Открытый банк заданий по математике

B9

В прямоугольном параллелепипеде

Прототип задания B9 (№ 245359) - B9 (№ 245363)

С №1 по № 5 в открытом банке заданий о математике

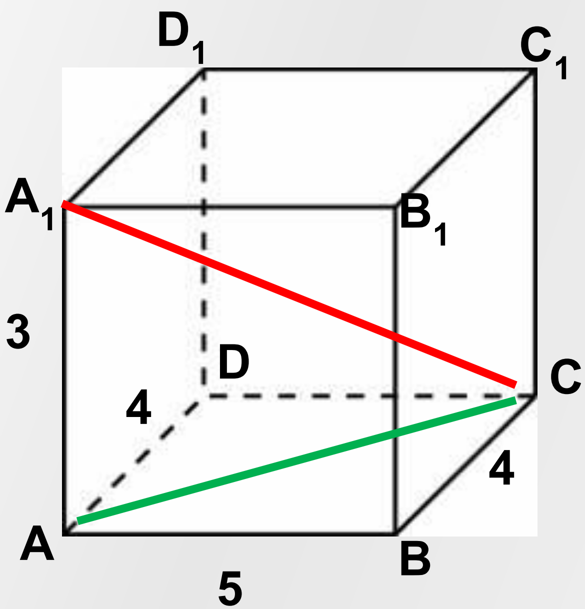
2011 год

Содержание

1.1 Прототип задания B9 (№ 245359)

- **Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого AB=5, AD = 4, AA_1 = 3.**

Теоретические сведения



Δ AA_1C - прямоугольный

$(A_1C)^2 = (AA_1)^2 + (AD)^2 + (AB)^2$

Из Δ ABC по теореме Пифагора

$(A_1C)^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2$

$(AC)^2 = 5^2 + 4^2$ $(AC)^2 = 25 + 16 = 41$

$(A_1C)^2 = 9 + 16 + 25$ $(A_1C)^2 = 50$

Из Δ AA_1C по теореме Пифагора

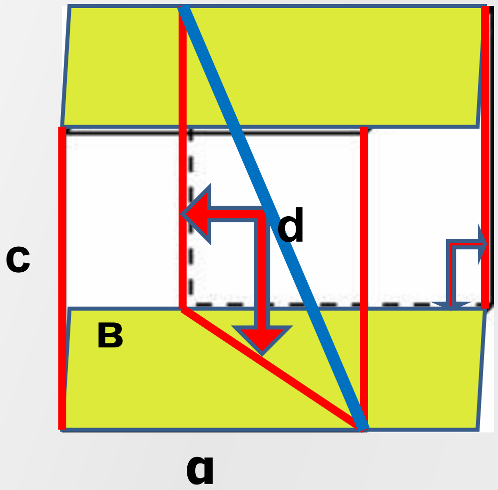
$(A_1C)^2 = (AA_1)^2 + (AC)^2 = 9 + 41 = 50$

Ответ: 50

Вернуться к содержанию

Теоретические сведения

- Прямоугольным параллелепипедом называется прямой параллелепипед, основания которого – прямоугольники.
- Прямой параллелепипед- это параллелепипед, боковые ребра которого перпендикулярны к плоскостям основания



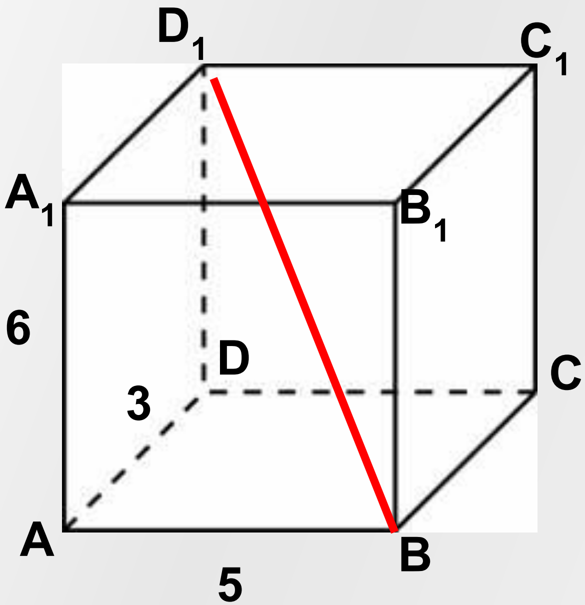
Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений

$$d^2 = a^2 + в^2 + c^2$$

1.2 Задание B9 (№ 270577) Прототип Прототип (№ 245359)

- **Найдите квадрат расстояния между вершинами B и D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого AB=5, AD=3, AA_1=6 .**

$$(BD_1)^2 = (AB)^2 + (AD)^2 + (AA_1)^2$$



Теоретические сведения

$$(BD_1)^2 = (5)^2 + (3)^2 + (6)^2$$

$$(BD_1)^2 = 25 + 9 + 36$$

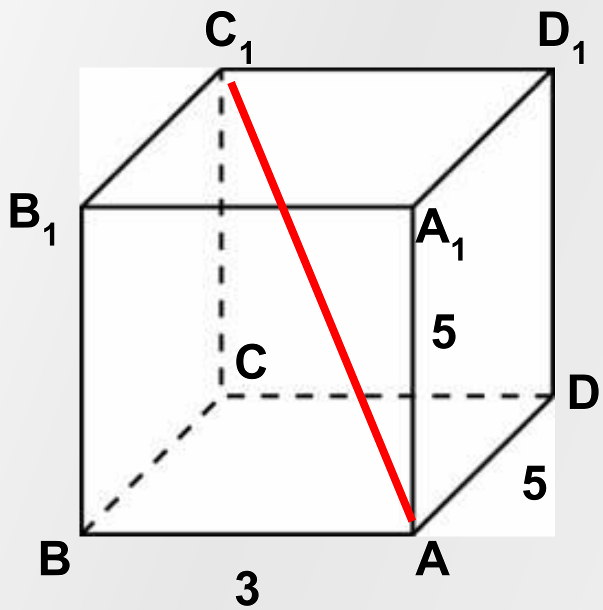
$$(BD_1)^2 = 70$$

Ответ: 70

Вернуться к содержанию

1.3 Задание B9 (№ 271063) [Прототип (№ 245359)]

- **Найдите квадрат расстояния между вершинами A и C_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого AB=3, AD=5, AA_1=5 .**



$(AC_1)^2 = (AB)^2 + (AD)^2 + (AA_1)^2$

$(AC_1)^2 = (3)^2 + (5)^2 + (5)^2$

$(AC_1)^2 = 9 + 25 + 25$

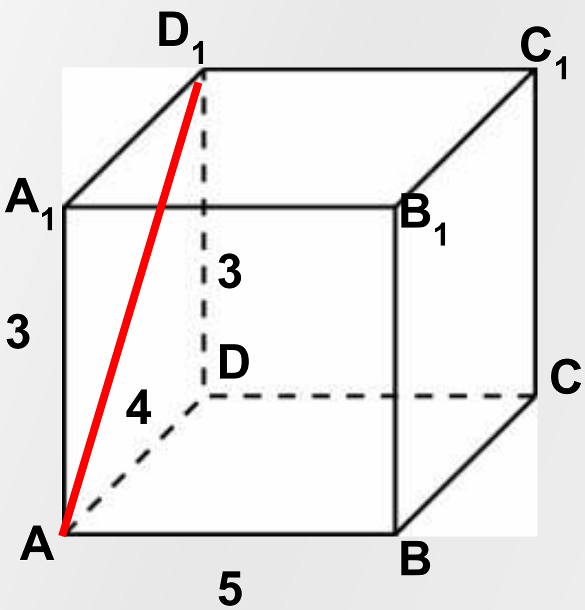
$(A\,C_1)^2 = 59$

Ответ: 59

Вернуться к содержанию

2.1 Прототип задания B9 (№ 245360)

- **Найдите расстояние между вершинами A и D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=5$, $AD=4$, $AA_1=3$.**



AD принадлежит плоскости AA_1D_1D

AA_1D_1D - прямоугольник

Следовательно ΔADD_1- прямоугольный

По теореме Пифагора:

$(AD_1)^2 = (AD)^2 + (DD_1)^2$

$(AD_1)^2 = (4)^2 + (3)^2$

$(AD_1)^2 = 16 + 9$

$(AD_1)^2 = 25$

$AD_1 = 5$

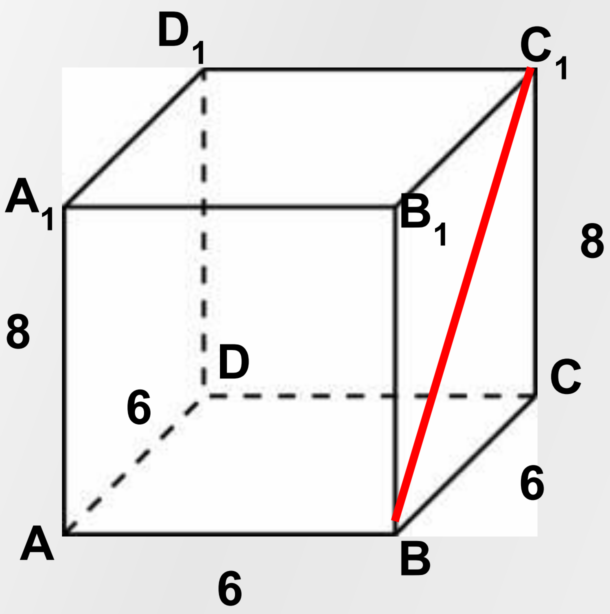
Ответ: 5

Вернуться к содержанию

2.2 Задание B9 (№ 271073)

Прототип Прототип (№ 2453Прототип (№ 245360Прототип (№ 245360)

- **Найдите расстояние между вершинами B и C_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого AB = 6, AD = 6, AA_1 = 8.**



BB_1C_1C - прямоугольник

Следовательно ΔBCC_1- прямоугольный

По теореме Пифагора:

$(BC_1)^2 = (BC)^2 + (CC_1)^2$

$(BC_1)^2 = (6)^2 + (8)^2$

$(BC_1)^2 = 36 + 64$

$(BC_1)^2 = 100$

$BC_1 = 10$

Ответ: 10

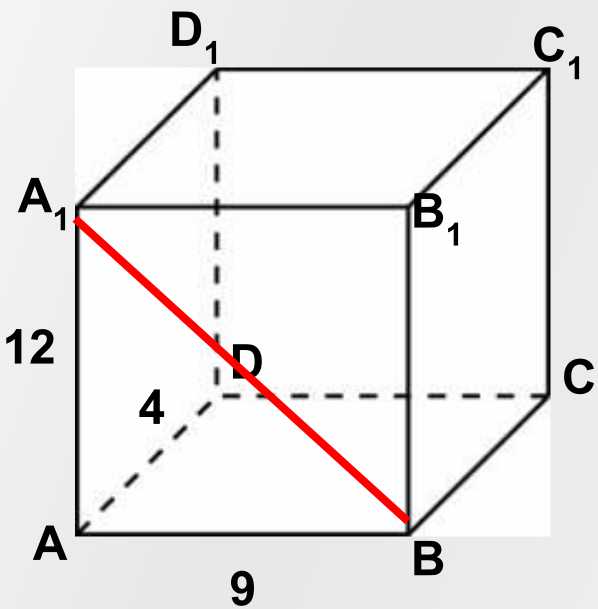
Вернуться к содержанию

2.3 Задание В11 (№ 271567)

Прототип Прототип (№ 2453Прототип (№ 245360Прототип (№ 245360)

- Найдите расстояние между вершинами B и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого AB =9,
- AD = 4, AA_1 = 12 .

Из прямоугольного ΔBAA_1 по теореме Пифагора



$$BA_1 = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225}$$

$BA_1 = 15$

Ответ: 15

Вернуться к содержанию

3.1 Прототип задания B11 (№ 245361)

- **Найдите угол ABD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. Ответ дайте в градусах.**

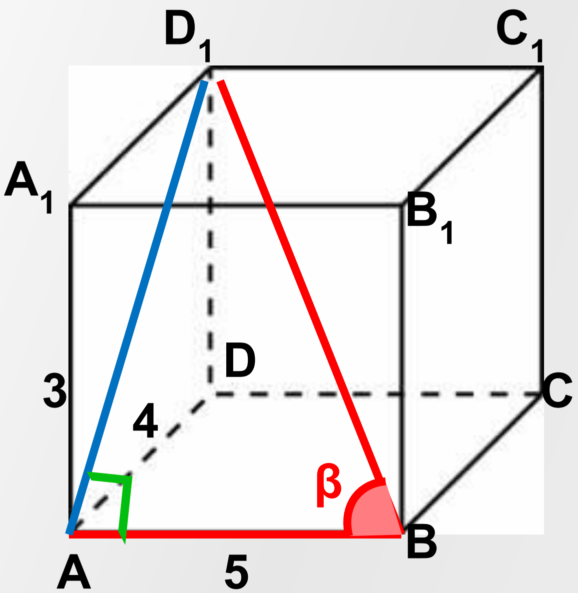
AD – проекция наклонной AD_1 на плоскость ABCD

AD перпендикулярна AB, следовательно AD_1 перпендикулярна AB по теореме о трех перпендикулярах

[Теоретическая сведения]

ΔABD_1 прямоугольный

1. $\cos\beta = \dfrac{AB}{D_1B}$ или 2. $tg\beta = \dfrac{D_1A}{AB}$



1. D_1B– диагональ прямоугольного параллелепипеда

$(D_1B)^2 = (AB)^2 + (AD)^2 + (AA_1)^2$; $(D_1B)^2 = (5)^2 + (4)^2 + (3)^2$

$(D_1B)^2 = 50 = 25\cdot 2$; $D_1B = 5\sqrt{2}$

$$\cos\beta = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

2. D_1A– гипотенуза прямоугольного ΔAD_1D

$(D_1A)^2 = (3)^2 + (4)^2$;

$(D_1A)^2 = 25$;

$D_1A = 5$

3. $D_1A = AB = 5$

ΔABD_1 – прямоугольный и равнобедренный

$$tg\beta = \frac{5}{5} = 1 \quad \beta = 45^o$$

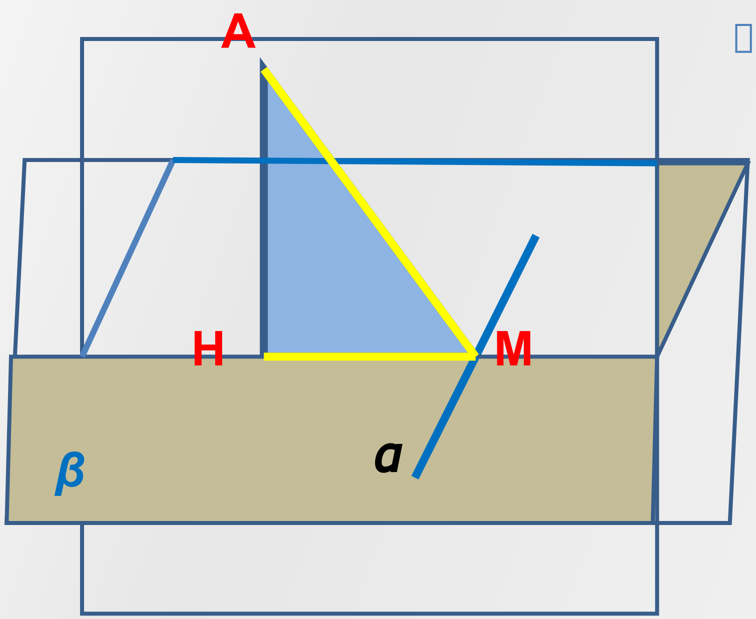
Ответ: 45

Вернуться к содержанию

Теоретические сведения

Теореме о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной



- Прямая a, проведенная в плоскости β через точку М перпендикулярно к МН (проекции наклонной), перпендикулярна АМ (наклонной)

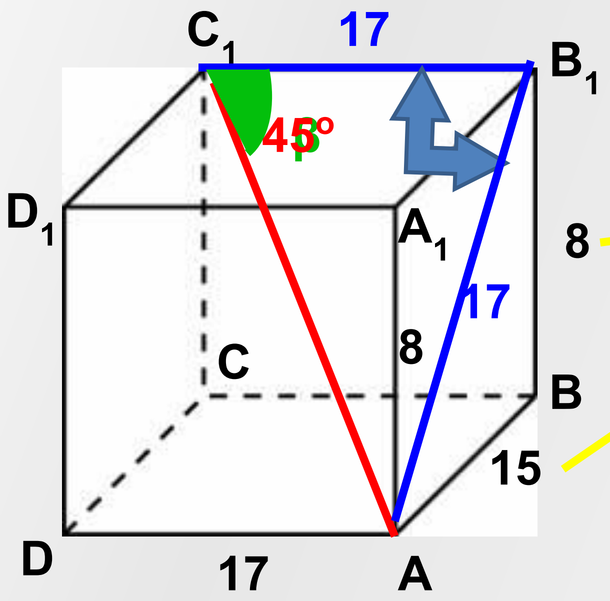
3.2 Задание B9 (№ 271575)

Прототип Прототип (№ 2453Прототип (№ 24536Прототип (№ 245361)

- **Найдите угол AC_1B_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=15$, $AD=17$, $AA_1=8$. Ответ дайте в градусах.**

C_1B_1 перпендикулярна A_1B_1, следовательно C_1B_1 перпендикулярна A_1B_1 по теореме о трех перпендикулярах

Теоретическая сведения



ΔAB_1C_1 – прямоугольный.

$C_1B_1 = 17$

$(AB_1)^2 = (15)^2 + (8)^2$ по теореме Пифагора из ΔABB_1

$AB_1 = 17$

ΔAB_1C_1 прямоугольный и равнобедренный

$\beta = 45^o$

Ответ: 45

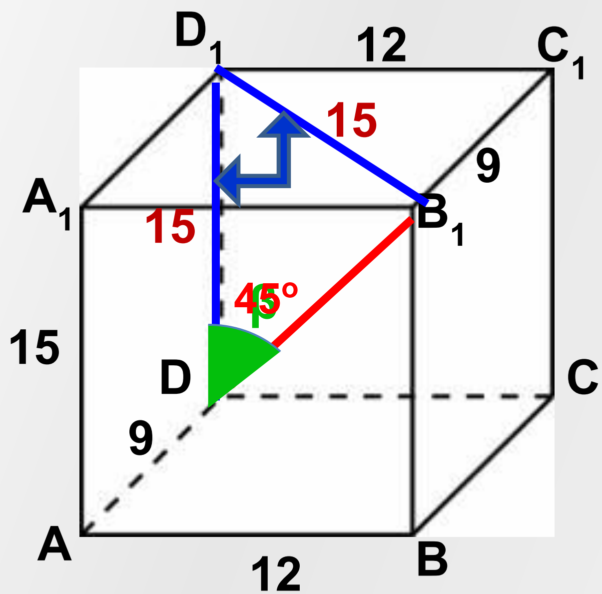
Вернуться к содержанию

3.3 Задание B9 (№ 271811)

Прототип Прототип (№ 2453Прототип (№ 24536Прототип (№ 245361)

- Найдите угол B_1DD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=12$, $AD=9$, $AA_1=15$ Ответ дайте в градусах.

Достроим прямоугольный треугольник B_1DD_1



$$(D_1B_1)^2 = (12)^2 + (9)^2 = 144 + 81 = 225$$

Или увидеть, что $B_1D_1C_1$- египетский, т.е. Стороны относятся как $3:4:5 = 9:12: D_1B_1$.

$$D_1B_1 = 15$$

По условию $DD_1 = 15$

ΔB_1DD_1-прямоугольный и равнобедренный

Следовательно $\angle B_1DD_1 = 45^o$

Ответ: 45

Вернуться к содержанию

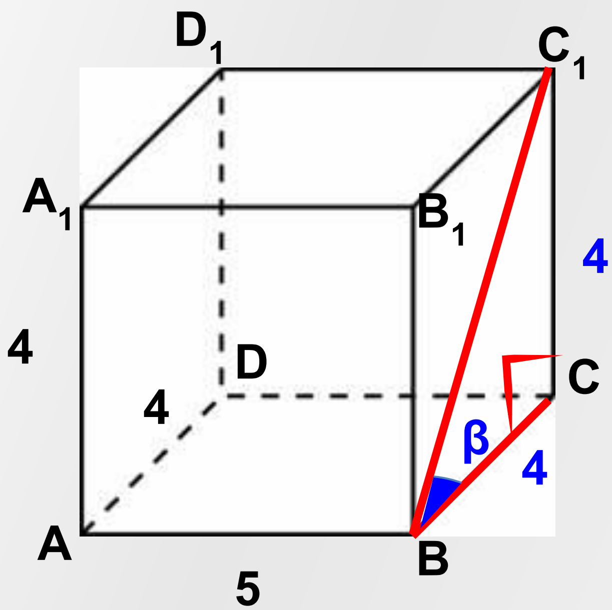
4.1 Прототип задания B9 (№ 245362)

- **Найдите угол C_1BC прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=5$, $AD=4$, $AA_1=4$. Ответ дайте в градусах.**

Угол C_1BC принадлежит плоскости прямоугольника BB_1C_1C

$\Delta\ C_1BC$ прямоугольный и равнобедренный

Следовательно угол β равен 45°



Из $\Delta\ C_1BC$

$$tg\beta = \frac{C_1C}{BC} = \frac{4}{4} = 1$$

$\beta = 45^o$

Ответ: 45

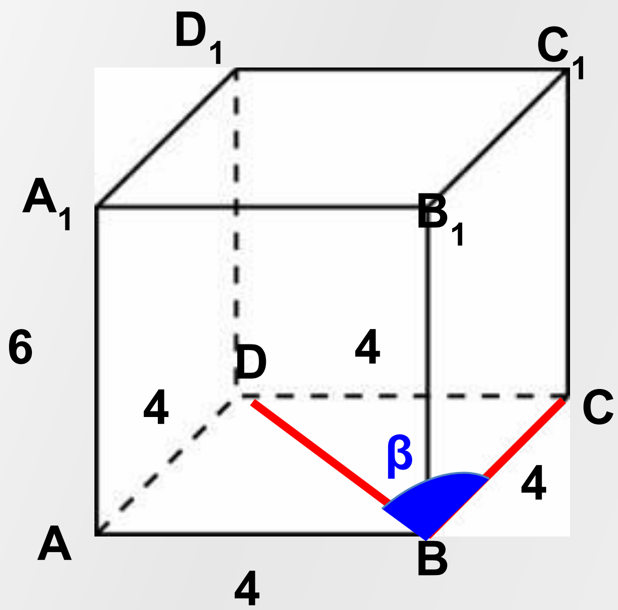
Вернуться к содержанию

4.2 Задание B9 (№ 271813)

Прототип Прототип (№ 2453Прототип (№ 245362Прототип (№ 245362)

- **Найдите угол CBD прямоугольного параллелепипеда, для которого AB = 4, AD = 4, AA_1 = 6. Ответ дайте в градусах.**

∆ CBD прямоугольный и равнобедренный



∟CBD = 45º

Ответ: 45

Вернуться к содержанию

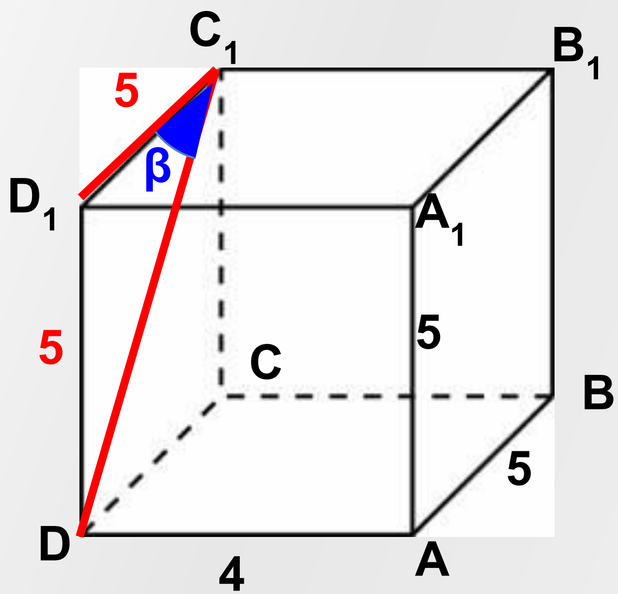
4.3 Задание B9 (№ 271817)

Прототип Прототип (№ 2453Прототип (№ 245362Прототип (№ 245362)

- Найдите угол DC_1D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 5$. Ответ дайте в градусах.

Из равнобедренного прямоугольного ΔDC_1D_1

$\angle DC_1D_1 = 45^o$



Ответ: 45

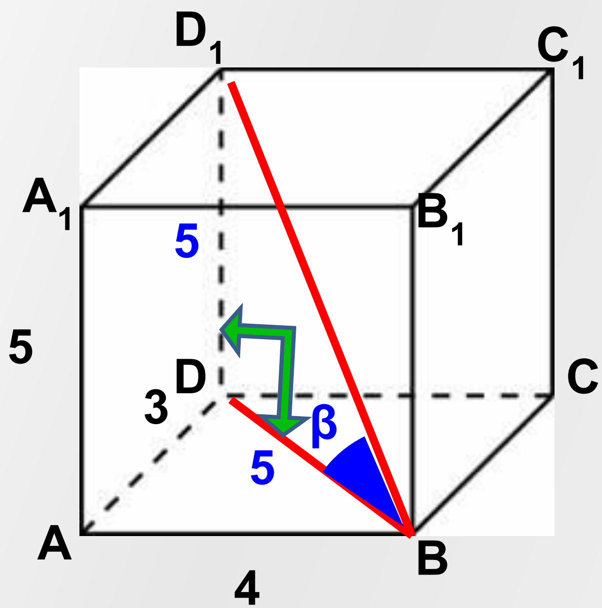
Вернуться к содержанию

5.1 Прототип задания B9 (№ 245363)

- **Найдите угол DBD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 5$. Ответ дайте в градусах.**

DD_1 перпендикулярна к плоскости основания => $\angle D_1DB = 90^o$

В прямоугольном ΔD_1DB: **1.** $tg\beta = \dfrac{DD_1}{DB}$ или **2.** $\sin\beta = \dfrac{DD_1}{D_1B}$



1. Из Δ ABD по теореме Пифагора:

$$DB = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

D_1B - диагональ прямоугольного параллелепипеда

$$D_1B = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25\cdot 2} = 5\sqrt{2}$$

$$tg\beta = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \beta = 45^o$$

$$\sin\beta = \frac{\cancel{5}}{\cancel{5}\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \beta = 45^o$$

3. ΔD_1DB – прямоугольный и равнобедренный

$\beta = 45^o$

Ответ: 45

Вернуться к содержанию

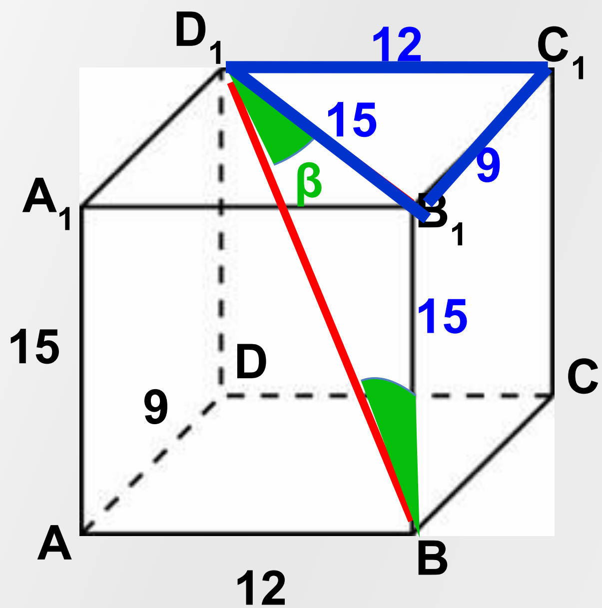
5.2 Задание B9 (№ 272313)

Прототип Прототип (№ 2453Прототип (№ 245363Прототип (№ 245363)

- Найдите угол BD_1B_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 12$, $AD = 9$, $AA_1 = 15$. Ответ дайте в градусах.

ΔBD_1B_1 - прямоугольный

Найдем D_1B_1 из прямоугольного $\Delta D_1B_1C_1$



$\Delta D_1B_1C_1$ – египетский. В котором $B_1C_1 : D_1C_1 : D_1B_1 = 3:4:5 = 9:12:15$

$D_1B_1 = 15$

D_1B_1 можно найти по теореме Пифагора из $\Delta D_1B_1C_1$

$(D_1B_1)^2 = (12)^2 + (9)^2 = 144 + 81 = 225$

И так $D_1B_1 = B_1B = 15$

В прямоугольном равнобедренном ΔD_1B_1B

углы при основании равны по 45^o

$\beta = 45^o$

Ответ: 45

Вернуться к содержанию

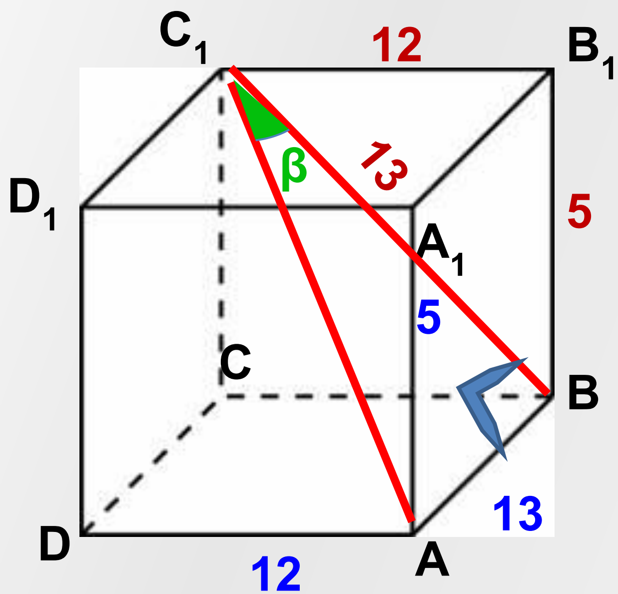
5.3 Задание B9 (№ 272319)

Прототип Прототип (№ 2453Прототип (№ 245363Прототип (№ 245363)

- **Найдите угол AC_1B прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 13$, $AD = 12$, $AA_1 = 5$. Ответ дайте в градусах.**

По теореме о трех перпендикулярах

Теоретические сведения



$\angle C_1BA = 90^o$

Из ΔC_1B_1B

$$C_1B = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

ΔC_1BA - прямоугольный равнобедренный

В ΔC_1BA углы при основании равны по 45^o

$\beta = 45^o$

Ответ: 45

Вернуться к содержанию

Работа учителя математики Зениной Алевтины Дмитриевны

2011год

Скоро ЕГЭ!

- **Еще есть время подготовиться!**