

# Тема 5: Индексы

1. Общие понятия об индексах
2. Классификация индексов
3. Индивидуальные индексы
4. Общие (сводные) индексы
5. Индексы средних величин
6. Индексный анализ территориальных различий

# 1. Общие понятия об индексах

«Индекс» в переводе с латинского — указатель или показатель.

**Индексом** называют показатель относительного изменения **данного уровня** исследуемого явления по сравнению с **другим** его уровнем, принятым за **базу** сравнения.

В качестве такой **базы** может быть использован уровень за какой-либо прошлый период времени (*динамический индекс*) или уровень того же явления по другой территории (*территориальный индекс*).

**Индексы формируют важнейшие экономические показатели национальной экономики и ее отдельных отраслей.**

**Индексные показатели позволяют осуществить анализ результатов деятельности предприятий и организаций, выпускающих самую разнообразную продукцию или занимающихся различными видами деятельности.**

**С помощью индексов можно проследить роль отдельных факторов при формировании важнейших экономических показателей, выявить основные резервы производства.**

**Индексы широко используются в сопоставлении международных экономических показателей при определении уровня жизни, деловой активности, ценовой политики и т.д.**

# ИНДЕКС ПРОИЗВОДСТВА

	<i>I полугодие 2012г.</i>	<i>Июнь 2012г. в % к</i>	
	<i>в % к</i>	<i>маю</i>	<i>июню</i>
	<i>I полугодю 2011г.</i>	<i>2012г.</i>	<i>2011г.</i>
<b>Индекс промышленного производства<sup>1)</sup></b>	99,3	94,5	92,4
<b>Добыча полезных ископаемых</b>	99	98,9	99,6
в том числе:			
добыча топливно-энергетических полезных ископаемых	99	99,5	100,2
добыча полезных ископаемых, кроме топливно-энергетических	96	79,6	79,9
<b>Обрабатывающие производства</b>	99,2	88,2	79,6
из них:			
производство пищевых продуктов, включая напитки, и табака	97,9	102	97,5
текстильное и швейное производство	102,3	87,7	95,6
производство кожи, изделий из кожи и производство обуви	101,8	98,3	103,7
обработка древесины и производство изделий из дерева	106,8	94,9	93,5
целлюлозно-бумажное производство; издательская и полиграфическая деятельность	94,7	94,5	94,9
производство кокса, нефтепродуктов	96,5	90,5	92,7
химическое производство	106,3	78,2	88,1
производство резиновых и пластмассовых изделий	103,9	122,7	106,2
производство прочих неметаллических минеральных продуктов	113,6	100,9	91,8

## 2. Классификация индексов

Индексы могут быть классифицированы по таким признакам:

- а) мера охвата элементов совокупности;
- б) база сравнения;
- в) вид объекта сравнения;
- г) вид соизмерителя;
- д) форма построения;
- ж) в зависимости от содержания и характера индексируемой величины;
- з) объект исследования;
- к) состав явления;
- л) период расчета.

# Индексы



Индивидуальные	Общие (сводные)		Индексы средних величин
	Агрегатные	Средние	

### 3. Индивидуальные индексы ( $i$ )

Простейшим показателем, используемым в индексном анализе, является **индивидуальный индекс**, который характеризует изменение во времени экономических величин, относящихся к одному объекту.

Например: 
$$i = \frac{y_1}{y_0}$$

где  $y_1$  - данные текущего (отчетного) года

$y_0$  - данные базисного года

# Отличие индекса от коэффициента роста:

\* Коэффициент роста

$$* K_p = y_t / y_{t-1} = 1,5 \text{ раза}$$

\* Показывает относительную скорость изменения ряда динамики

\* Индекс

$$i = \frac{y_1}{y_0}$$

\* Индекс применяется для изучения сложных показателей, которые выражаются через более простые в виде мультипликативной или факторной модели.

# Наиболее распространенная модель товарооборота

$$Q = q * p$$

Где Q - товарооборот (выручка, доход);

q - физический объем продаж товара;

p - цена товара

Модель называется - мультипликативная  
(перемножаются факторы) по одноименному товару.



Для модели товарооборота можно с  
составить индивидуальные индексы:

$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$	$i_Q = \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{q_1 * p_1}{q_0 * p_0}$
Индекс физического объема	Индекс цены	Индекс товарооборота

Индексная модель товарооборота

$$i_Q = i_q * i_p$$

Свойство: индексная модель повторяет исходную модель  
связи (т.е. м/д исходными показателями)

## 4. Общие (сводные) индексы

- \* Используются для измерения динамики сложного явления, которое имеет составные части.
- \* Например измерение физического объема выпуска продукции предприятия, который состоит из объемов разноименной продукции (широкий ассортимент).
  - \* - на предприятии химической промышленности;
  - \* - пищевой промышленности
- \* По методам расчета общие индексы делятся на
  - \* - агрегатные
  - \* - средние из индивидуальных (бывают: средние арифметические и средние гармонические)

## Агрегатная форма общего индекса.

Агрегатные индексы являются основной формой общего индекса (от лат. aggrega – присоединяю). Свое название они получили потому, что характеризуют не отдельные единицы, а их группы (агрегаты).

Одной из первых попыток агрегировать в индексе различные единицы совокупности можно считать формулу индекса цен французского экономиста Дюто, предложенную в 1738 г.:

$$I_p = \frac{\sum p_1}{\sum p_0}$$

где  $\sum p_1$  - сумма цен на отдельные товары в отчетном периоде;  
 $\sum p_0$  - сумма цен на те же товары в базисном периоде.

**\* Агрегатные индексы бывают:  
количественные и качественные**

- \* Количественный индекс - индекс физического объема продукции**
- \* Индексируемой (изменяющейся в динамике) величиной будет количество продукции в натуральном выражении (q), а весом - цена базисного периода (p).**

**\* Индекс Ласпейреса (1874г):**

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

\* Индекс качественного показателя -  
индекс цены.

\* Индексируемой величиной будет цена товара (p), а весом - количество продукции в натуральном выражении (q) в текущем периоде.

\* Индекс Пааше(1864г.):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

## Основные агрегатные индексы

Наименование индекса	по методу Ласпейреса (имеет постоянные веса)	по методу Пааше (имеет переменные веса)
<b>Количественные показатели</b>		
Общий индекс физического объема (по стоимости)	$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$	$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$
Общий индекс физического объема (по затратам)	$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$	$I_q = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_1}$
<b>Качественные показатели</b>		
Общий индекс цен	$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$	$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$
Общий индекс себестоимости	$I_z = \frac{\sum z_1 q_0}{\sum z_0 q_0}$	$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$
Общий индекс трудоемкости	$I_t = \frac{\sum t_1 q_0}{\sum t_0 q_0}$	$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1}$
Общий индекс производительности труда ( $I_t$ , $I_w$ )	$I_z = \frac{\sum t_0 q_0}{\sum t_1 q_0}$ $I_w = \frac{\sum t_0 q_0}{\sum t_1 q_0}$	$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}, \quad I_t = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$
<b>Смешанные (стоимостные) показатели</b>		
Общий индекс стоимости продукции	$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$	$I_{pq} = I_p * I_q$ $I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} * \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$
Общий индекс затрат на производство продукции	$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$	$I_z * I_q = I_{zq}$ $I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} * \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$
Агрегатный индекс общих расходов рабочего времени ( $I_{tq}$ )	$I_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}$	$I_{tq} = I_t * I_q$ $I_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} * \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}$

## Обозначения

- Где  $q_1$  - количество одноименных единиц продукции (объем продаж одноименного товара) в отчетном периоде;
  - $q_0$  – количество одноименных единиц продукции (объем продаж одноименного товара) в базисном периоде;
  - $p_0$  – цена одноименной единицы продукции (товара) в базисном периоде;
  -
- 
- $q_1 p_0$  - стоимость выпуска одноименной продукции отчетного периода в ценах базисного периода (товарооборот одноименного товара отчетного периода в ценах базисного периода);
  - $q_0 p_0$  - стоимость выпуска одноименной продукции в базисном периоде (товарооборот одноименного товара в базисном периоде);
  - $\sum q_1 p_0$  - стоимость выпуска разноименной продукции отчетного периода в ценах базисного периода (товарооборот разноименного товара отчетного периода в ценах базисного периода);
  - $\sum q_0 p_0$  - стоимость выпуска разноименной продукции в базисном периоде (товарооборот разноименных товаров в базисном периоде);

Так как числитель и знаменатель формул Пааше и Ласпейреса представляют собой формулу товарооборота - Q

Можно вычислить абсолютный прирост итогового показателя

мультипликативной модели товарооборота:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_0 = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0;$$

$$\Delta Q(q) = Q_0 \cdot (I_q - 1) = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0;$$

$$\Delta Q(p) = Q_0 \cdot I_q \cdot (I_p - 1) = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0$$



## \* Средние индексы

Индексы средних величин применяются при обобщении данных не по элементам, а по единицам совокупности.

Например: цена товара одного вида (элемента), продаваемого в разных торговых точках обобщается в виде средней (по предприятиям торговли) цены этого товара; себестоимость одного вида продукции обобщается в виде средней себестоимости данной продукции по совокупности производящих ее предприятий (т. е. по единицам совокупности).

\* Вычисляется, как средняя величина из индивидуальных индексов.

\* Средний должен быть тождественен агрегатному, так агрегатный является основной формулой индекса.

Существуют **две формы** средних индексов:  
- среднеарифметическая и  
- среднегармоническая.

Средний арифметический индекс применяется при индексации количественных показателей (например, физического объема продукции),

а средний гармонический — при индексации качественных показателей (например, цен).

**Средний арифметический (взвешенный) индекс** физического объема продукции вычисляется по формуле:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Весами в формуле является товарооборот продукции базисного периода.

Так как  $i_q \times q_0 = q_1$ , то формула этого индекса легко преобразуется в формулу .

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

## 5. Индексы средних величин

применяются при обобщении данных не по элементам, а по единицам совокупности.

Например:

- цена товара одного вида (элемента), продаваемого в разных торговых точках обобщается в виде средней (по предприятиям торговли) цены этого товара;
- себестоимость одного вида продукции обобщается в виде средней себестоимости данной продукции по совокупности производящих ее предприятий (т. е. по единицам совокупности).

*Средняя цена* товара может быть определена по формуле:

$$\bar{p} = \frac{\sum pq}{\sum q}$$

Данное выражение можно представить в виде мультипликативной модели:

$$\bar{p} = \sum p \cdot \frac{q}{\sum q} = \sum p \cdot d$$

где  $d_i = \frac{q_i}{\sum q}$

- доли (удельные веса) объемов продажи, которые характеризуют структуру продажи данного товара.

$$I_{\bar{p}} = \frac{\bar{p}_1}{p_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_0}$$

Индексы средних величин образуют индексную систему, которая для качественных показателей состоит из трех элементов:

\* индексов переменного состава  $I_x^{пс}$ ;

\* индексов фиксированного (постоянного) состава  $I_x^{фс}$ ;

\* индексов структурных сдвигов  $I_x^{сс}$ ,

где  $x$  — рассматриваемый признак (цена, себестоимость, производительность труда и т. п.).

1. Индекс переменного состава  $I_x^{пс}$  показывает относительное изменение рассматриваемого среднего уровня признака в целом за счет двух факторов — изменения индексируемого признака и изменения в структуре совокупности:

$$I_x^{пс} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}$$

где  $x_1, x_0$  — средние признаки соответственно в текущем и базисном периодах;  $f_1, f_0$  — веса признака в сопоставляемых периодах.

$$I_{\bar{p}} = \frac{\bar{p}_1}{p_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_0}$$



2. Индекс фиксированного состава  $I_{*}^{\text{фс}}$  характеризует изменение среднего уровня за счет изменения только индексируемой величины (соизмерители неизменны) при той же структуре совокупности:

$$I_x^{\text{фс}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1}$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_1}$$

3. Индекс структурных сдвигов  $I_{x}^{cc}$  показывает изменение среднего уровня за счет изменений в структуре совокупности при неизменном значении признака:

$$I_{x}^{cc} = \bar{x}_1 \div \bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}$$

$$I_{\text{структуры}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_0 d_1}{\sum p_0 d_0}$$

Абсолютные изменения средней цены в целом и по факторам определяются формулами:

$$\Delta \bar{p} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0};$$

$$\Delta \bar{p}(p) = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1};$$

Очевидно, справедливо соотношение:

$$\Delta \bar{p}(d) = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}.$$

$$\Delta \bar{p} = \Delta \bar{p}(p) + \Delta \bar{p}(d)$$

## 6. Индексный анализ территориальных различий

Первый вариант расчета территориальных индексов заключается в том, что в качестве весов принимаются объемы проданных товаров  $i$ -го вида ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) по двум регионам, вместе взятым

$$Q_i = q_{ia} + q_{ib}$$

Территориальный индекс цен в этом случае рассчитывается по следующей формуле:

$$I_{pb/a} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ib} Q_i}{\sum_{i=1}^n p_{ia} Q_i}$$

Второй возможный способ расчета территориальных индексов учитывает соотношение весов на каждой из сравниваемых территорий.

При этом способе, прежде всего, необходимо рассчитать средние цены каждого товара по двум территориям, вместе взятым

$$\bar{p}_i = \frac{P_{ia}q_{ia} + P_{ib}q_{ib}}{q_{ia} + q_{ib}}$$

Расчет территориального индекса базируется на сравнении уровней цен каждого региона со средними ценами

$$I_{pb/a} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ib}q_{ib}}{\sum_{i=1}^n \bar{p}_i q_{ib}} \div \frac{\sum_{i=1}^n p_{ia}q_{ia}}{\sum_{i=1}^n \bar{p}_i q_{ia}}$$