

**Проект на тему:
Решение линейный,
квадратных и
дробно -
рациональных
неравенств.**

Выполнил: учитель математики МБОУ СОШ №23
Шибанова Наталья Николаева

I. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ

№	Этапы алгоритма	Обоснование
1	Приведение неравенства к стандартному виду.	Можно перейти к следующим этапам алгоритма.
2	Рассмотрение функции.	Есть возможность перейти к геометрической модели неравенства в системе координат.
3	Нули функции. (ОДЗ, если неравенство дробное рациональное)	Делят ось x на промежутки, на которых функция имеет разные знаки.
4	Работа с геометрической моделью.	Используя метод коэффициентов, легко построить схематический график функции. Определить промежуток, удовлетворяющий знаку неравенства. (для линейных и квадратных неравенств)
5	Внести промежуток в ответ.	Этого требует задание.

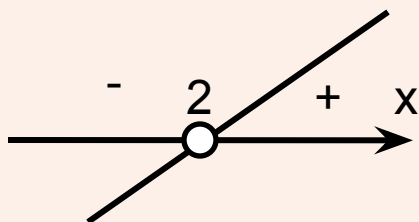
Линейные неравенства

$kx + b > 0$ ($<$; \leq ; \geq), где $k \neq 0$, b – любое число.

Решить неравенство:

$$5x > 10$$

1. $5x - 10 > 0$
2. $y = 5x - 10$
3. $5x - 10 = 0$, то $x = 2$
4. $k = 5$, то функция возрастает:



5. Ответ: $(2; +\infty)$.

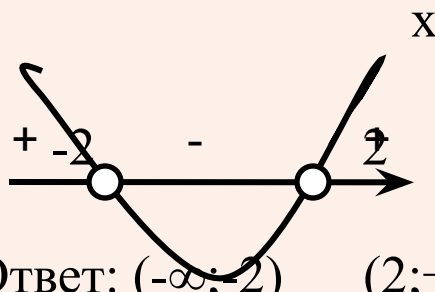
Квадратные неравенства

$ax^2 + bx + c > 0$ ($<$; \leq ; \geq)
 $a \neq 0$, b и c – некоторые числа.

Решить неравенство:

$$x^2 > 4$$

1. $x^2 - 4 > 0$
2. $y = x^2 - 4$.
3. $x^2 - 4 = 0$, то $x = -2$; $x = 2$.
4. $a = 1$, то ветви параболы вверх:



5. Ответ: $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$



Неравенства вида

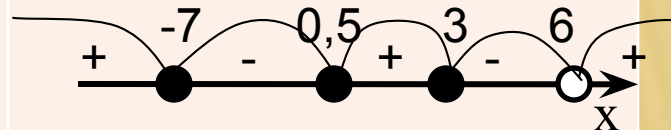
$$\frac{(x-a)(x-b) \dots (x-c)}{(x-d)} \geq 0$$

($<$; \leq ; \geq), где a, b, c, d – некоторые числа.

Решить неравенство:

$$\frac{(x+7)(x-3)(2-4x)}{(3x-18)} \geq 0$$

1. $(x+7)(x-3)(4x-2)/(3x-18) \leq 0$
2. $y = (x+7)(x-3)(4x-2)/(3x-18)$.
3. $y = 0$, то $x = -7$; $x = 0,5$; $x = 3$.
4. ОДЗ: $x \neq 6$.

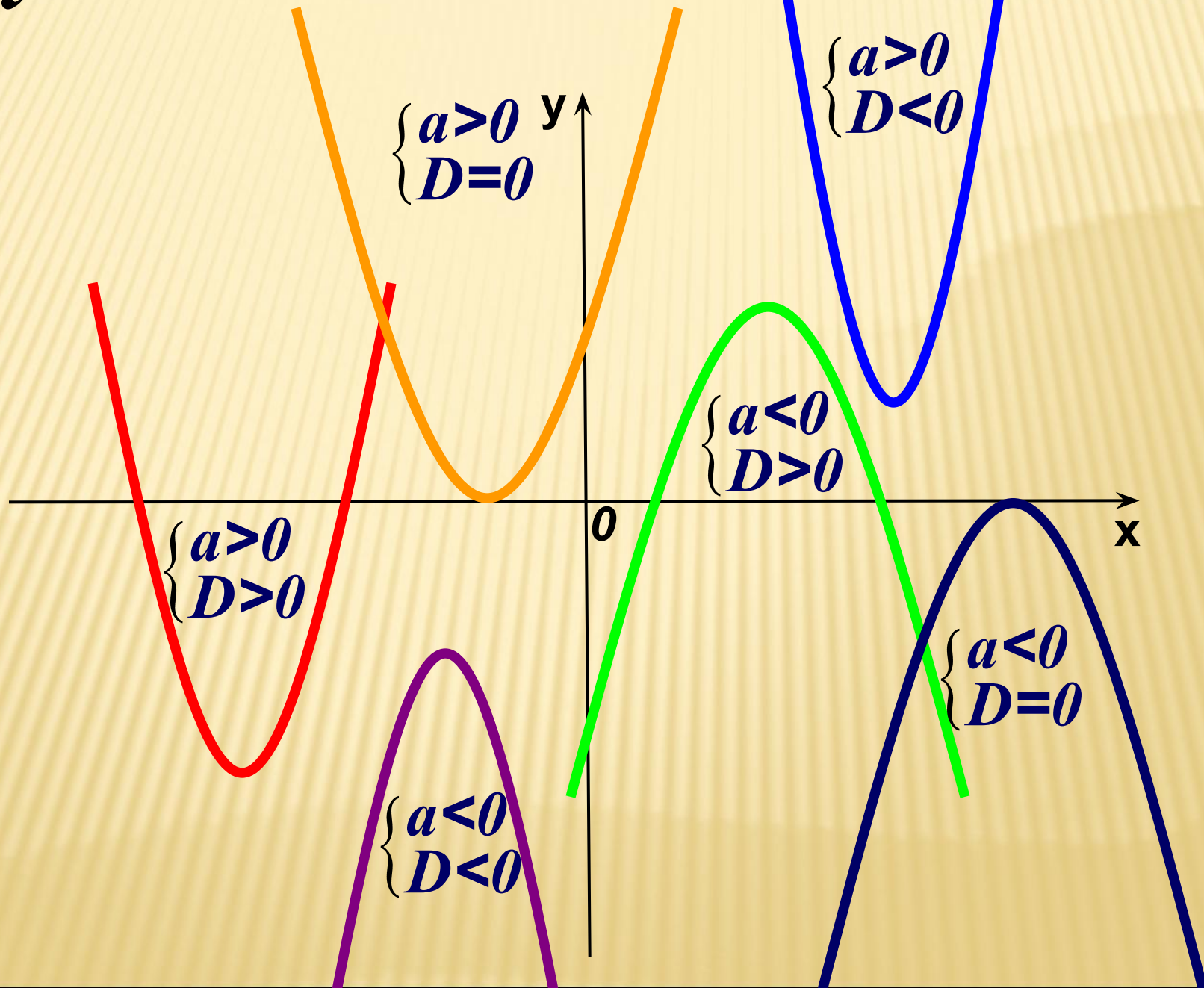


5. Ответ:
 $[-7; 0,5] \cup [3; 6)$.

***Подготовка к решению
квадратных неравенств.***



$y = ax^2 + bx + c$





Найдите корни квадратного трехчлена:

I вариант.

а) x^2+x-12

б) x^2+6x+9 .

II вариант.

а) $2x^2-7x+5$;

б) $4x^2-4x+1$.



Найдите корни квадратного трехчлена:

I вариант.

а) x^2+x-12 ; $x_1=-4$; $x_2=3$

б) x^2+6x+9 ; $x_{1,2}=-3$


II вариант.

а) $2x^2-7x+5$; $x_1=1$; $x_2=2,5$

б) $4x^2-4x+1$; $x_{1,2}=0,5$

*Решение квадратных
неравенств.*





Квадратным называется неравенство, левая часть которого – **квадратный трёхчлен**, а правая часть равна **нулю**.

$$ax^2+bx+c>0 \quad ax^2+bx+c\geq 0$$

$$ax^2+bx+c<0 \quad ax^2+bx+c\leq 0$$

Решением неравенства с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство.

Решить неравенство – это значит найти все его решения или установить, что их нет.



Квадратные неравенства в окружающем мире



$$h = h_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

h - высота подъема тела над землей;

v_0 - начальная скорость;

g - ускорение свободного падения;

h_0 - начальная высота


α - угол наклона

$$\frac{v_0^2 \sin^2 60^\circ}{2 \cdot 9,8} > 3$$

$h = 3\text{ м}$;

$\alpha = 60^\circ$





Являются ли следующие неравенства квадратными?

$$a) \frac{-2x^2 - 4x + 6}{2} < 0; \quad z) 4y^2 - 5y + 7 > 0;$$

$$б) 4x^2 - 2x \geq 0; \quad д) 5x^2 - 6x + 4 \leq 0;$$

$$в) 2x - 4 > 0; \quad e) 3y - 5y^2 + 7 < 0.$$



Алгоритм решения

квадратных неравенств:

1. Приведите неравенство к виду $ax^2+bx+c>0$ (≥ 0), $ax^2+bx+c<0$ (≤ 0).
2. Рассмотрите функцию $y=ax^2+bx+c$.
3. Определите направления ветвей.
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них $y=0$; x_1 и x_2 найдите, решая уравнение $ax^2+bx+c=0$).
5. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$.
6. Выделите часть параболы для которой $y>0$ (≥ 0) или $y<0$ (≤ 0).
7. На оси абсцисс выделите те значения x , для которых $y>0$ (≥ 0) или $y<0$ (≤ 0).
8. Запишите ответ.

Решите неравенство

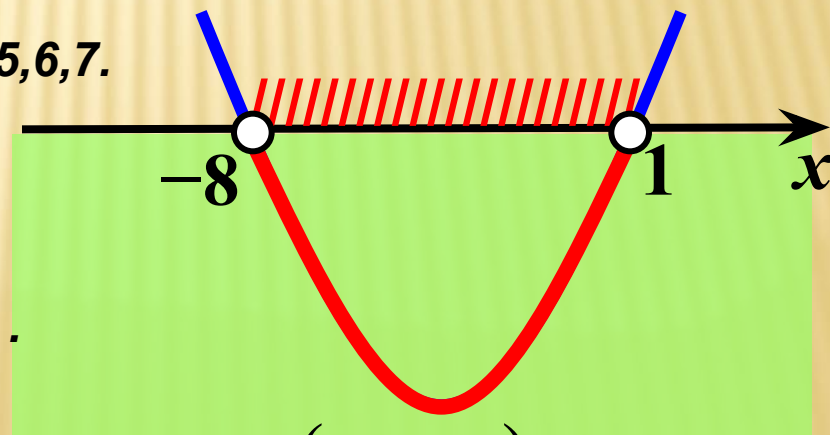
$$x^2+7x-8 < 0.$$

2. Рассмотрим функцию $y=x^2+7x-8$.
3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.
4. $x^2+7x-8=0$.

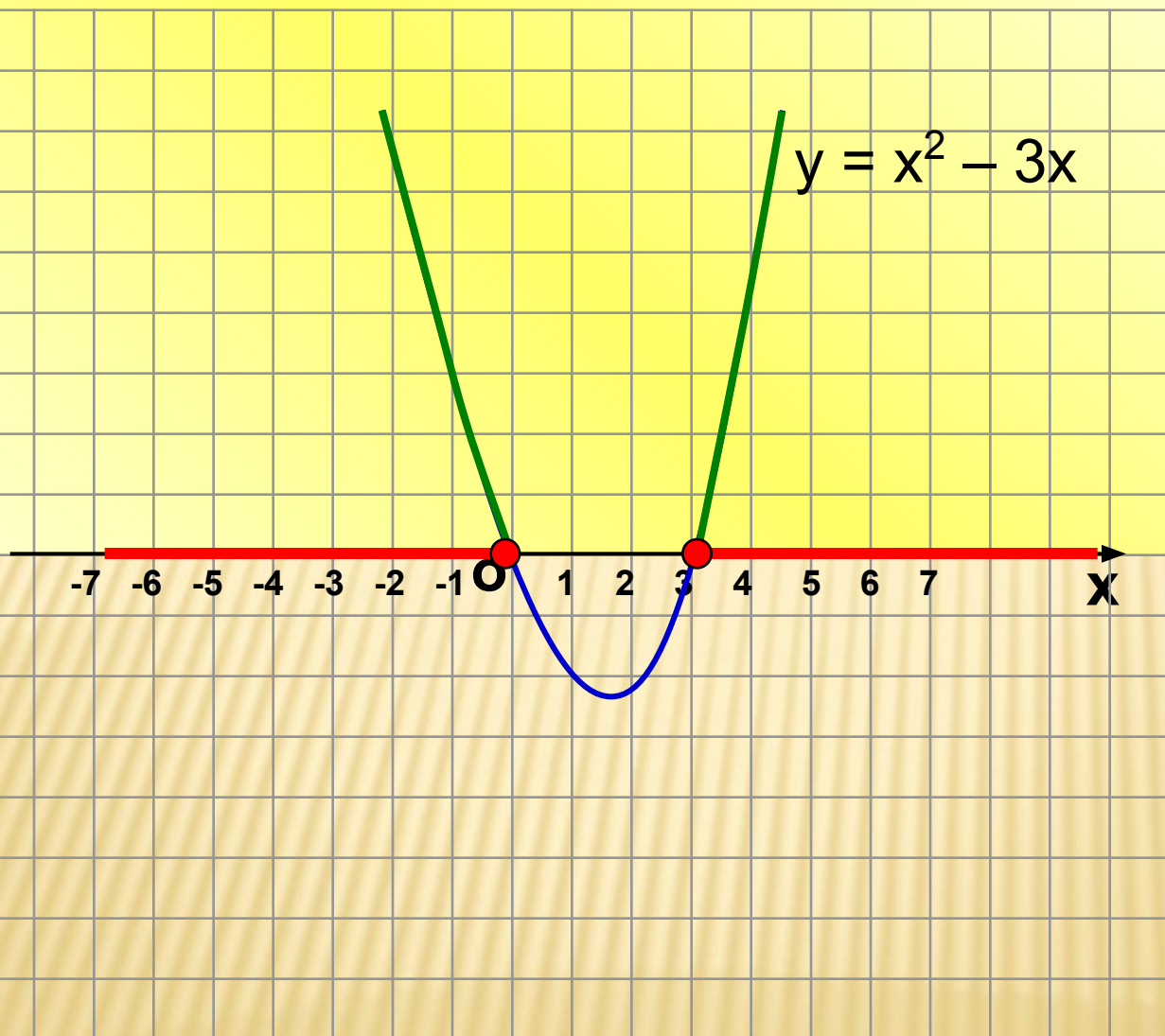
По теореме Виета

$$\begin{cases} x_1+x_2=-7 \\ x_1 \cdot x_2=-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=-8 \\ x_2=1 \end{cases}$$

5,6,7.



8. Ответ: $(-8; 1)$



Решите неравенство
 $x^2 - 3x \geq 0$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3)=0$$

$$x=0 \text{ или } x-3=0$$

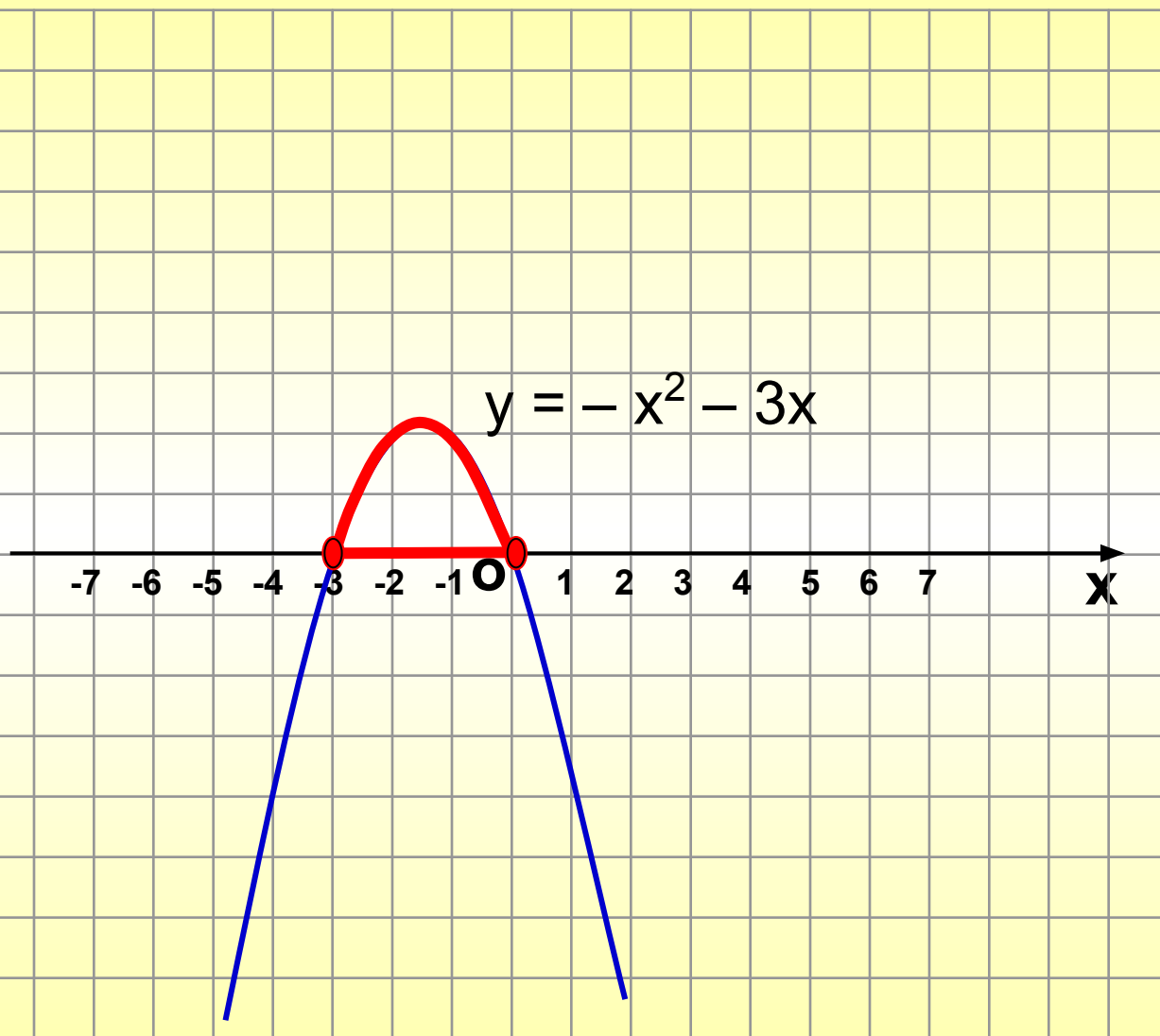
$$x=3$$

Ответ : $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$



Решите неравенство
 $-x^2 - 3x > 0$

Ответ : $(-3; 0)$



Решите неравенство
 $-x^2 - 3x \geq 0$

Ответ : $[-3; 0]$



Решите неравенство

$$-x^2 + 5x - 9,6 > 0$$

$$-x^2 + 5x - 9,6 = 0$$

$$x^2 - 5x + 9,6 = 0$$

$$D = 25 - 38,4 = -13,4 < 0$$

нет корней,

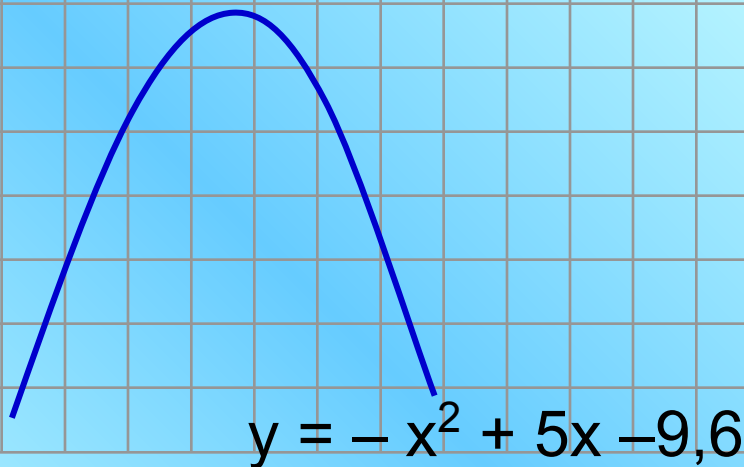
парабола не
пересекает ось x

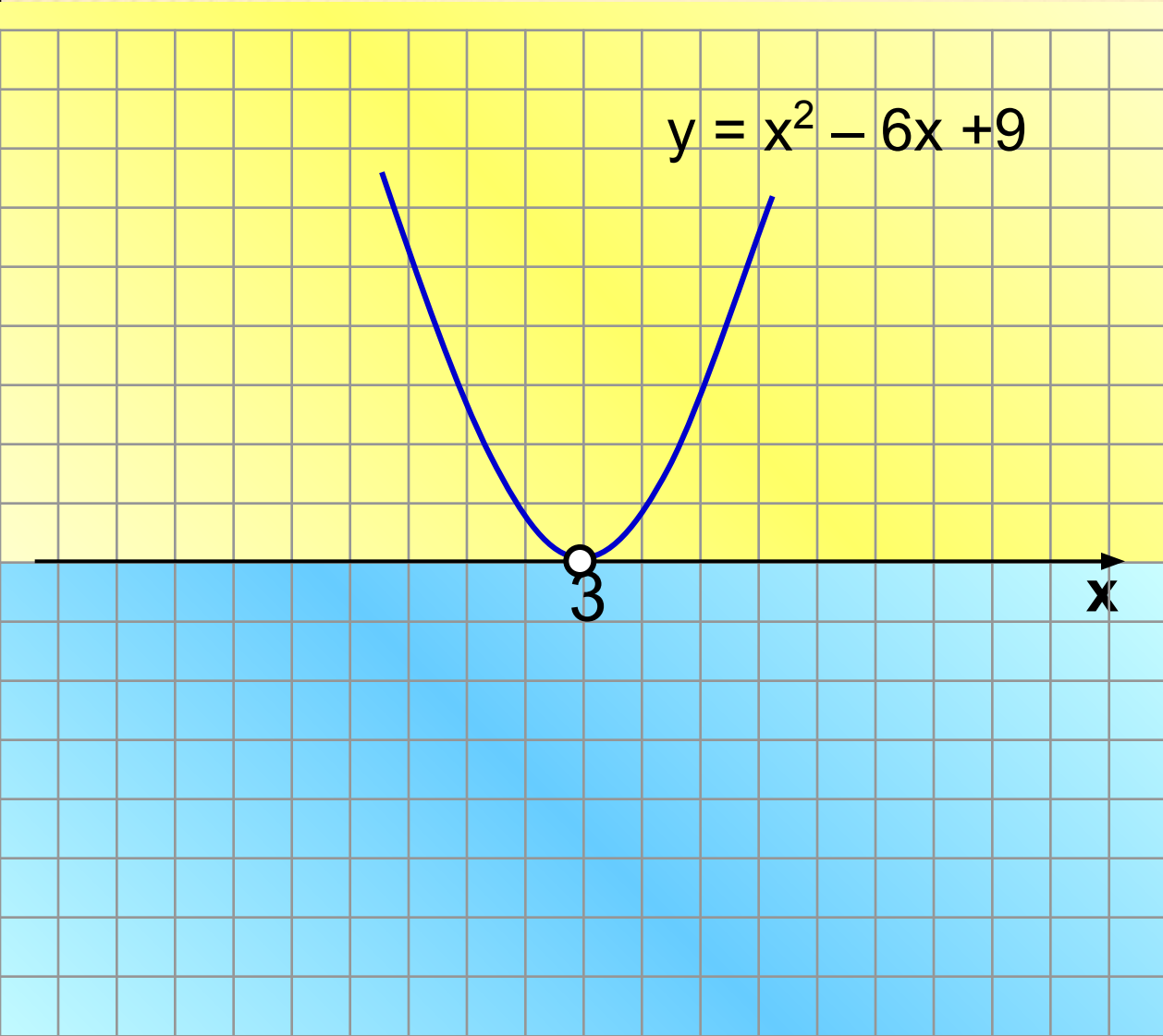
Ответ : \emptyset

Решите неравенство

$$-x^2 + 5x - 9,6 < 0$$

Ответ : $x \in \mathbb{R}$.





Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 < 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x-3=0$$

$$x=3$$

Ответ : \emptyset

Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

Ответ : $x = 3$

Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 > 0$$

Ответ : $x \neq 3$.

Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 \geq 0$$

Ответ : $x \in R$.



Решите неравенство

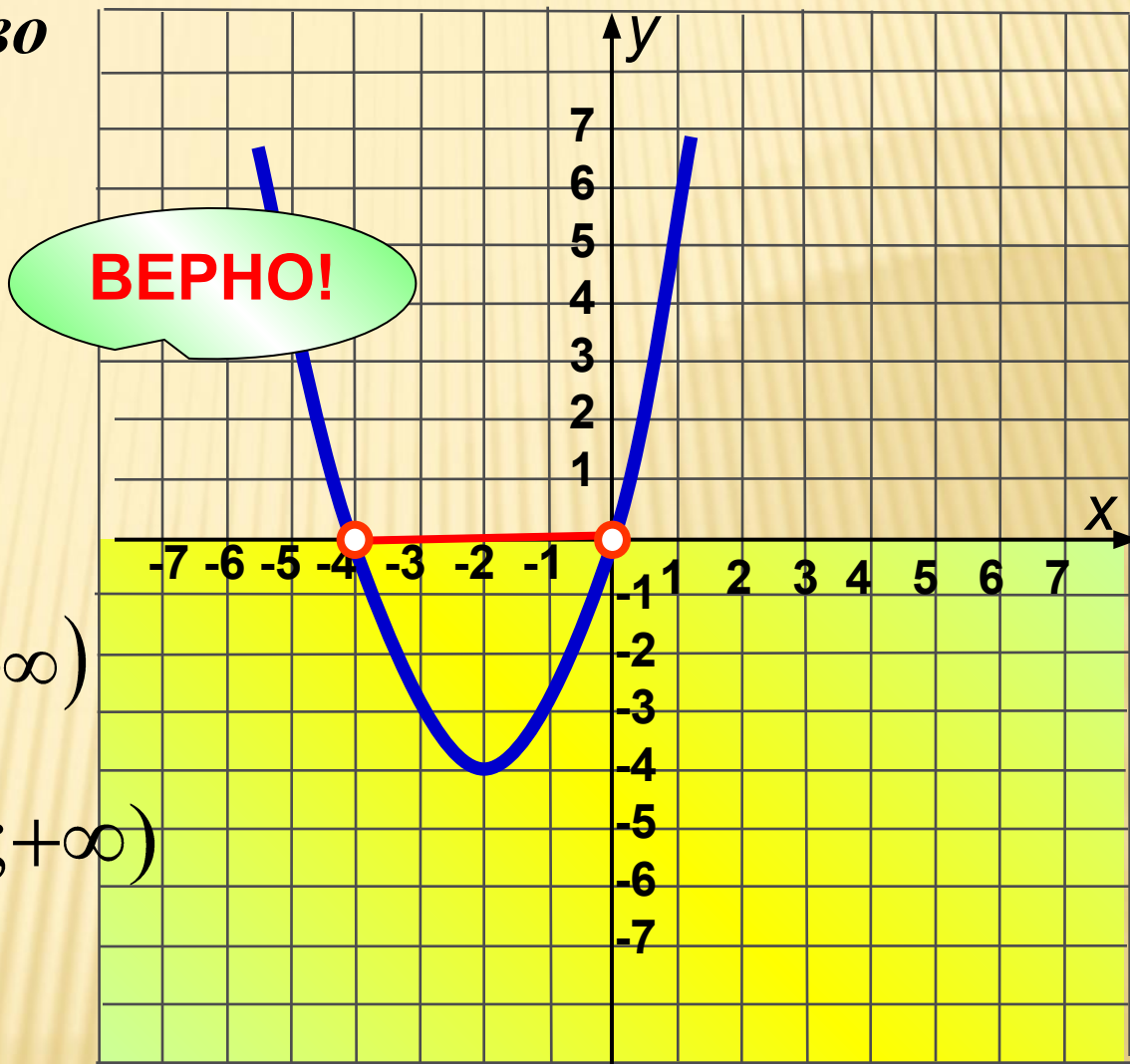
$$x^2 + 4x < 0$$

1 [-4; 0]

2 (-4; 0)

3 $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$

4 $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$



Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Решите неравенство

$$x^2 + 4x \geq 0$$

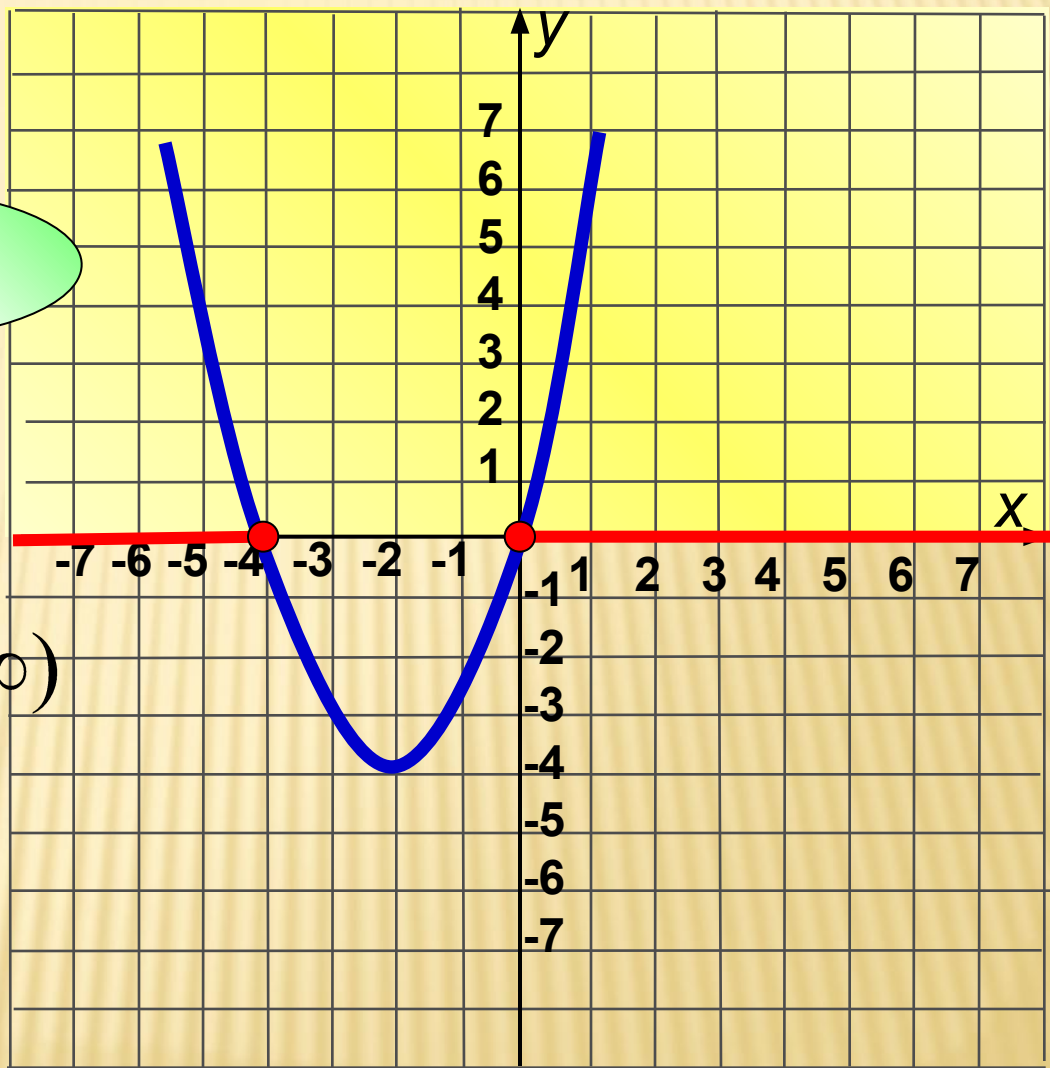
1 $[-4; 0]$

2 $(-4; 0)$

3 $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$

4 $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$

ВЕРНО!



Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Решите неравенство

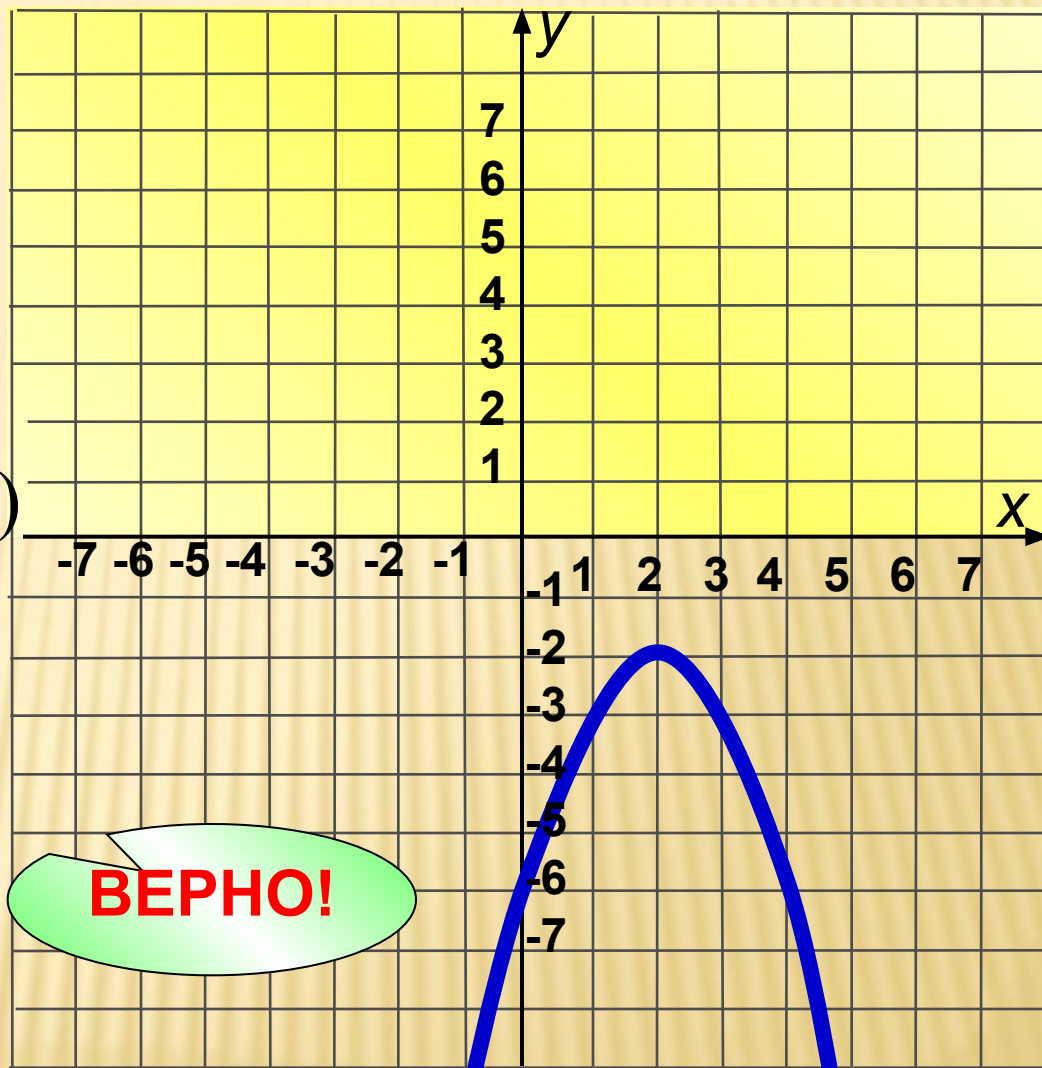
$$-x^2 + 4x - 6 \geq 0$$

1 $x=2$

2 $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

3 нет решений

4 $(-\infty; -\infty)$



Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Решите неравенство

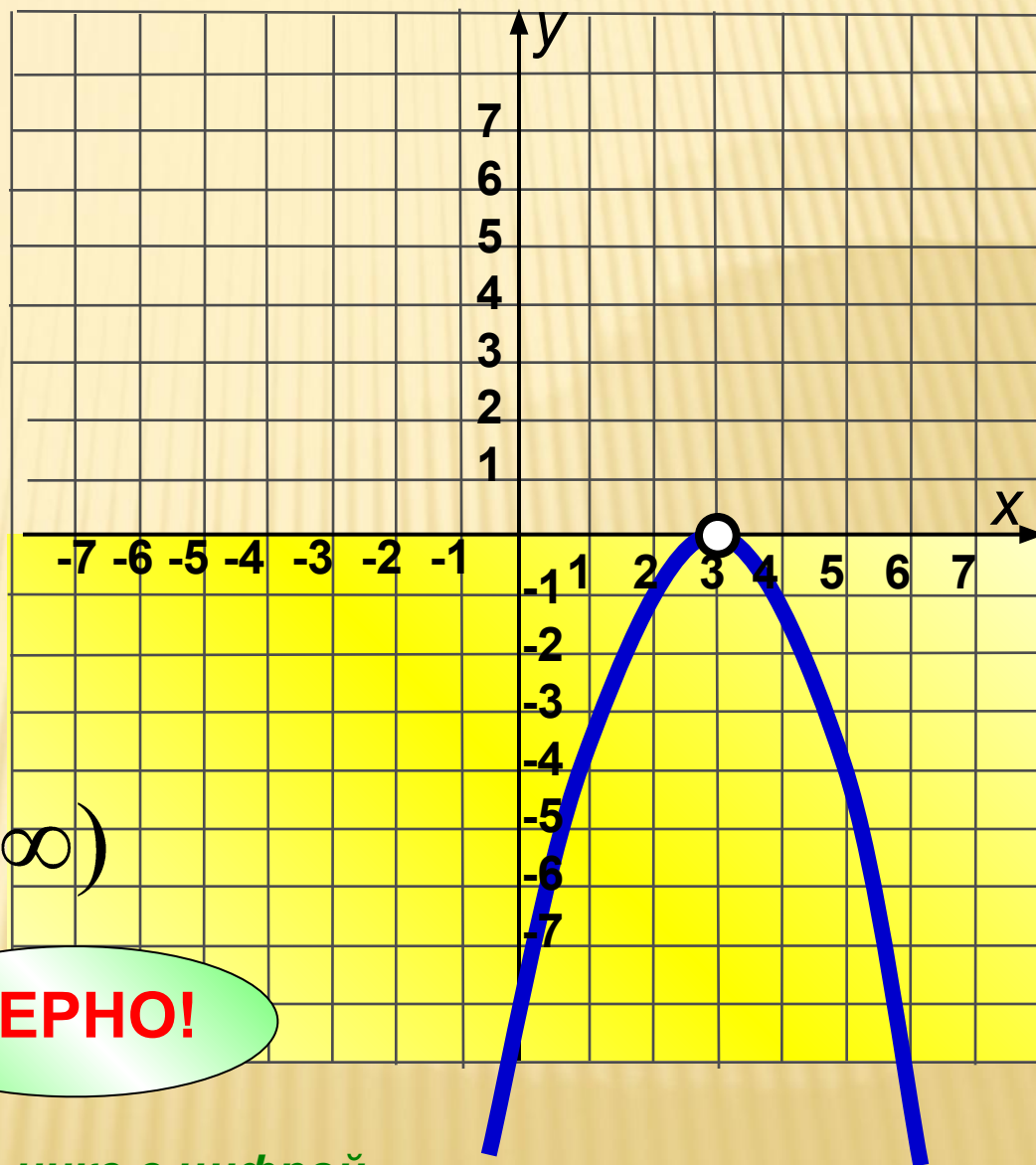
$$-x^2 + 6x - 9 < 0$$

1 $x = 3$

2 $x \in \mathbb{R}$

3 нет решений

4 $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$



ВЕРНО!

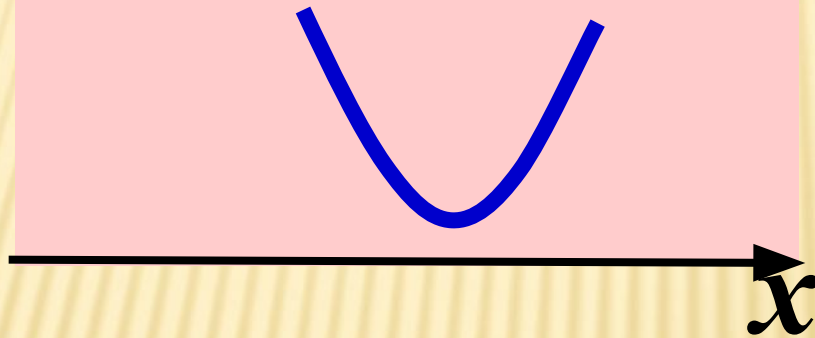
Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Найдите все значения a , при которых неравенство $x^2+(2a+4)x+8a+1 \leq 0$ не имеет решений?

Решение.

$$f(x) = x^2 + (2a+4)x + 8a+1$$

Ветви параболы направлены **вверх**, т.к. старший коэффициент равен 1.



$$D < 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$\begin{aligned} D &= (2a+4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (8a+1) = 4a^2 + 16a + 16 - 32a - 4 = \\ &= 4a^2 - 16a + 12 \end{aligned}$$

$$4a^2 - 16a + 12 < 0$$

$$a^2 - 4a + 3 < 0$$

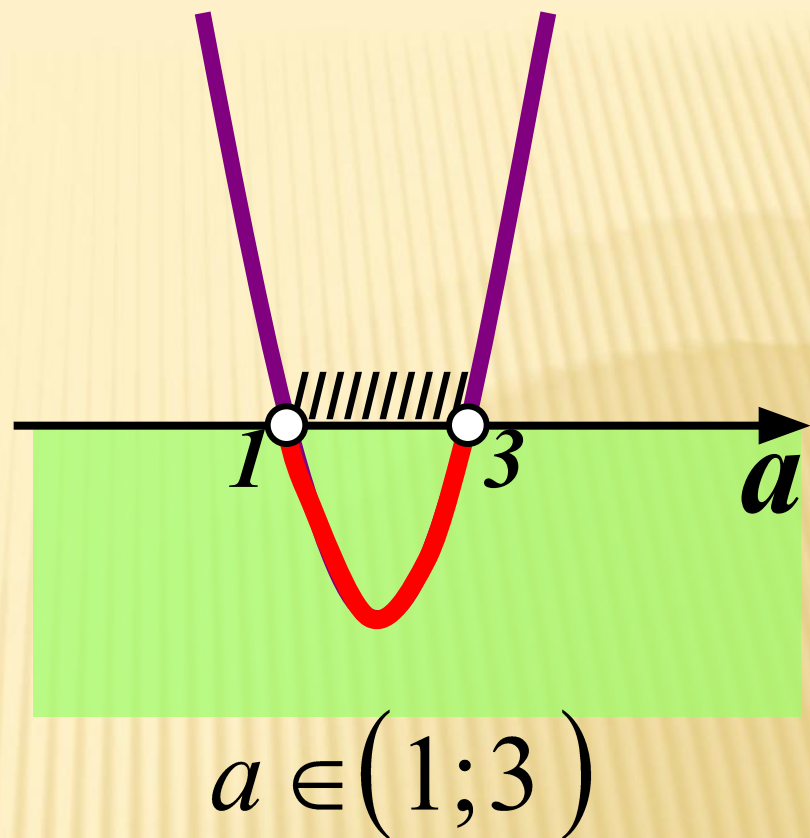
$$g(a) = a^2 - 4a + 3$$

$$g(a) = 0$$

$$a^2 - 4a + 3 = 0$$

По теореме Виета

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 4 \\ a_1 \cdot a_2 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 3 \end{cases}$$



Ответ: при $a \in (1; 3)$

неравенство $x^2 + (2a + 4)x + 8a + 1 \leq 0$

не имеет решений.

Спасибо за внимание!

