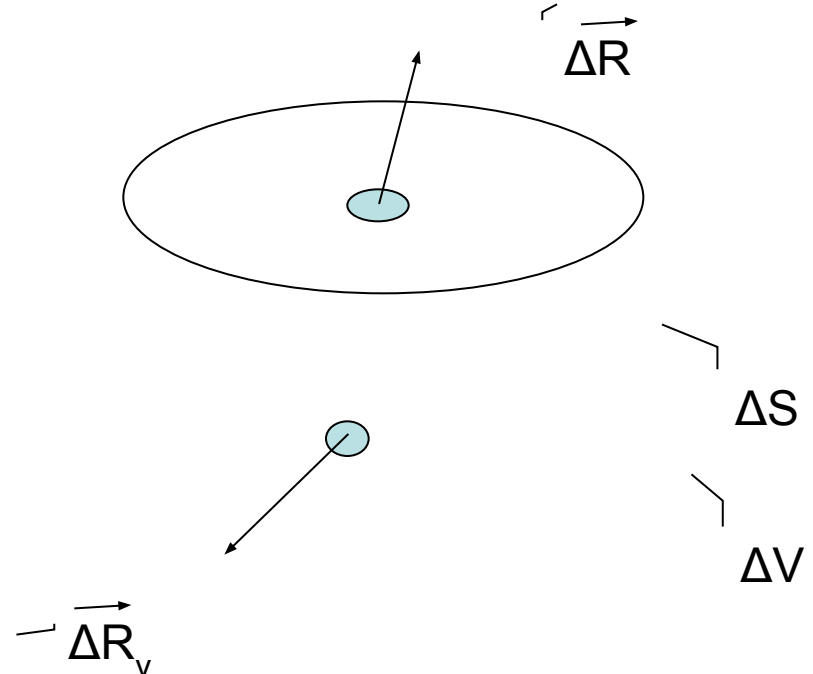
Внешние силы классифицируются по способу приложения к телу и по характеру действия на тело. По способу приложения к телу внешние силы делятся на поверхностные, объемные и сосредоточенные.

1. **Поверхностными** называются силы, распределенные по поверхности, размеры которой одного порядка с размерами поверхности тела.

Поверхностной интенсивностью в каждой точке поверхности S , по которой распределена нагрузка, называется

$$\vec{p} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta R}}{\Delta S}$$

где ΔS — площадка, окружающая произвольную точку поверхности S , а ΔR — равнодействующая поверхностных сил, действующих по этой площадке:



Объемными называются силы, распределенные по всему объему тела.

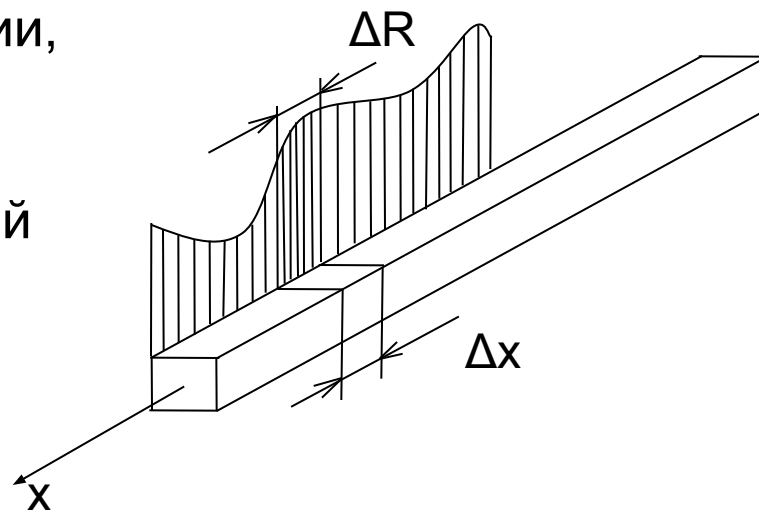
Объемной интенсивностью k в каждой точке объема тела называется

$$k = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta V}$$

Часто поверхностные или объемные силы изменяются только в одном направлении, например при наружении бруса. В этом случае поверхностная или объемная нагрузка называется погонной. Погонной интенсивностью q в каждой точке направления изменения нагрузки называется предел:

$$\vec{q} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta x}$$

где ΔR - равнодействующая погонных сил, действующих по площадке длиной Δx или объему высотой Δx .



Французским ученым *Сен-Венаном* в 1855 г. для упрощения решения прочностных задач было выдвинуто положение, носящее название **принципа Сен-Венана** и в современной инженерной практике используемое в таких формулировках:

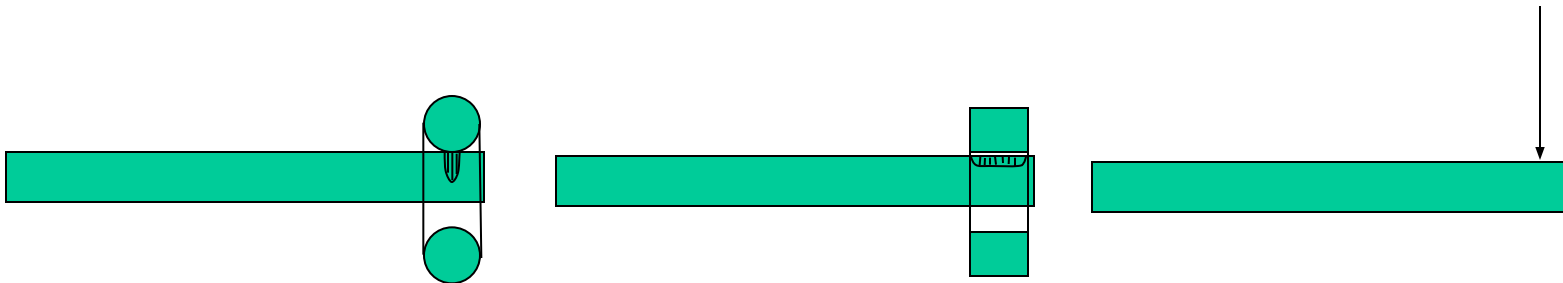
Первая формулировка

При замене данной системы внешних сил статически эквивалентной изменение компонентов деформации и напряженного состояния, имеющее практическое значение, произойдет только в объеме тела, размеры которого имеют порядок наибольшего размера поверхности, по которой распределена данная система, и включающем эту поверхность.

Вторая формулировка (упрощенная)

Особенности приложения нагрузок не сказываются на расстояниях, соизмеримых с областью их приложения.

Нагрузки, имеющие одинаковый главный вектор и главный момент, тоже приложенные на ограниченном участке, вдали от этого участка вызывают почти одинаковое напряженное состояние, независимо от распределения нагрузок на этом участке.



3. **Сосредоточенной силой P** называется равнодействующая поверхностных сил, распределенных по поверхности, размеры которой малы по сравнению с расстоянием до точки, в которой определяются компоненты напряженного и деформированного состояний.

По характеру действия на тело внешние силы делятся на статические и динамические.

1. **Статическими** называются силы, которые прикладываются к телу, возрастая от нуля до рабочего значения, и сохраняют это значение в течение сравнительно длительного промежутка времени. Скорость нарастания силы dP/dt в процессе нагружения должна быть достаточно малой для того, чтобы можно было пренебречь влиянием сил инерции на прочность.

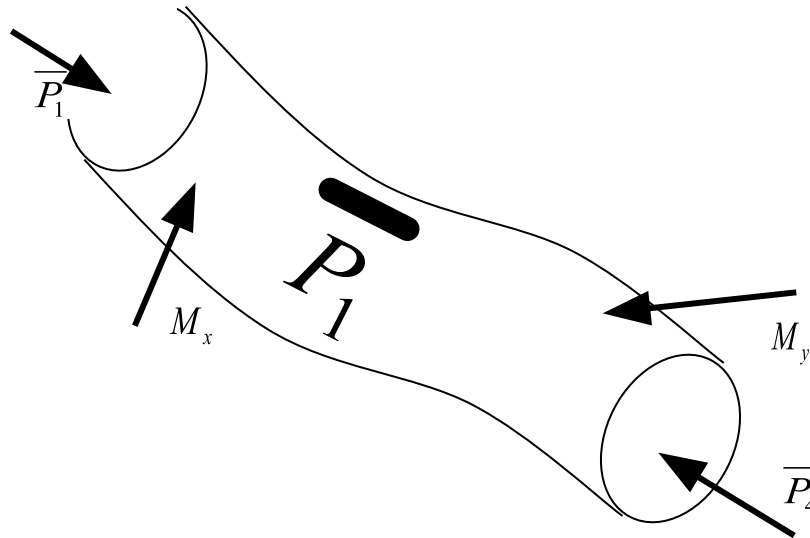
2. **Динамическими** называются силы, скорость нарастания которых велика, или силы, которые изменяют свое значение в течение сравнительно короткого промежутка времени.

5. Метод сечений

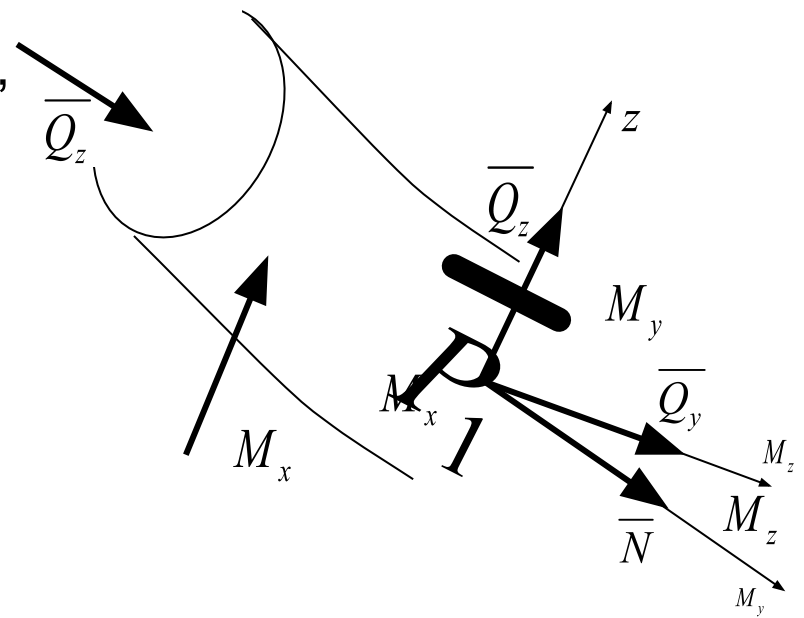
Задача метода сечений состоит в определении главного вектора и вектора главного момента системы сил упругости, действующих в данном поперечном сечении бруса.

Он состоит из четырех операций, которые могут быть последовательно записаны начальными буквами своих названий - РОЗУ (разрезаем, отбрасываем, заменяем, уравниваем) Для решения поставленной задачи:

- 1) Мысленно разрезаем интересующим нас сечением брус на две части, например левую и правую
- 2) Одну из частей, безразлично какую, отбрасываем и рассматриваем оставшуюся (левую)



3) Заменяем действие отброшенной части на оставшуюся системой сил упругости, непрерывно распределенной по сечению, которую приводим к главному вектору сил R и вектору главного момента M . Приняв за точку приведения центр тяжести сечения, разлагаем вектора R и M по координатным осям, в результате получаем три составляющие силы N , Q_y , Q_z и три составляющие пары M_x , M_y , M_z .



Каждому внутреннему силовому фактору присваивается определенное название.

N — нормальное усилие, проекция R на нормаль к сечению или проекция нормальных сил упругости в сечении на ось x

Q_y и Q_z — перерезывающие силы. проекции R на оси y и z соответственно или проекции касательных сил упругости в сечении на оси y и z ;

M_x — крутящий момент - проекция M на нормаль к сечению или момент касательных сил упругости в сечении относительно оси x ;

M_y , M_z -изгибающие моменты относительно осей y и z , проекции M на оси y и z соответственно или моменты нормальных сил упругости в сечении относительно осей y и z .

4. Так как отсеченная часть должна находиться в равновесии (должна быть уравновешена), то должны удовлетворяться в своем равенстве нулю шесть уравнений статики:

$$\sum X = 0$$

$$\sum Y = 0$$

$$\sum Z = 0$$

$$\sum m_x = 0$$

$$\sum m_y = 0$$

$$\sum m_z = 0$$

Уравнений статики столько, сколько неизвестных внутренних силовых факторов, поэтому задача по их определению через внешние силы, приложенные к брусу, всегда однозначно разрешима

Абсолютная величина проекции R на любую ось в данном сечении равняется абсолютной величине алгебраической суммы проекций всех сил по одну сторону от сечения на ту же ось.

$$\left|\overrightarrow{N}\right|=\left|\sum_{лев}P_{ix}\right|=\left|\sum_{прав}P_{kx}\right|$$

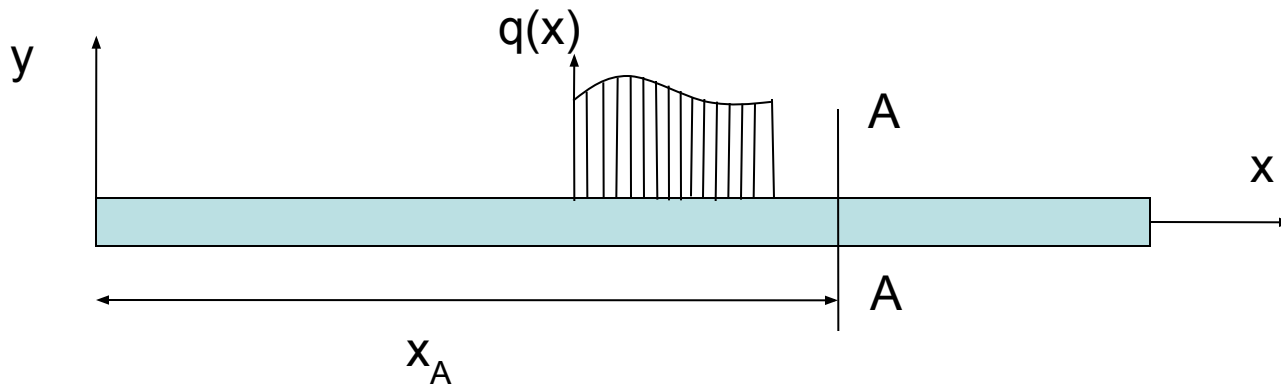
Абсолютная величина проекции M на любую ось в данном сечении равняется абсолютной величине алгебраической суммы моментов всех сил по одну сторону от сечения относительно той же оси.

$$\left|\overrightarrow{M_x}\right|=\left|\sum_{лев}mom_x\overrightarrow{P_i}\right|=\left|\sum_{прав}mom_x\overrightarrow{P_k}\right|$$

Если проекция внешних сил по одну сторону от сечения на ось или их момент относительно оси равны нулю, то равняется нулю и соответствующий внутренний силовой фактор в этом сечении.

Действие погонных нагрузок учитывается путем суммирования (интегрирования) погонной нагрузки расположенной справа и слева от сечения.

Например:



$$N = \int q(x) dx$$

$$M_z = \int (x_A - x) q(x) dx$$

Так как геометрический смысл интеграла – площадь криволинейной трапеции, то эти интегралы называют так же **грузовыми площадками**.

Если интересующее нас сечение находится на участке распределенной нагрузки, то при определении учитывается только часть грузовой площадки расположенная справа (слева) от интересующего сечения.

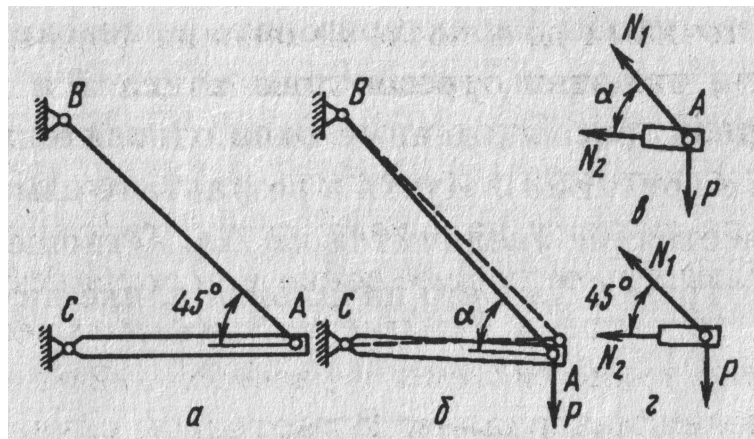
Значения внутренних силовых факторов принято представлять графиками, расположенными над эскизом стержня – эпюрами.

6. Принцип начальных размеров.

Понятие о большой и малой жесткостях тел и систем.

Возможность использования твердых тел как конструкционных материалов основывается на том, что деформации этих тел чрезвычайно малы по сравнению с их размерами. Тела и системы, обладающие этим свойством, называются телами и системами большой жесткости, а не обладающие — малой.

На основании малости перемещений в сопротивлении материалов в методику анализа внутренних сил вводят упрощения, одно из них носит название **принцип начальных размеров**. Согласно этому принципу при составлении уравнений статики тело рассматривается как недеформированное, имеющее те же размеры, какие оно имело до нагружения.



Принятие этого предположения позволяет:

- составлять уравнения статики для недеформированного состояния системы и переносить результаты их решения на состояние деформированное;
- считать углы между одними и теми же элементами системы до и после деформации равными;
- считать изменение угла $\Delta\beta \approx \sin(\Delta\beta) \approx \operatorname{tg}(\Delta\beta)$, $\cos(\Delta\beta) = 1$

Принцип начальных размеров нельзя применять в случае больших перемещений. Кроме того принцип начальных размеров может оказаться неприемлемым и при малых перемещениях, если при этом форма системы меняется качественно.

