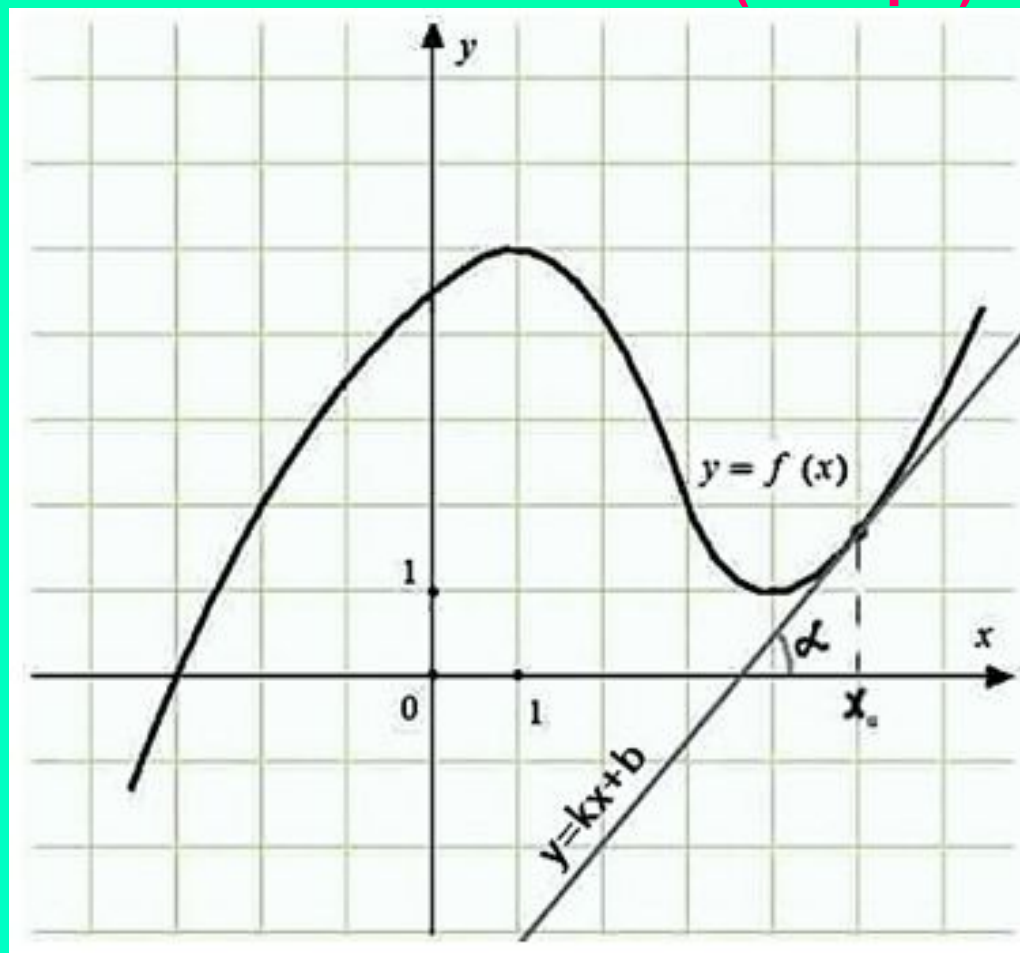


Презентация учителя математики
МБОУ СОШ № 14 пгт Ильского МО Северский район
Барабаш Ирины Викторовны

Геометрический смысл производной.

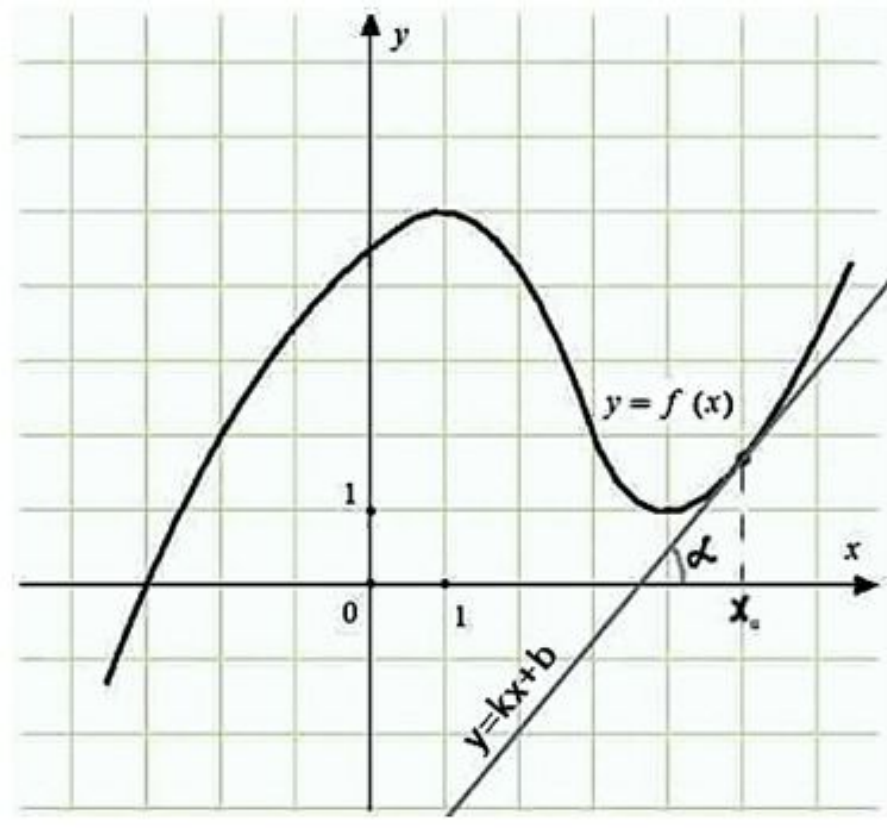
Построим произвольный график некой функции $y = f(x)$ на координатной плоскости, построим касательную в точке x_0 , обозначим угол между прямой о осью ox как α (альфа):

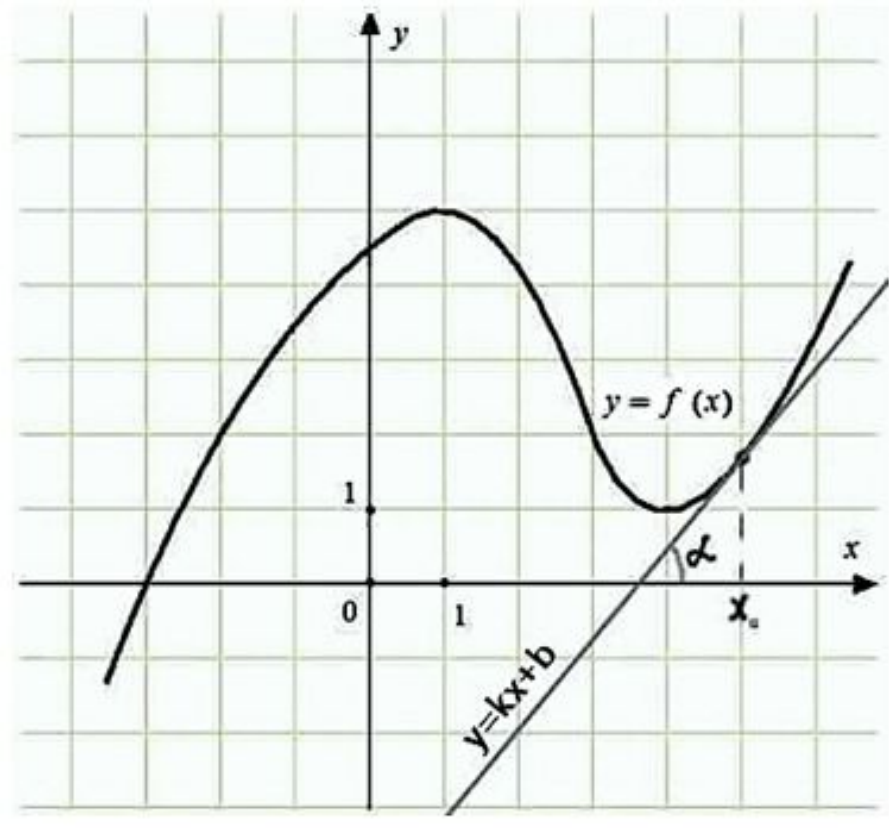


- Из курса алгебры известно, что уравнение прямой имеет вид:

$$y = kx + b$$

Производная функции в точке есть угловой коэффициент касательной к графику этой функции в этой точке. В этом и состоит **геометрический смысл** производной.





- То есть производная функции $y = f(x)$ в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной:

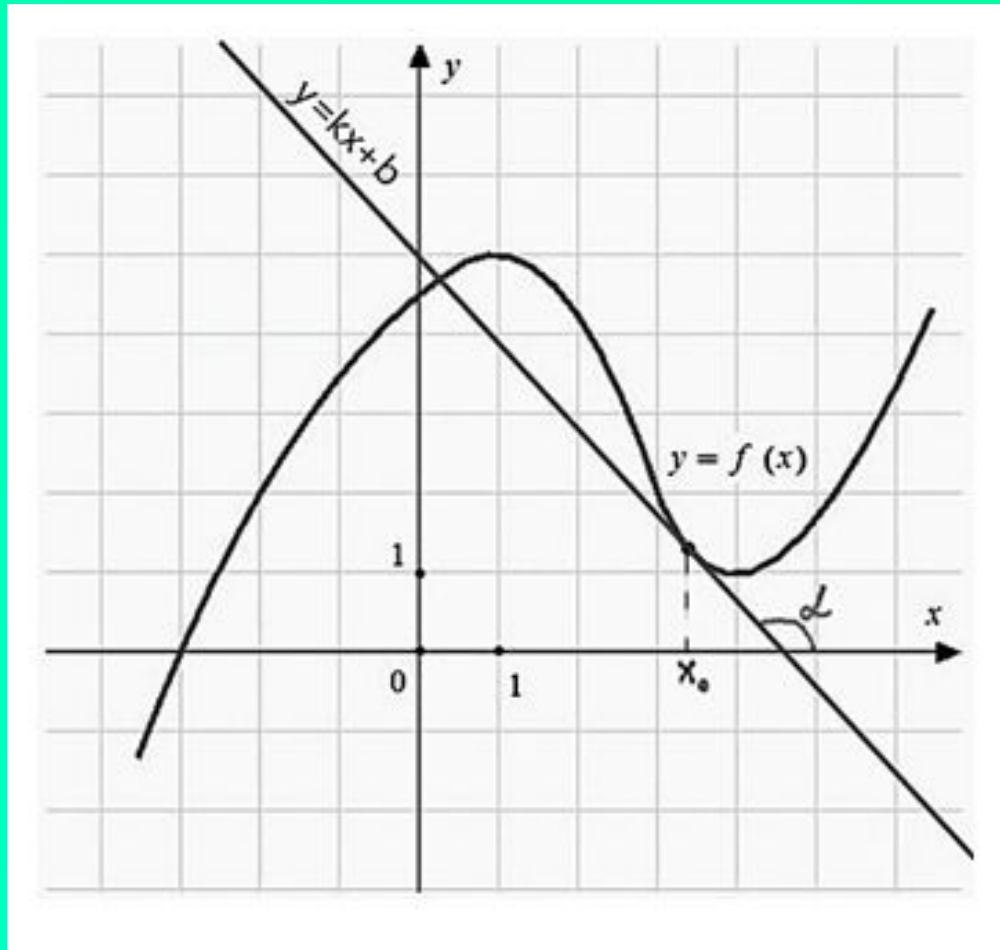
$$y' = f'(x) = k$$

- А угловой коэффициент в свою очередь равен тангенсу угла α (альфа), то есть:

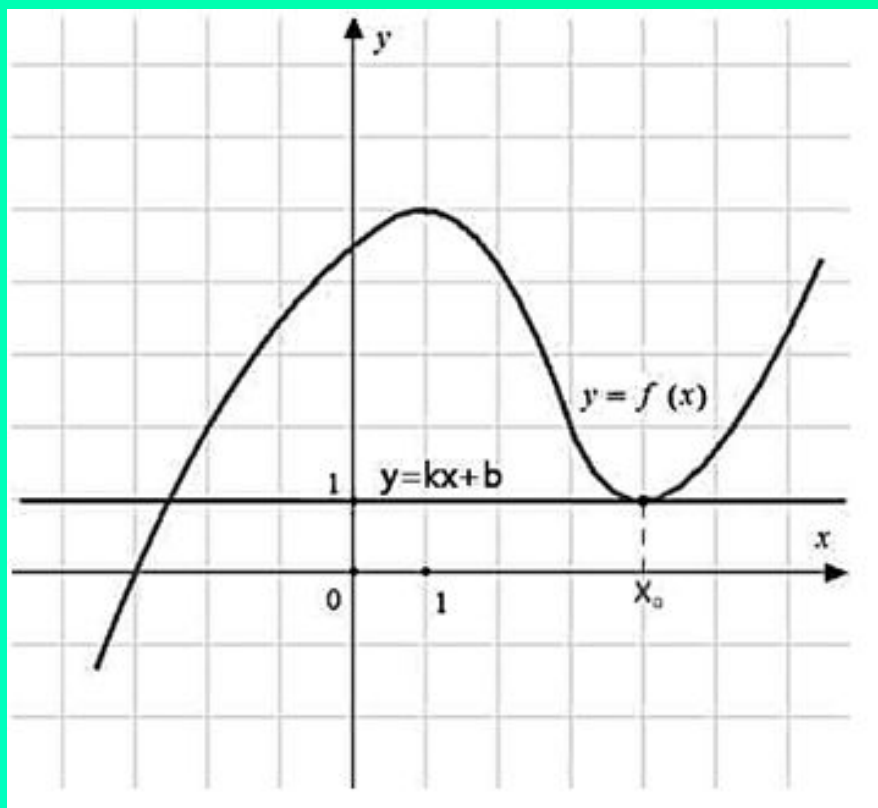
$$y' = f'(x) = k = \operatorname{tg} \alpha$$

- Угол α может быть меньше, больше 90 градусов или равен нулю. Проиллюстрируем, два случая (один уже есть выше):

1. Когда угол больше 90 градусов.

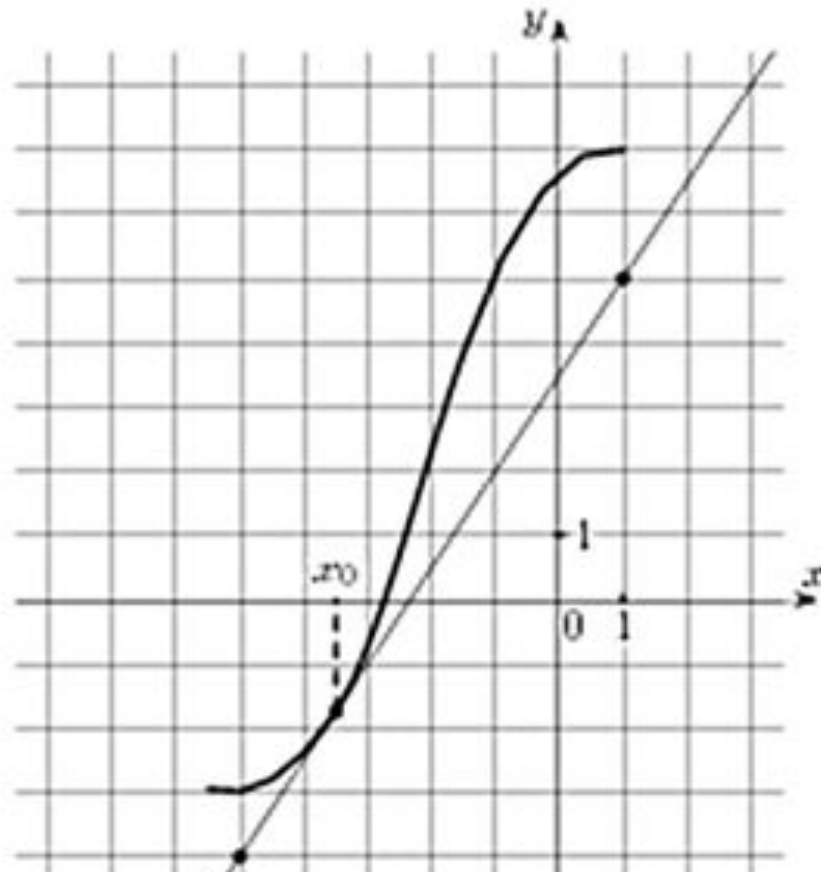


2. Когда угол равен нулю градусов (касательная параллельна оси ox).

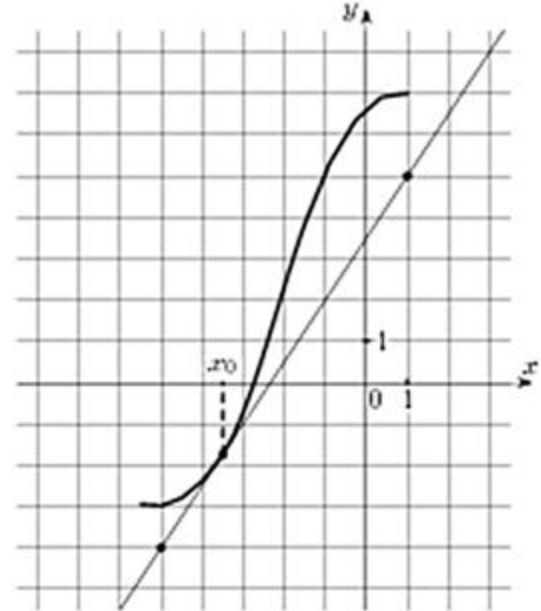


То есть задачи, в которых дан график функции, касательная к этому графику в определённой точке, и требуется найти производную в точке касания, сводятся к нахождению углового коэффициента касательной (либо тангенса угла наклона касательной, что одно и то же).

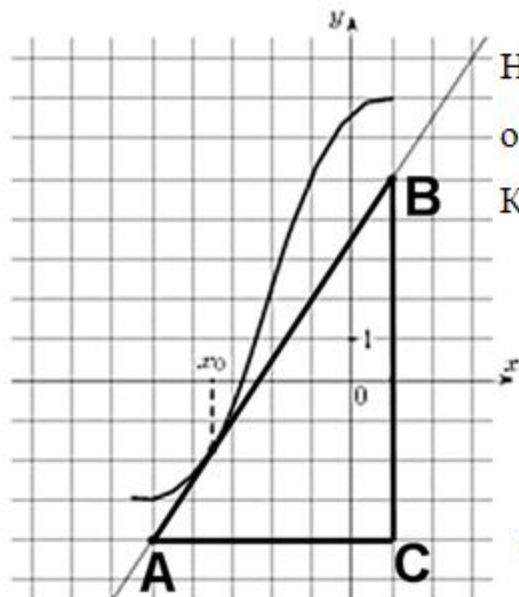
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .



Обратите внимание, что на координатной плоскости обозначены две точки через которые проходит касательная – это очень важный момент (можно сказать ключевой в этих задачах).



Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Для того, чтобы найти тангенс этого угла, построим прямоугольный треугольник, где отрезок ограниченный двумя точками на графике, будет являться гипотенузой, а катеты параллельны осям. В данной задаче это точки $(-5; -4), (1; 5)$.



Напомним: тангенсом острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение противолежащего катета к прилежащему.

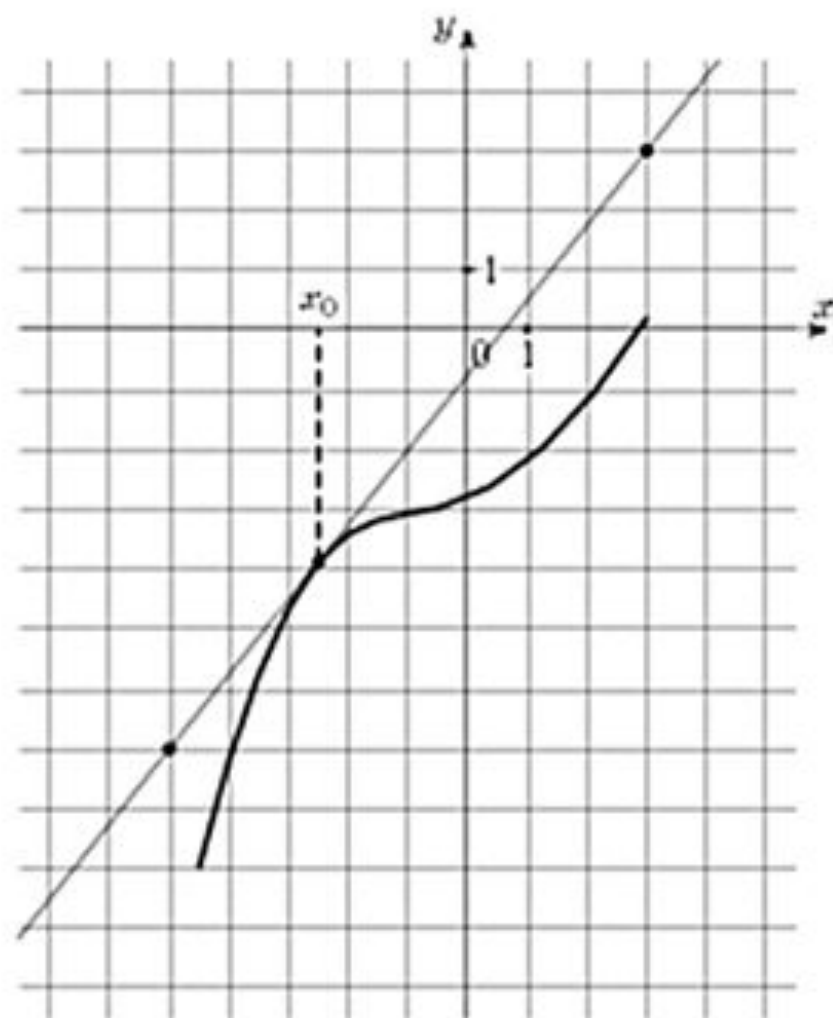
Катеты определяем по числу клеток.

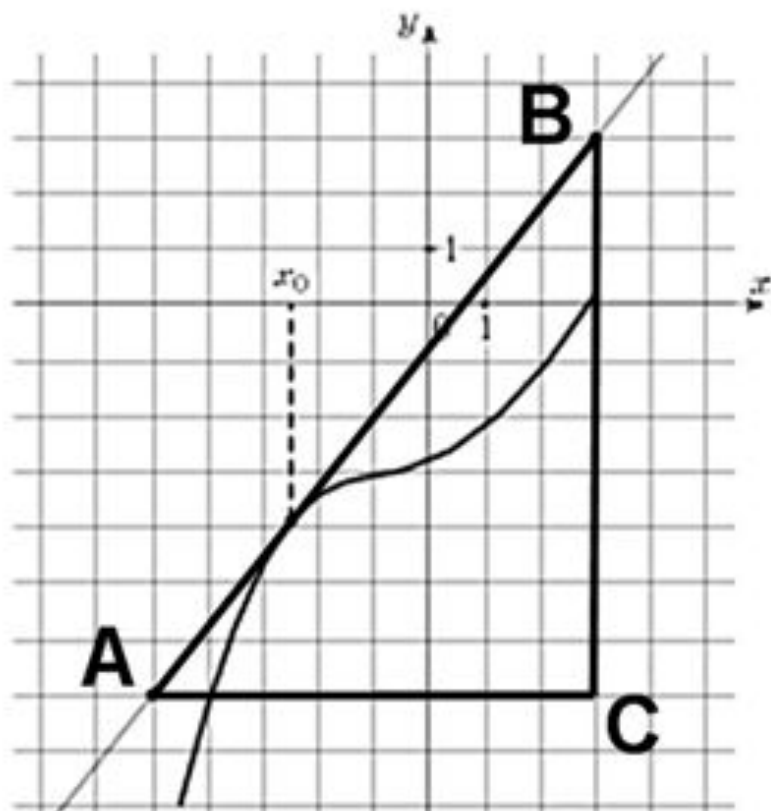
Угол наклона касательной к оси абсцисс равен углу ВАС, так как катет АС параллелен оси ox . Значит,

$$y'(x_0) = \operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{9}{6} = 1,5$$

Ответ: 1,5

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .



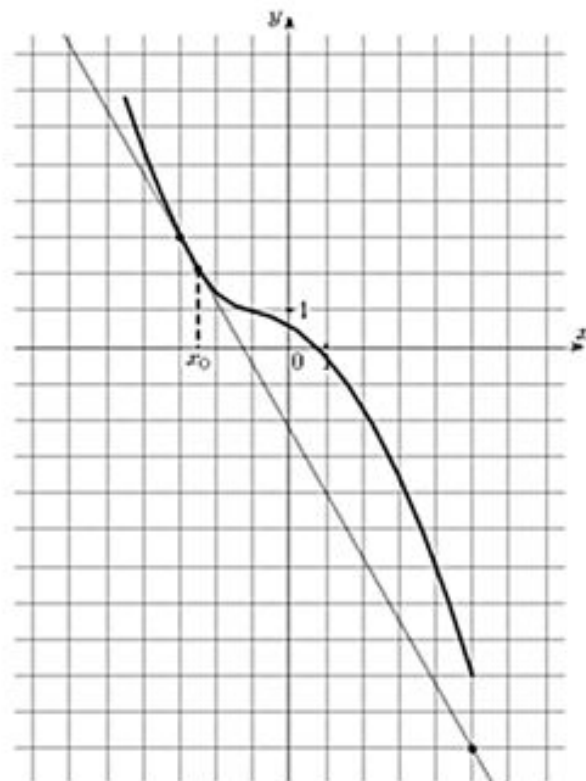


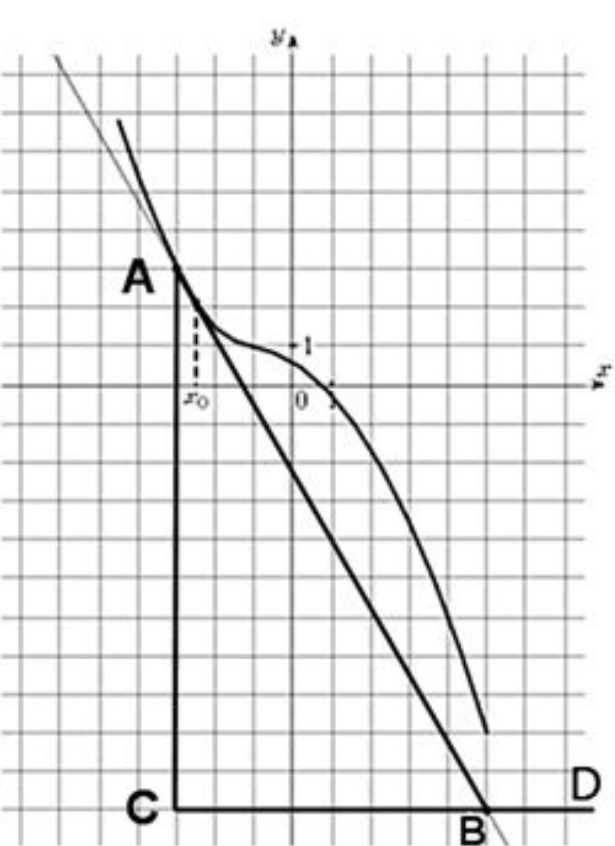
Угол наклона касательной к оси абсцисс равен углу ВАС, так как катет АС параллелен оси ox . Значит,

$$y'(x_0) = \operatorname{tg}\angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{10}{8} = 1,25$$

Ответ: 1,25

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .





Так как CD параллельна оси ox , то угол ABD равен углу наклона касательной к оси ox . Таким образом, мы будем вычислять тангенс угла ABD . Отметим, что он больше 90 градусов, поэтому здесь необходимо воспользоваться формулой приведения для тангенса:

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

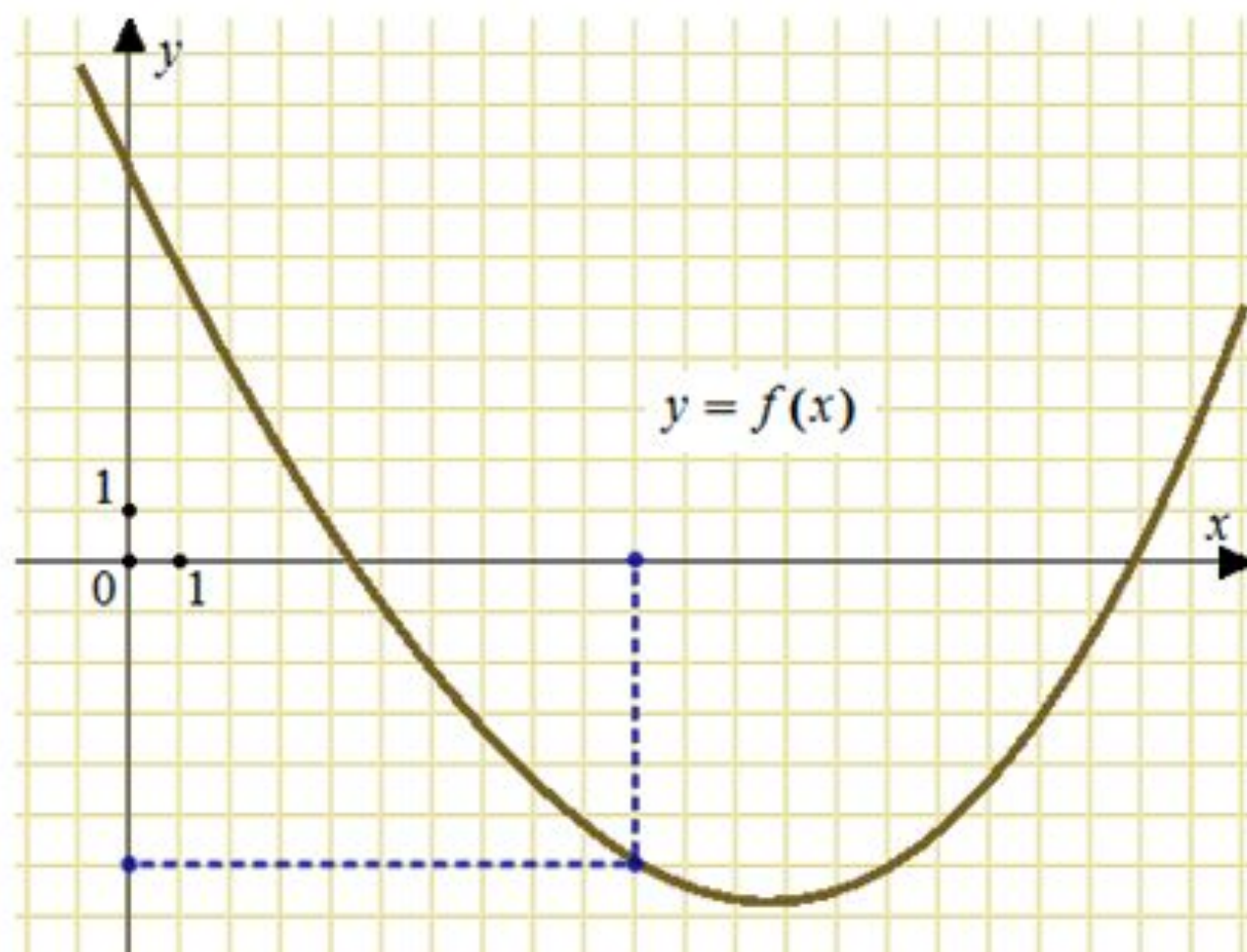
Значит,

$$y'(x_0) = \operatorname{tg} \angle ABD = \operatorname{tg}(180^\circ - \angle ABC) = -\operatorname{tg} \angle ABC = -\frac{AC}{BC} = -\frac{14}{8} = -1,75$$

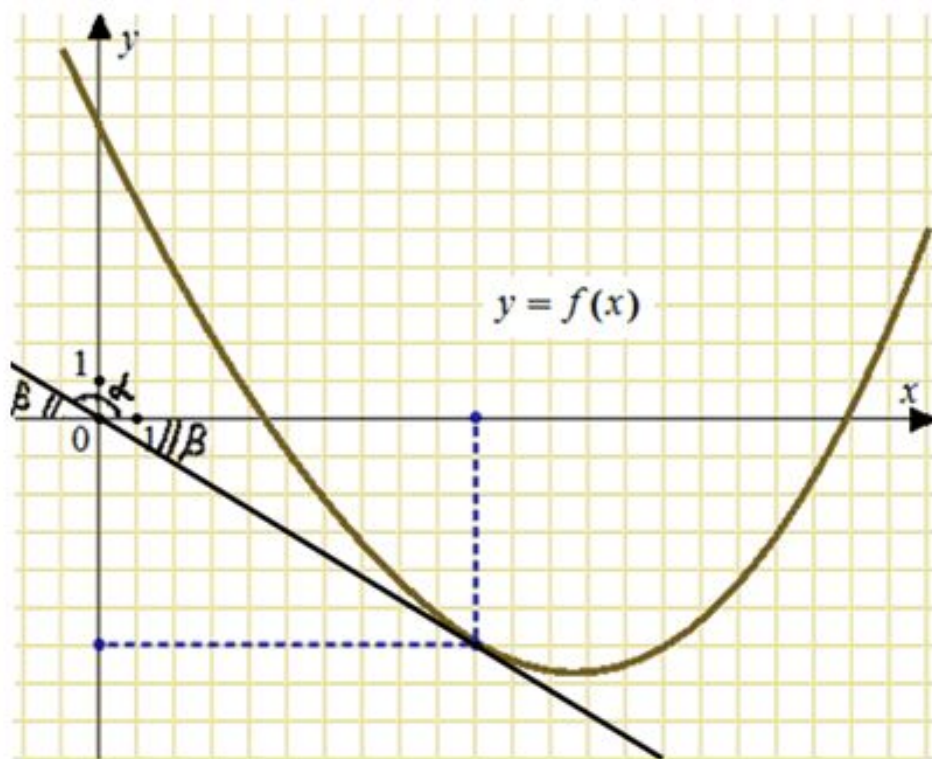
*Длины катетов считаем по количеству клеток.

Ответ: $-1,75$

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 10. Найдите значение производной функции в точке $x_0 = 10$.



Построим касательную, проходящую через начало координат и точку графика с абсциссой равной 10. Обозначим угол наклона касательной как α (альфа), а смежный с ним угол как β (бета).



Значение производной в точке $x_0 = 10$ равно тангенсу угла наклона касательной к оси абсцисс. То есть, для нахождения производной достаточно вычислить тангенс угла альфа. Воспользуемся формулой приведения:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(180^\circ - \beta) = -\operatorname{tg} \beta$$

Тангенс угла бета можем найти из прямоугольного треугольника, катеты которого равны 6 и 10:

$$f'(10) = \operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} \beta = -\frac{6}{10} = -0,6$$

Ответ: $-0,6$