Открытый банк заданий по математике

Тренировочная работа № 3

B1

Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на $\boxed{190}$ рублей в воскресенье?

30+30

60 руб.

30+30

60 руб.

30+30

60 руб.

190 : 60 ≈ 3,17

Три раза по 2 шоколадки равно 6 шоколадок

Плюс три раза по 1 бесплатной шоколадке.

Итого 9 шоколадок

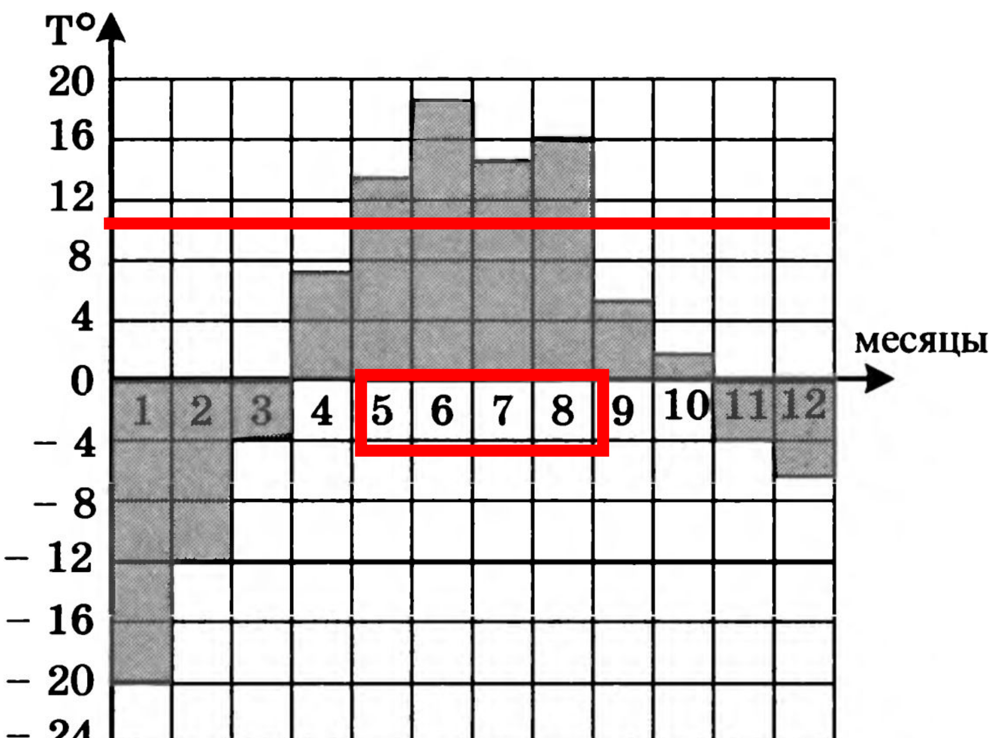
Действительно: 60 рублей · 3 =180 (рублей)

Еще 10 рублей останется.

Ответ: 9

В2

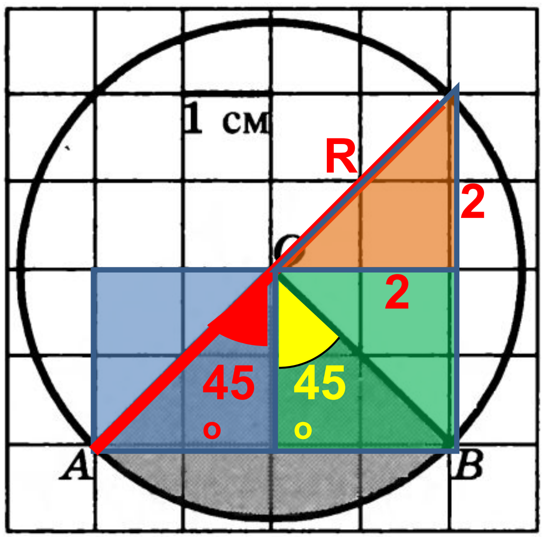
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Свердловске (ныне — Екатеринбург) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько в 1973 году было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия.



Ответ: 4

В3

Найдите площадь S сектора. В ответе укажите $\boxed{\dfrac{S}{\pi}}$. Размер каждой клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Угол AOB равен: **45° + 45° = 90°**

Площадь сектор AOB составляет ¼ часть площади круга.

$S_{круга} = \pi R^2$

$R = 2\sqrt{2}$

$R = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$

$S_{круга} = \pi \cdot (2\sqrt{2})^2$

$S_{круга} = \pi 8$

$$S_{сектора} = \frac{1}{4} S_{круга}$$

$$\frac{S_{сектора}}{\pi} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

$$S_{сектора} = \frac{1}{4} 8\pi = 2\pi$$

Ответ: 2

B4

Строительная фирма планирует приобрести 72 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за $м^3$)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия	Стоимость общей покупки.
А	2850	4900		$2850 \cdot 72 + 4900 =$ 210100
Б	3100	4600	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно	$3100 \cdot 72 =$ 223200 Доставка бесплатно.
В	2900	4800	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно	$2900 \cdot 72 =$ 208800 Доставка бесплатно.

Ответ: 208800

B5

Найдите корень уравнения: $\sqrt{-24-5x}=4$.

$$\left(\sqrt{-24-5x}\right)^2 = 4^2$$

-24 - 5x = 16;

- 5x = 16 + 24;

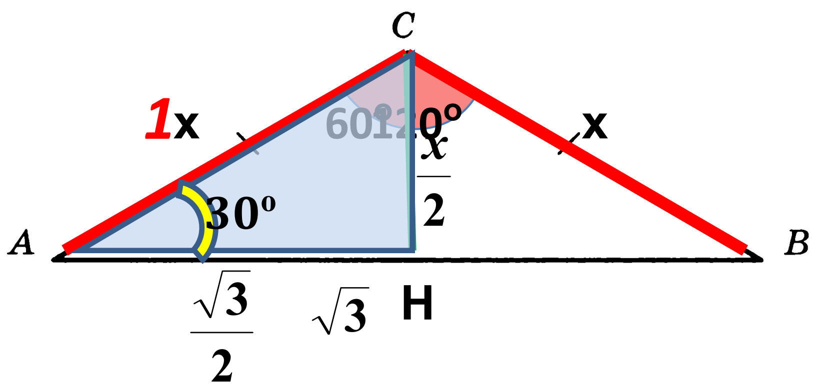
5x = -40;

x = -8.

Ответ: -8

B6

В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 120^o, $AB = \sqrt{3}$. Найдите AC.



1 способ решения:

Используем теорему косинусов:

$$(\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2x \cdot x \cdot \cos 120^o;$$

$$3 = 2x^2 - 2x^2 \cdot \cos(90^0 + 30^0);$$

$$3 = 2x^2 - 2x^2 \cdot (-\sin 30^0);$$

$$3 = 2x^2 + \cancel{2}x^2 \cdot \frac{1}{\cancel{2}};$$

$$3 = 2x^2 + x^2;$$

$$3 = 3x^2;$$

$$x = 1;$$

2 способ решения:

CH – высота, медиана и биссектриса.

△ ACH прямоугольный.

$$\sin 60^0 = \frac{AH}{AC}$$

$$\sin 60^0 = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{AC};$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{AC};$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2AC};$$

$$AC = 1$$

3 способ решения:

$$\angle A = 30^o;$$

Катет CH, противолежащий углу в 30º, равен половине гипотенузы.

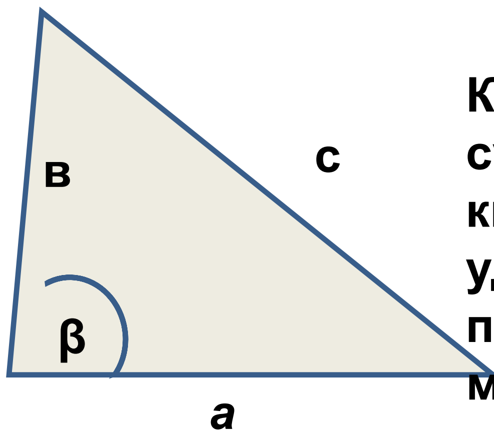
По теореме Пифагора:

$$x^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2; \quad x^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{3}{4}; \quad 4x^2 = x^2 + 3;$$

$$4x^2 - x^2 = 3; \quad 3x^2 = 3; \quad x^2 = 1; \quad x = 1$$

Ответ: 1

Теоретические сведения.



Теорема косинусов.

Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними

$$c^2 = a^2 + в^2 - 2 \cdot a \cdot в \cdot \cos \beta$$

B7 Найдите значение выражения $\dfrac{18}{3^{\log_3 2}}$.

2

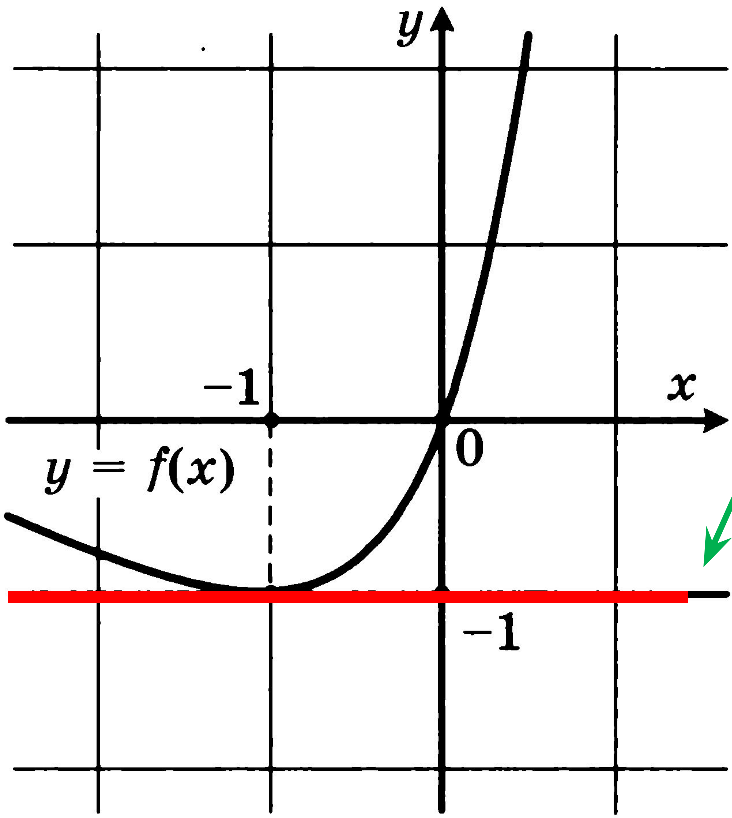
$$a^{\log_a b} = b$$

$$\frac{18}{3^{\log_3 2}} = \frac{18}{2} = 9$$

Ответ: 9

B8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



Касательная параллельна оси ОХ.

Уравнение любой прямой (касательной):

y = kx +b

У нашей прямой все точки имеют одну и ту же ординату -1. Следовательно k = 0.

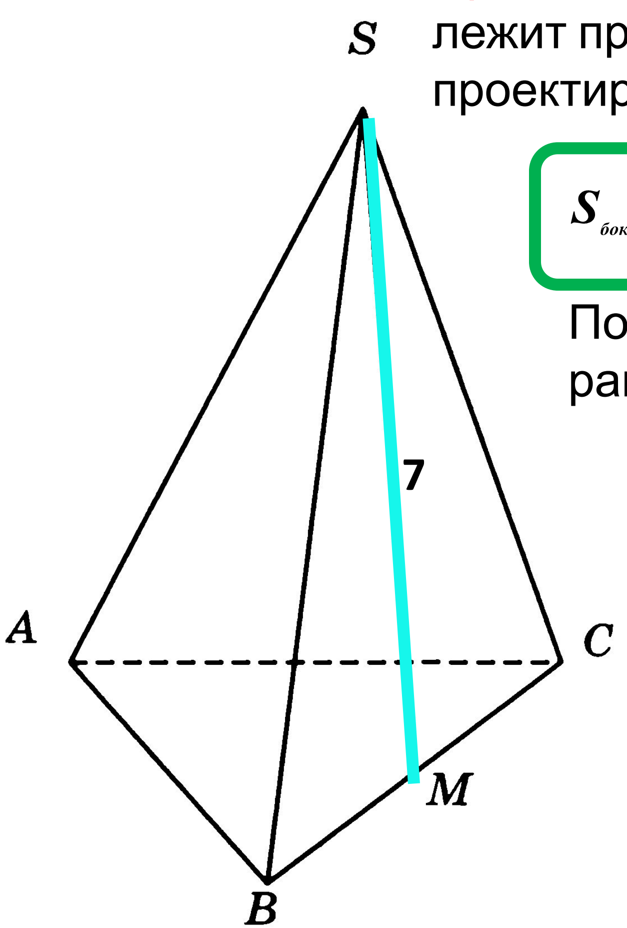
Значение производной функции y = f(x) в точке х = *a* равно угловому коэффициенту касательной к графику функции y = f(x) в точке х =*a*.

f´(x) = 0

Ответ: 0

B9

В **правильной треугольной** пирамиде $SABC$ M — середина ребра BC, S — вершина. Известно, что $SM = 7$, а **площадь боковой поверхности равна 63.** Найдите длину отрезка AB.



Правильная пирамида - пирамида, у которой в основании лежит правильный n-угольник, а вершина пирамиды проектируется в центр этого n-угольника.

$$\boxed{S_{бок} = \frac{1}{2} p \cdot a,}$$ **где *a* - апофема**

По условию апофема равна 7

$S_{бок} = 63$

$$63 = \frac{1}{2} p \cdot 7, \qquad p = \frac{2 \cdot \cancel{63}^{9}}{\cancel{7}},$$

P = 18

В основании лежит равносторонний треугольника

18 : 3 = 6; AB = 6

Ответ: 6

B10

В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

Для нахождения вероятности случайного события A при проведении некоторого опыта следует:

1) найти число N всех возможных исходов данного опыта;

2) найти количество N(A) тех исходов опыта, в которых наступает событие A;

3) найти частное $\frac{N(A)}{N}$; оно и будет равно вероятности события A.

Число всех возможных исходов – это N = 10 (все свободных машин).

Число благоприятных исходов – это N(A) = 1 (по вызову придет желтое такси).

Вероятность находим, как отношение благоприятных исходов эксперимента N(A) = 1 к числу всех возможных исходов N = 10.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

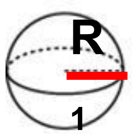
Ответ: 0,1

B11

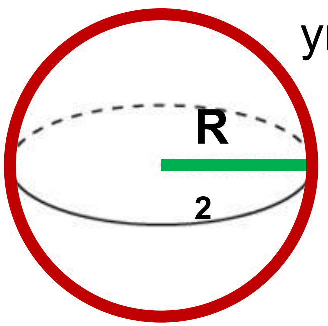
Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

1) Т.к. объем шара прямо пропорционален **кубу** радиуса, то при увеличении радиуса в 2 раза объем шара увеличится

$V_1 \to R^3$



$V_2 \to (2R)^3$



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R^3}{(2R)^3}; \qquad \frac{V_1}{V_2} = \frac{R^3}{8R^3}; \qquad 8V_1 = V_2 \qquad 2^3 = 8 \qquad \Rightarrow \text{в 8 раз}$$

Следовательно, вес шара тоже увеличится в 8 раз.

0,5 · 8=4

2)

P=mg ; m=ρV ; $V = \frac{4}{3}\pi R^3;$

$\boxed{P = pgV}$

$$P = \frac{4}{3} pg\pi R_1^3; \qquad R_2 = 2R_1 \qquad P_2 = \frac{4}{3} pg\pi (2R_1)^3$$

$$P_2 = 8 \cdot pg \cdot \frac{4}{3}\pi R_1^3 \qquad V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 0{,}5;$$

От перестановки мест сомножителей произведение не меняется

$$P_2 = 8 \cdot pg \cdot 0{,}5 = 4pg$$

Ответ: 4

B12

Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\boxed{\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%}$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника $\boxed{T_2 = 275}$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

$$\frac{T_1 - 275}{T_1} \cdot 100\% \geq 45\% \quad \Big| \; : 5$$

$$\frac{T_1 - 275}{T_1} \cdot 20 \geq 9;$$

$$(T_1 - 275) \cdot 20 \geq 9T_1;$$

$$20 \cdot T_1 - 275 \cdot 20 \geq 9T_1;$$

$$20 \cdot T_1 - 9T_1 \geq 275 \cdot 20;$$

$$11 \cdot T_1 \geq 275 \cdot 20;$$

$$T_1 \geq 500$$

Ответ: 500

B13

Два автомобиля отправляются в $\boxed{420}$-километровый пробег. Первый едет со скоростью на $\boxed{10 \text{ км/ч}}$ большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

	S	v	t
1автомобиль	420	x+10	$t_1 = \dfrac{420}{x+10}$
2автомобиль	420	x	$t_2 = \dfrac{420}{x}$

Пусть x км/ч - скорость 2 автомобиля,

тогда (x+10)км/ч-скорость первого автомобиля.

$$S = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{S}{v};$$

$t_1 < t_2$ => $t_1 + 1 = t_2$

$$\frac{420}{x+10} + 1 = \frac{420}{x};$$

x

x^2+10x

x+10

$$420x + x^2 + 10x = 420(x+10);$$

$$\cancel{420x} + x^2 + 10x = \cancel{420x} + 4200;$$

$$x^2 + 10x - 4200 = 0;$$

$x_1 = -70;$ Пос. корень (скорость положительное число)

$$x_1 = 60.$$

Ответ: 60

B14

Найдите наименьшее значение функции $y = 8\operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{4}\right]$.

Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции y = f(x) на отрезке [а; в]

1. Найти производную f′(x).
2. Найти точки, в которых f′(x) = 0 или f′(x) не существует, и отобразить из них те, что лежат внутри отрезка [а; Ь].
3. Вычислить значения функции у = f(x) в точках, отобранных на втором шаге, и на концах отрезка **а** и **в**; выбрать среди этих значений наименьшее (это будет $y_{наим}$) и наибольшее (это будет $y_{наиб}$).

B14

Найдите наименьшее значение функции $\boxed{y = 8\,\mathrm{tg}\,x - 8x - 2\pi + 5}$ на отрезке $\boxed{\left[-\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{4}\right]}$.

$y = 8tgx - 8x - 2\pi + 5;$

$y' = 8\frac{1}{\cos^2 x} - 8;$

$y' \rangle 0,$

$y' = \frac{8 - 8\cos^2 x}{\cos^2 x};$

$-1 \le \cos x \le 1$

$0 \le \cos^2 x \le 1;$

$-8 \le -8\cos^2 x \le 0$

$8 - 8 \le 8 - 8\cos x \le 0 + 8$

$0 \le 8 - 8\cos x \le 8$

$0 \le y' \le 8$

y´ > 0 => функция на всей области определения возрастает. Следовательно в точке $x = -\frac{\pi}{4}$ функция имеет наименьшее значение.

$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 8tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 8\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 2\pi + 5;$

$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -8 + \cancel{2\pi} - \cancel{2\pi} + 5;$

$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -3;$

Ответ: -3

Ответы:

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
9	4	2	208800	−8	1	9

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
0	6	0,1	4	500	60	−3

СКОРО ЕГЭ!

- *Еще есть время подготовиться!*