



Электричество и магнетизм.  
Колебания и волны

ФИЗИКА

# ЛЕКЦИЯ №15-2

к. пед.н., доцент Полицинский Е.В.





Рассматриваем следующие вопросы:



1

Сопротивление соединения проводников

2

Работа и мощность тока. Закон Джоуля–Ленца

3

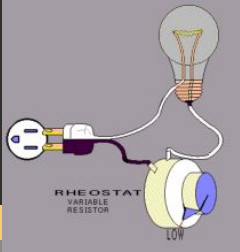
Закон Ома для неоднородного участка цепи

4

Правила Кирхгофа для разветвлённых цепей







## Сопротивление соединения проводников

Проводники в электрических цепях могут соединяться последовательно и параллельно.

Последовательное соединение  $n$  проводников (рис. 46)

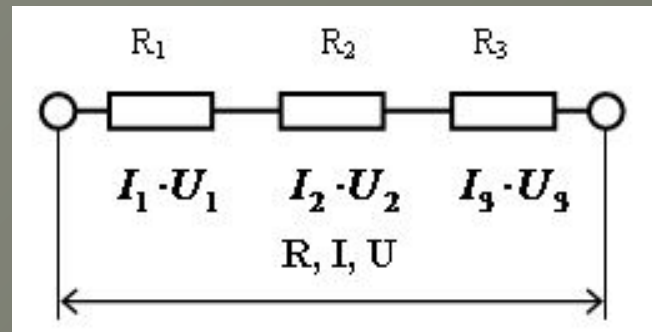


Рис. 46. Последовательное соединение проводников

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I,$$

$$I \cdot R = U = \sum_{i=1}^n U_i = I \cdot \sum_{i=1}^n R_i, \quad (84).$$

$$R = \sum_{i=1}^n R_i.$$



## Параллельное соединение $n$ проводников

(рис. 47)

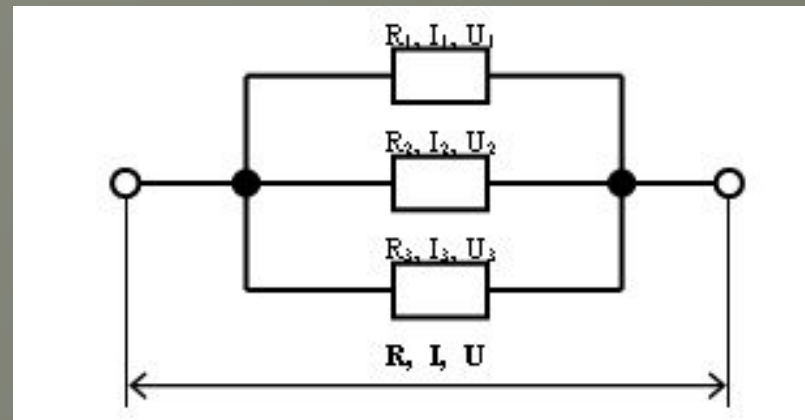


Рис. 47. Параллельное соединение проводников

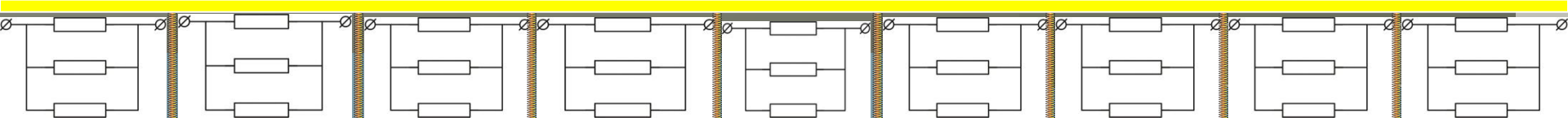
$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U,$$

$$\frac{U}{R} = I = \sum_{i=1}^n I_i = U \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

(85).

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

При параллельном соединении проводников величина, обратная общему сопротивлению цепи, равна сумме величин, обратных сопротивлениям параллельно включенных проводников.





Формулы для последовательного и параллельного соединения проводников позволяют во многих случаях рассчитывать сопротивление сложной цепи, состоящей из многих резисторов. На рис. 48 приведен пример такой сложной цепи и указана последовательность вычислений.

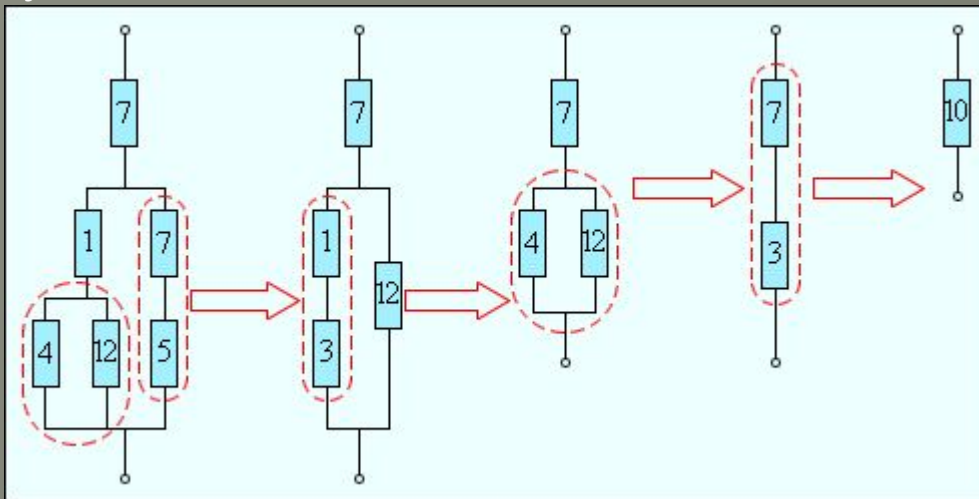


Рис. 48. Расчет сопротивления сложной цепи. Сопротивления всех проводников указаны в омах (Ом).

Цепи, подобные изображенной на рис. 49, а также цепи с разветвлениями, содержащие несколько источников, рассчитываются с помощью **правил Кирхгофа**.

Однако, далеко не все сложные цепи, состоящие из проводников с различными сопротивлениями, могут быть рассчитаны с помощью формул для последовательного и параллельного соединения. На рис. 49 приведен пример электрической цепи, которую нельзя рассчитать указанным выше методом.

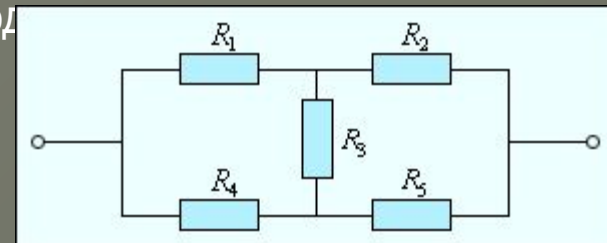
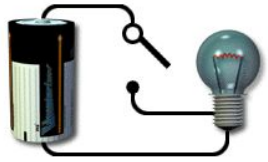


Рис. 49. Пример электрической цепи, которая не сводится к комбинации последовательно и параллельно соединенных проводников

**CURRENT**

## Температурная зависимость сопротивления

Опытным путём было установлено, что для большинства случаев изменение удельного сопротивления (а значит и сопротивления) с температурой описывается линейным законом:

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \quad \text{или} \quad R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \quad (86),$$

где  $\rho$  и  $\rho_0$ ,  $R$  и  $R_0$  – соответственно удельные сопротивления и сопротивления при температурах  $t$  и  $0^\circ \text{C}$ ,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление металлов при очень низких температурах  $T_k$  (0,14 – 20 К), называемых критическими, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля, и металл становится абсолютным проводником. Это явление называется **сверхпроводимостью (рис.50)**.

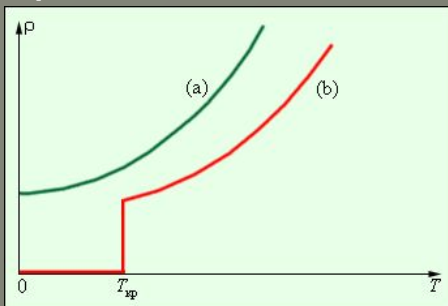


Рис.50  $\rho(T)$

На рис. 50: а – нормальный металл; б – сверхпроводник.

## Работа и мощность тока

Кулоновские и сторонние силы при перемещении заряда  $q$  вдоль электрической цепи совершают работу  $A$ .



Рассмотрим однородный проводник с сопротивлением  $R$  к концам которого приложено напряжение  $U$ .

За время  $dt$  через сечение проводника переносится заряд  $dq = I \cdot dt$ . Работа по перемещению заряда  $q_0$  между двумя точками поля равна:  $A_{12} = q_0 \cdot \Delta\varphi$ , откуда

$$dA = U dq = U \cdot I dt = I^2 \cdot R \cdot dt = \frac{U^2}{R} dt \quad (87).$$

**Мощность тока**

$$P = \frac{dA}{dt} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \quad (88).$$

**Единица мощности – ватт (1 Вт).**

Внесистемные единицы работы тока: ватт-час (Вт·ч) и киловатт-час (кВт·ч). 1 Вт·ч – работа тока мощностью 1 Вт в течение 1 ч:  $1 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 3600 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ . Аналогично  $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 1000 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$ .

### **Закон Джоуля–Ленца**

При прохождении тока по проводнику происходит рассеяние энергии вследствие столкновений носителей тока между собой и с любыми другими частицами среды. Если ток проходит по неподвижному проводнику, то вся работа тока идёт на нагревание проводника (выделение теплоты).





По закону сохранения энергии

$$dA = dQ.$$

$$dQ = I \cdot U dt = I^2 \cdot R dt = \frac{U^2}{R} dt \quad (89).$$

Количество теплоты  $Q$ , выделяющееся за конечный промежуток времени от  $0$  до  $t$  постоянным током  $I$  во всём объёме проводника, электрическое сопротивление которого  $R$ , получаем, интегрируя предыдущее выражение:

$$Q = \int_0^t I^2 \cdot R dt = I^2 \cdot R \cdot t \quad (90).$$

**Закон Джоуля–Ленца (в интегральной форме):** количество теплоты, выделяемое постоянным электрическим током на участке цепи, равно произведению квадрату силы тока на время его прохождения и электрическое сопротивление этого участка цепи.

Выделим в проводнике цилиндрический объём  $dV = dS dl$  (ось цилиндра совпадает с направлением тока). Сопротивление этого объёма

$$R = \rho \cdot \frac{dl}{dS}$$

По закону Джоуля–Ленца, за время в этом объёме выделится теплота:

$$dQ = I^2 \cdot R dt = \frac{\rho dl}{dS} \cdot (j dS)^2 dt = \rho \cdot j^2 dV dt \quad (91).$$



**Удельной тепловой мощностью тока**  $\omega$  называется количество теплоты, выделяющееся в единицу времени в единице объёма:

$$\omega = \frac{dQ}{dVdt} = \rho \cdot j^2 \quad (92).$$

Используя дифференциальную форму закона Ома  $j = \gamma \cdot E$  и определение  $\frac{1}{\gamma}$ , получим **закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме**:

$$\omega = j \cdot E = \gamma \cdot E^2 \quad (93).$$

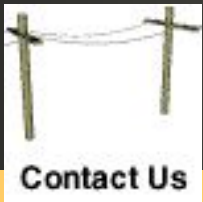
Тепловое действие электрического тока используется в осветительных и электронагревательных приборах, электросварке.

### Закон Ома для неоднородного участка цепи

Рассмотрим неоднородный участок цепи 1–2 на котором присутствуют силы неэлектрического происхождения (сторонние силы). Обозначим через  $\mathcal{E}_{12}$  – ЭДС на участке 1–2,  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  – приложенную на концах участка разность потенциалов.

Если участок 1–2 неподвижен, то (по закону сохранения энергии) общая работа  $A_{12}$  сторонних и электростатических сил, совершаемая над носителями тока, равна теплоте  $Q$ , выделяющейся на участке.





Работа сил по перемещению заряда :

$$A_{12} = q_0 \cdot \varepsilon_{12} + q_0 \cdot \Delta\varphi.$$

ЭДС  $\varepsilon_{12}$ , как и сила тока  $I$ , – величина скалярная. Если ЭДС способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении, то  $\varepsilon_{12} > 0$ , если препятствует, то  $\varepsilon_{12} < 0$ .

За время  $t$  в проводнике выделится теплота:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t = I \cdot R \cdot (I \cdot t) = I \cdot R \cdot q_0$$

Отсюда следует **закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме**, который является **обобщённым законом Ома**:

$$I \cdot R = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12} \quad \text{или} \quad I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R} \quad (94).$$

**Частные случаи:**

- 1). Если на данном участке цепи источник тока отсутствует, то мы получаем закон Ома для однородного участка цепи:  $I = \frac{U}{R}$ .
- 2). Если цепь замкнута ( $\Delta\varphi = 0$ ), то получаем закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{R_{\text{внеш}} + r_{\text{внут}}}, \text{ где } R \text{ – суммарное сопротивление всей цепи, } R_{\text{внеш}} \text{ – сопротивление внешней цепи, } r_{\text{внут}} \text{ – внутреннее сопротивление источника тока.}$$

Отношение  $\eta = \frac{P}{P_{ист}}$ , равное  $\eta = \frac{P}{P_{ист}} = 1 - \frac{r}{R+r} I = \frac{R}{R+r}$ ,

называется **коэффициентом полезного действия источника**.

На рис. 51 графически представлены зависимости мощности источника  $P_{ист}$ , полезной мощности  $P$ , выделяемой во внешней цепи, и коэффициента полезного действия  $\eta$  от тока в цепи  $I$  для источника с ЭДС, равной  $\mathcal{E}$ , и внутренним сопротивлением  $r$ . Ток в цепи может изменяться в пределах от  $I = 0$  (при  $R \rightarrow \infty$ ) до  $I_{кз} = \mathcal{E}/r$  (при  $R = 0$ ).

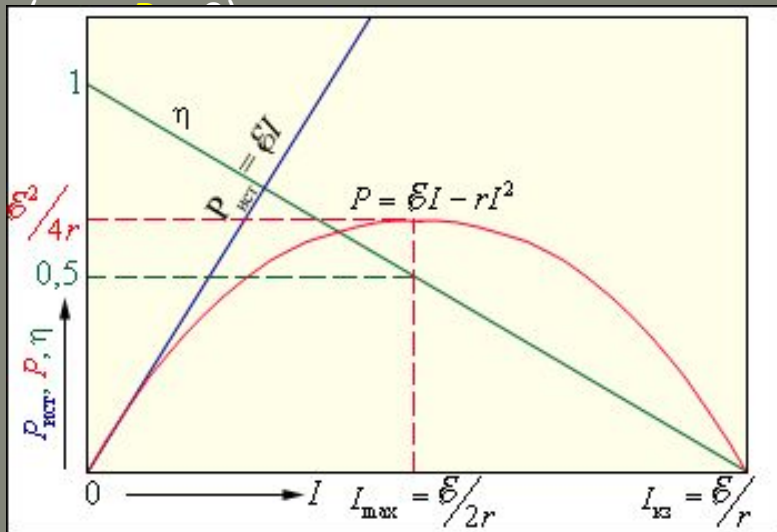


Рис. 51. Зависимость мощности источника  $P_{ист}$ , мощности  $P$  во внешней цепи и КПД источника  $\eta$  от силы тока  $I$ .

Из приведенных графиков видно, что максимальная мощность во внешней цепи  $P_{max}$ , равная

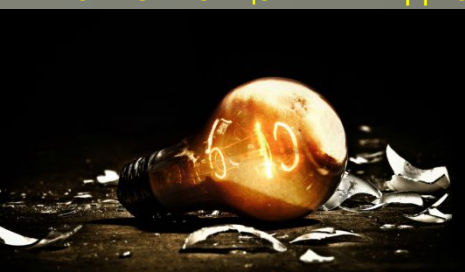
$$P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r},$$

достигается при  $R = r$ . При этом ток в цепи

$$I_{max} = \frac{1}{2} I_{кз} = \frac{\mathcal{E}}{2r},$$

а КПД источника равен 50%. Максимальное значение КПД источника достигается при  $I \rightarrow 0$ , то есть при  $R \rightarrow \infty$ . В случае короткого замыкания полезная мощность  $P = 0$  и вся мощность выделяется внутри источника, что может привести к его перегреву и разрушению.

КПД источника при  $I \rightarrow 0$  равен 100%. В нуль





## Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Для упрощения расчетов сложных электрических цепей, содержащих неоднородные участки, используются **правила Кирхгофа**, которые являются обобщением закона Ома на случай разветвленных цепей.

В разветвленных цепях можно выделить **узловые точки (узлы)**, в которых сходятся не менее трех проводников (рис. 52). Токи, втекающие в узел, принято считать положительными; токи, вытекающие из узла – отрицательными.

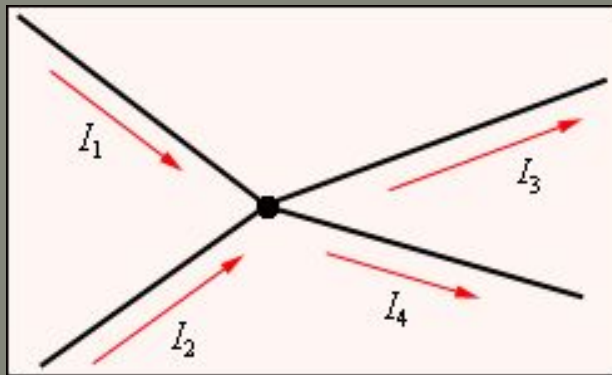


Рис. 52. Узел электрической цепи.

$$I_1, I_2 > 0; \quad I_3, I_4 < 0$$

**Первое правило Кирхгофа:** алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю.

Например, для узла А (рис. 53) первое правило Кирхгофа:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + I_5 - I_6 = 0.$$

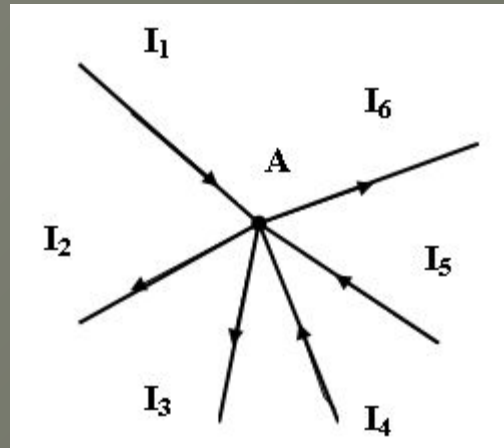


Рис.53. К первому правилу Кирхгофа

Первое правило Кирхгофа является следствием **закона сохранения электрического заряда**.

В разветвленной цепи всегда можно выделить некоторое количество замкнутых путей, состоящих из однородных и неоднородных участков. Такие замкнутые пути называются **контурами**. На разных участках выделенного контура могут протекать различные токи. На рис. 54 представлен простой пример разветвленной цепи. Цепь содержит два узла  $a$  и  $d$ , в которых сходятся одинаковые токи; поэтому только один из узлов является независимым ( $a$  или  $d$ ).

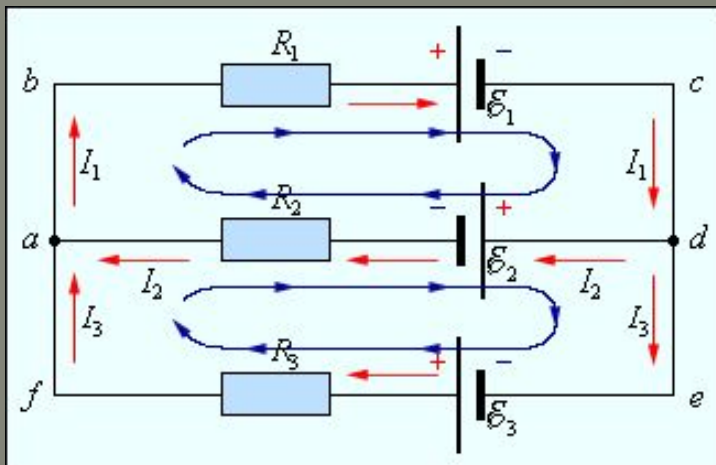
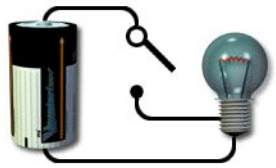


Рис. 54. Пример разветвленной электрической цепи

В цепи можно выделить три контура  $abcd$ ,  $adef$  и  $abcdef$ . Из них только два являются независимыми (например,  $abcd$  и  $adef$ ), так как третий не содержит никаких новых участков.

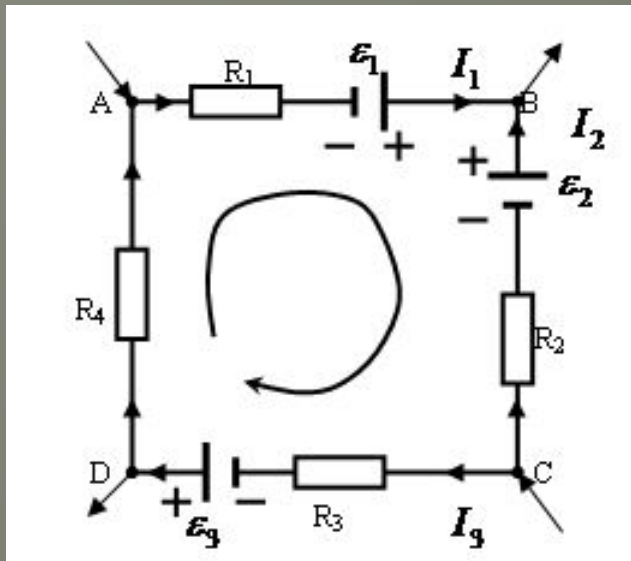
Таким образом, цепь (рис. 54) содержит один независимый узел ( $a$  или  $d$ ) и два независимых контура (например,  $abcd$  и  $adef$ ).



## Второе правило Кирхгофа:

в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвлённой электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов  $I_i$  на сопротивление  $R_i$  соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС  $\varepsilon_k$ , встречающихся в этом контуре:

$$\sum_i I_i \cdot R_i = \sum_k \varepsilon_k \quad (95).$$



Например, для обхода по часовой стрелке замкнутого контура (рис. 55)  $ABCD$  второе правило Кирхгофа имеет вид:

$$I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

Рис. 55. Ко второму правилу Кирхгофа



При расчёте сложных цепей с применением правил Кирхгофа необходимо:

1. Выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получается положительным, то его направление было выбрано правильно, а если отрицательным – его истинное направление противоположно выбранному.
2. Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода. ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против – отрицательными.
3. Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи), каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, чтобы не получались уравнения, которые являются простой комбинацией уже составленных уравнений.

Таким образом, правила Кирхгофа сводят расчет разветвленной электрической цепи к решению системы линейных алгебраических уравнений. Если в результате решения сила тока на каком-то участке оказывается отрицательной, то это означает, что ток на этом участке идет в направлении, противоположном выбранному положительному направлению.



# Электрический ток в различных средах

## Электрический ток в металлах



Электрический ток в металлах – это упорядоченное движение электронов под действием электрического поля. опыты показывают, что при протекании тока по металлическому проводнику не происходит переноса вещества, следовательно, ионы металла не принимают участия в переносе электрического заряда.

Наиболее убедительное доказательство электронной природы тока в металлах было получено в опытах с инерцией электронов. Идея таких опытов и первые качественные результаты принадлежат русским физикам Л. И. Мандельштаму и Н. Д. Гальванометру Г (1913 г.).

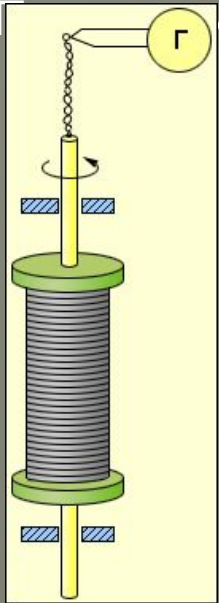


Рис. 56. Схема опыта

Толмена и Стюарта.

В 1916 году американский физик Р. Толмен и шотландский физик Б. Стюарт усовершенствовали методику этих опытов и выполнили количественные измерения, неопровержимо доказавшие, что ток в металлических проводниках обусловлен движением электронов. Схема опыта Толмена и Стюарта показана на рис. 56. Катушка с большим числом витков тонкой проволоки приводилась в быстрое вращение вокруг своей оси. Концы катушки с помощью гибких проводов были присоединены к чувствительному баллистическому гальванометру Г. Раскрученная катушка резко тормозилась, и в цепи возникал кратковременный ток, обусловленный инерцией носителей заряда. Полный заряд, протекающий по цепи, измерялся по отбросу стрелки гальванометра.



При торможении вращающейся катушки на каждый носитель заряда  $e$  действует тормозящая сила

$$F = -m \cdot \frac{dv}{dt},$$

которая играет роль сторонней силы, то есть силы неэлектрического происхождения. Сторонняя сила, отнесенная к единице заряда, по определению является напряженностью  $E_{cm}$  поля сторонних сил:

$$E_{cm} = -\frac{m}{e} \cdot \frac{dv}{dt}.$$

Следовательно, в цепи при торможении катушки возникает электродвижущая сила, равная

$$\varepsilon = E_{cm} \cdot l = -\frac{m}{e} \cdot \frac{dv}{dt} \cdot l,$$

где  $l$  – длина проволоки катушки. За время торможения катушки по цепи протечет заряд  $q$ , равный

$$q = \int Idt = \frac{1}{R} \cdot \int \varepsilon dt = \frac{m}{e} \cdot \frac{l \cdot v_0}{R}.$$

Здесь  $I$  – мгновенное значение силы тока в катушке,  $R$  – полное сопротивление цепи,  $v_0$  – начальная линейная скорость проволоки.



Отсюда удельный заряд  $e / m$  свободных носителей тока в металлах равен:

$$\frac{e}{m} = \frac{l \cdot v_0}{R \cdot q}$$

Все величины, входящие в правую часть этого соотношения, можно измерить. На основании результатов опытов Толмена и Стюарта было установлено, что носители свободного заряда в металлах имеют отрицательный знак, а отношение заряда носителя к его массе близко к удельному заряду электрона, полученному из других опытов. Так было установлено, что носителями свободных зарядов в металлах являются электроны.

По современным данным модуль заряда электрона (элементарный заряд) равен

$$K \approx 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ Кл},$$

а его удельный заряд есть

$$\frac{e}{m} = 1,75882 \cdot 10^{11} \text{ Кл / кг}.$$

Хорошая электропроводность металлов объясняется высокой концентрацией свободных электронов, равной по порядку величины числу атомов в единице объема.





*Спасибо за внимание*

