



Изучена данная тема,
Пройдена теории схема,
Вы много новых формул узнали,
Задачи с прогрессией решали.

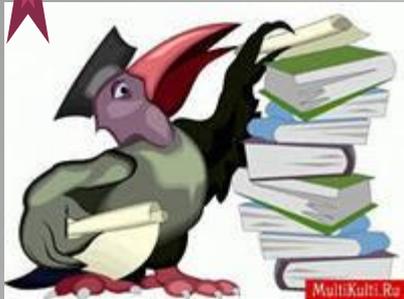


И вот в последний урок
Нас поведет
Красивый лозунг



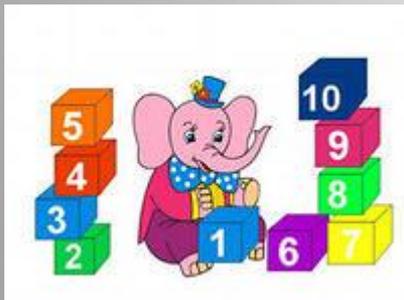
“ПРОГРЕССИО - ВПЕРЕД





Тема урока:

Арифметическая и геометрическая прогрессия



Арифметическая и геометрическая прогрессии

Цели урока:

- *обобщение и систематизация теоретического материала по данной теме;*
- *отработка умений и навыков применения формул n -го члена прогрессии, суммы n первых членов прогрессии;*
- *развитие навыков работы с дополнительной литературой, с историческим материалом;*
- *развитие познавательной активности учащихся;*
- *воспитание эстетических качеств и умения общаться; формирование интереса к математике.*

НЕМНОГО ИЗ ИСТОРИИ

Слово «прогрессия» латинского происхождения (progressio), буквально означает «движение вперед» (как и слово «прогресс») и встречается впервые у римского автора Боэция (V-VI вв.).

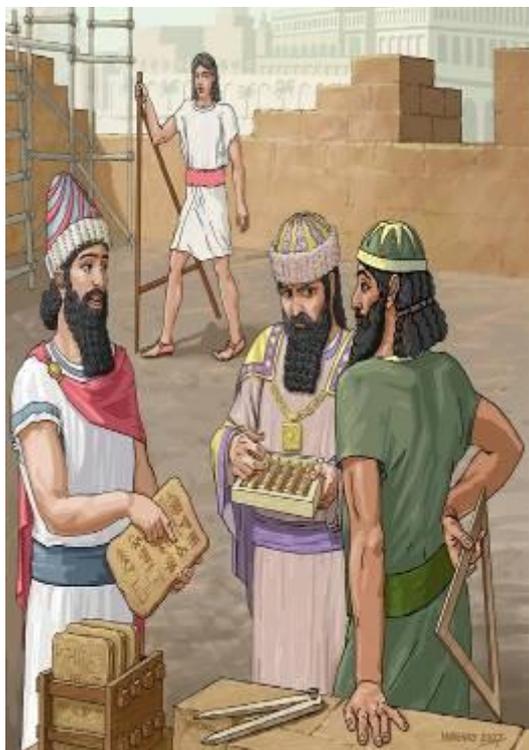
Правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии даётся в «Книге абака» (1202г.) Леонардо Фибоначчи.





Немного из истории

- Задачи на геометрические и арифметические прогрессии встречаются у вавилонян, в египетских папирусах, в древнекитайском трактате «Математика в 9 книгах».

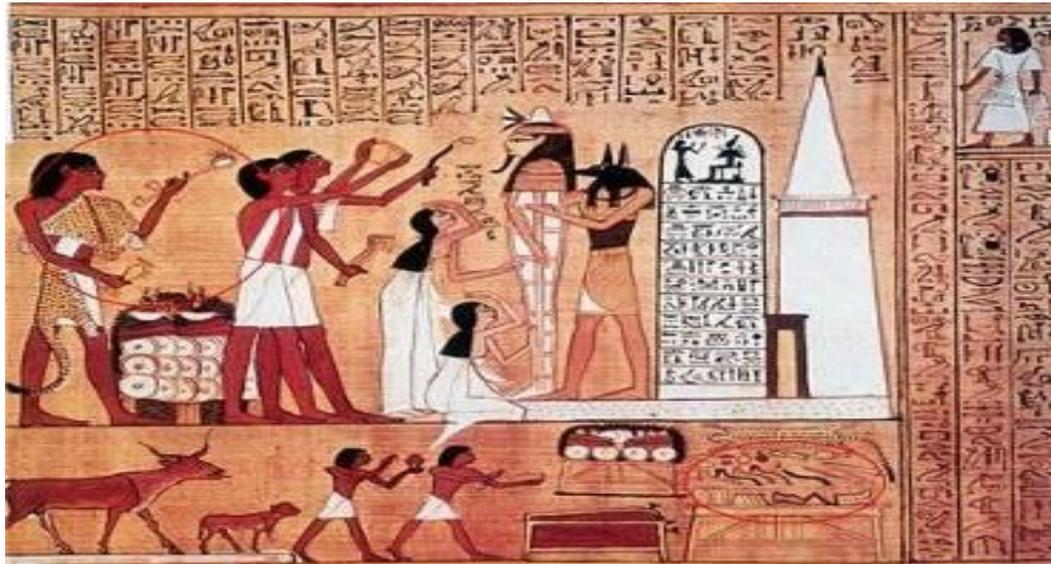


На связь между прогрессиями первым обратил внимание Архимед.



НЕМНОГО ИЗ ИСТОРИИ

Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства, строительство, размежевание земельных наделов.



ПРОГРЕССИИ



Арифметическая прогрессия

Последовательность в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему сложенному с одним и тем же числом.

Число d - разность прогрессии

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

Геометрическая прогрессия

Последовательность отличных от нуля чисел в которой каждый член начиная со второго равен предыдущему умноженному на одно и тоже число.

Число q - знаменатель прогрессии.

$$q = b_2 : b_1 = b_3 : b_2 = b_4 : b_3 = \dots$$

ФОРМУЛА N-ГО ЧЛЕНА ПРОГРЕССИИ

арифметической,

геометрической

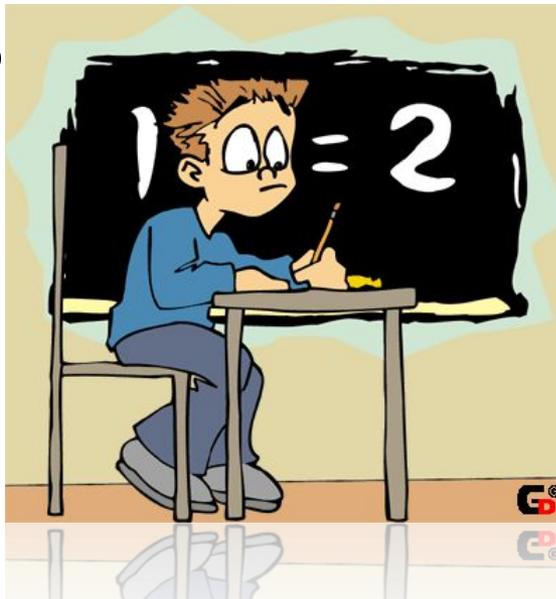
$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

Дано: $a_1 = 7, d = 5$

Найти: $a_4, ..$

$$a_4 = 22$$



Дано: $b_1 = 3, q = 2$

Найти: b_3 .

$$b_3 = 12$$

ФОРМУЛЫ СУММЫ N ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ ПРОГРЕССИЙ

арифметическая

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Дано: $a_1 = 5$, $d = 4$

Найти: S_5

$$S_5 = 65$$

геометрическая

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1 - q}, q \neq 1$$

Дано: $b_1 = 2$, $q = -3$

Найти: S_4

$$S_4 = -40$$

ФИЗМИНУТКА

Примите удобную позу сидя на стуле. Начните с расслабления мышц. Плечи висят (лежат) свободно. Двигается предплечье. Согните предплечье под прямым углом к плечу (к туловищу). Опустите свободно, как плеть, так, чтобы оно падало лишь под действием собственной тяжести. Уловите контраст между напряжением при сгибании и расслаблением при опускании. Попеременно справа и слева. Вместе. В комбинации с расслаблением кистей и пальцев. Попробуйте добиться с помощью вышеописанных упражнений полного расслабления тела.

В положении сидя, ноги согнуты в коленях под углом приблизительно 100 градусов. Согните стопу, опираясь на пятку и приведя к голени, свободно отпустите. Вместе и попеременно. Вытянув слегка расставленные ноги, опора на пятки: раскачивайте стопы влево - вправо, свободно, как на шарнирах, попеременно и вместе.

Пофантазируйте. Закройте глаза и вообразите, что вы отправляетесь в своей фантазии в какое-нибудь место - знакомое и нравящееся вам или то, которое вы себе таким представляете. Сейчас вы вернётесь в класс и всё сможете решить.

Математический диктант



1. В геометрической прогрессии первый член равен 32, второй равен 8. Найдите знаменатель этой прогрессии.

2. Найдите шестой член геометрической прогрессии, зная, что её первый член равен 3, знаменатель равен 2.

3. Найдите первый член геометрической прогрессии, если, её пятый член равен 125, а знаменатель равен 5.

4. 3; 6... геометрическая прогрессия. Найдите сумму шести её членов.

.



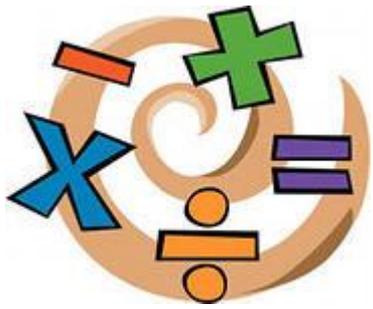
Проверь себя !

1. $1/4$

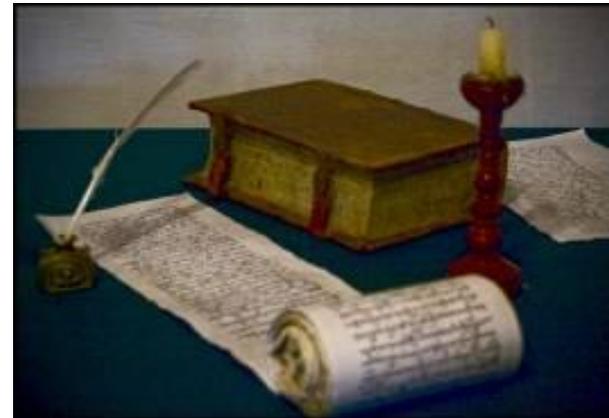
2. 96

3. $1/5$

4. 189



★ Задачи на прогрессию - это не абстрактные формулы. Они берутся из самой нашей жизни, связаны с ней и помогают решать некоторые практические вопросы. ★



Подготовку к экзамену начинают с 15 мин. В каждый следующий день её время увеличивают на 10 мин. Сколько дней следует готовиться к экзамену в указанном режиме, чтобы достичь максимальной продолжительности подготовки, не влияющей на здоровье подростка, 1 час 45 минут

Дано: $a_1=15$ $d=10$ $a_n=105$

Найти: n

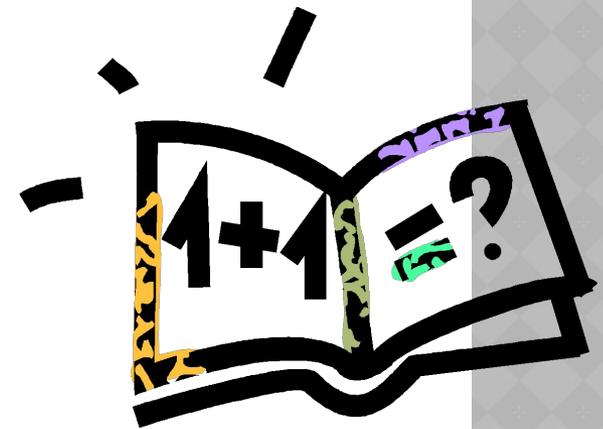
Решение: $a_n=a_1+(n-1)d$

$$a_n=a_1+nd-d$$

$$nd=a_n-a_1+d$$

$$10n=105-15+10$$

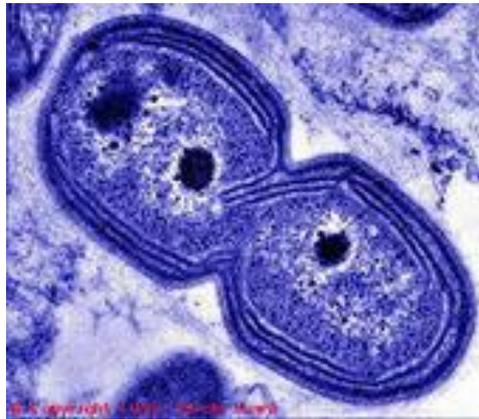
$$10n=100 \quad n=10$$



Ответ: 10 дней

★ Прогрессии в биологии ★

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Указать количество бактерий, рождённых одной бактерией за 7 минут.



Решение

Данная последовательность - геометрическая прогрессия со знаменателем $q = 2$ $n = 7$ $b_1 = 1$

Зная формулу

$$S_n = \frac{b_1 q^n - b_1}{q - 1}$$

Получаем

$$S_7 = \frac{1 \cdot 2^7 - 1}{2 - 1} = 127$$



Архитектура

Амфитеатр состоит из 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?



Решение задачи:

Итак, перед нами арифметическая прогрессия.

Пусть x мест в первом ряду, $(x+20)$ мест во втором ряду, $(x+20+20)$, т. е. $(x+40)$ мест в третьем ряду и т. д.

$$a_1 = x \quad a_2 = x + 20 \quad d = 20 \quad a_{10} = 280$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_{10} = a_1 + 9d \quad 280 = x + 9 \times 20 \quad \longrightarrow \quad x = 100$$

Значит, 100 мест в первом ряду

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n \quad S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} 10 \quad S_{10} = \frac{100 + 280}{2} \times 10 \quad S_{10} = 1900$$

Ответ: 1900

Задача: Вертикальные стержни фермы имеют следующую длину: наименьший 5 дм, а каждый следующий - на 2 дм длиннее. Найдите длину семи таких стержней.

Решение: Перед нами арифметическая

прогрессия 5, 7, 9, 11,

$$a_1 = 5 \quad d = 2 \quad n = 7$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \times 7$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_7 = a_1 + d(7 - 1)$$

$$a_7 = 17$$

$$S_7 = \frac{5 + 17}{2} \times 7$$

Ответ: 77 дм



РЕФЛЕКСИЯ

- ◎ **Оцените свои знания и умения на**
- ◎ **конец урока. Был ли полезен урок**
- ◎ **для каждого из вас? Чем?**

Домашнее задание

Вариант №17 (1-20)





*Урок сегодня завершён,
Дружней вас не сыскать.
Но каждый должен знать:
Познание, упорство, труд
К прогрессу в жизни приведут.*





Спасибо за урок!





Интернет-ресурсы



- <http://egypt.gimna1.ru/p20aa1.html>
- http://ru.wikipedia.org/wiki/Аниций_Манлий_Торкват_Северин_Боэций
- <http://wiki.saripkro.ru/index.php/Изображение:Drevzadachaproektskleminoi.jpg>
- http://wiki.iteach.ru/images/4/4b/Прогрессия_в_биологии..pdf

