

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра сопротивления материалов

ЛЕКЦИЯ № 2С-8

Динамические задачи

Сопротивление материалов

*Слайды видеолекций
для студентов технических направлений*

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
2014

Задачи динамики машин и строительных сооружений

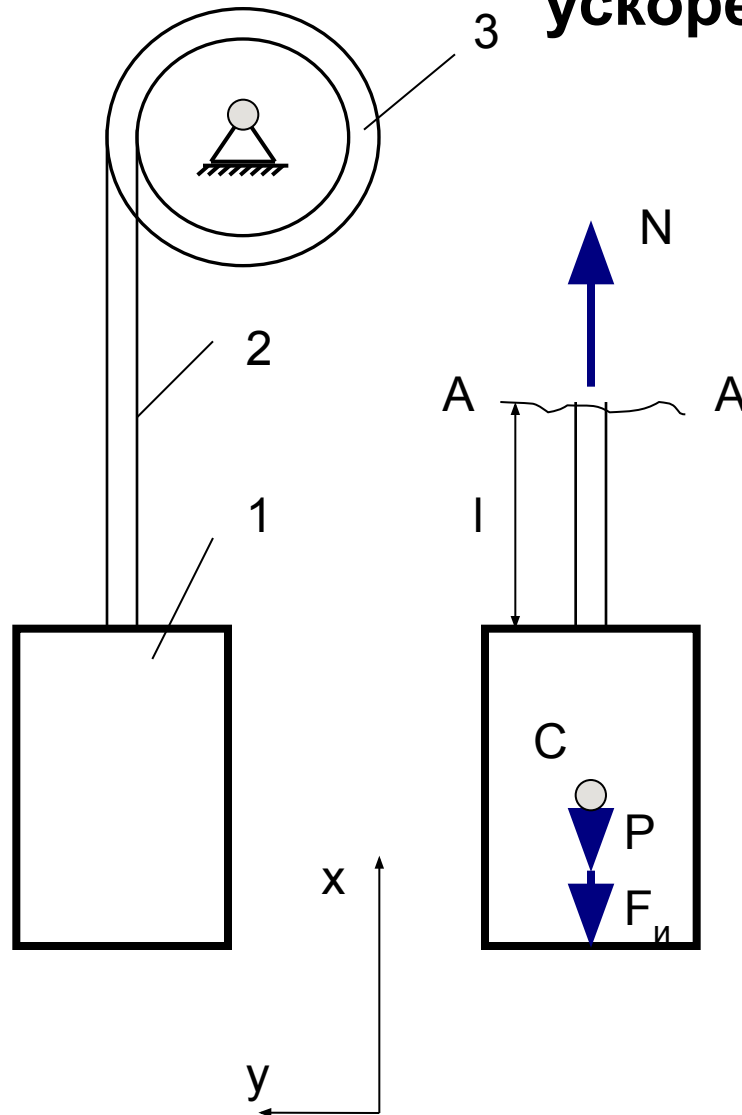
Многokратное приложение нагрузки (предельное состояние возникает при меньших нагрузках, чем при статическом действии внешних сил).

В конструкциях возникают колебания и вибрации (предельные нагрузки снижаются еще более).

Высокие скорости деформирования (некоторые пластичные материалы разрушаются хрупко, без заметных остаточных деформаций).



Расчет элементов конструкций при постоянных ускорениях



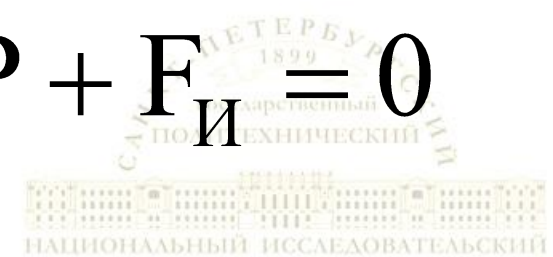
$$ma = N + P$$

N – нормальная сила в поперечном сечении каната;
 P и m – вес и масса кабины лифта и каната.

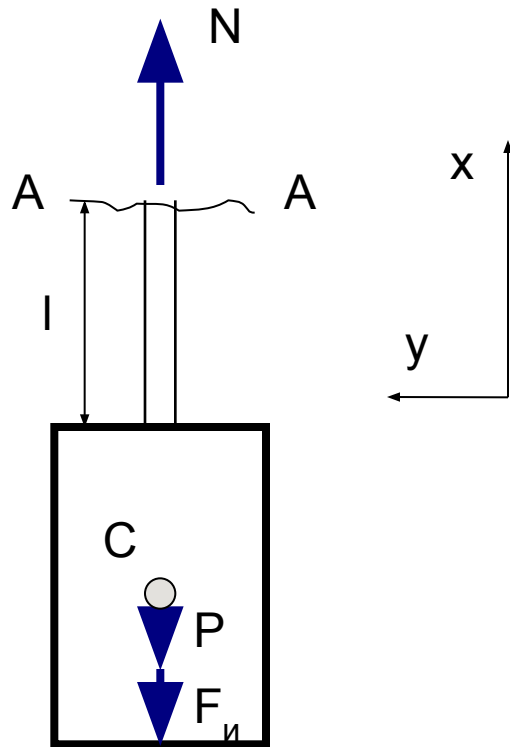
В соответствии с принципом Даламбера введем силу инерции

$$F_{И} = -ma$$

$$N + P + F_{И} = 0$$



Расчет элементов конструкций при постоянных ускорениях



$$\sum F_{И} = 0 \quad N - P - F = 0$$

$$P = mg \quad F_{И} = ma$$

$$N = mg + ma = mg\left(1 + \frac{a}{g}\right)$$

$$N = P\left(1 + \frac{a}{g}\right)$$

$$K_{д} = 1 + \frac{a}{g}$$

Коэффициент динамичности

Динамическое усилие, возникающее в поперечном сечении каната, равно весу нижележащей системы, умноженному на коэффициент динамичности.

$$N = PK_D$$

Нормальное напряжение в поперечном сечении каната

$$\sigma_D = \frac{N}{A} = \frac{P}{A} K_D$$

статическое нормальное напряжение $\sigma_{ст}$

$$\sigma_D = \sigma_{ст} K_D$$

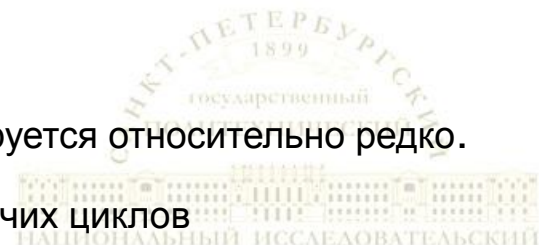
Условие прочности

$$\sigma_D = \sigma_{ст} K_D \leq [\sigma]$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[K]}$$

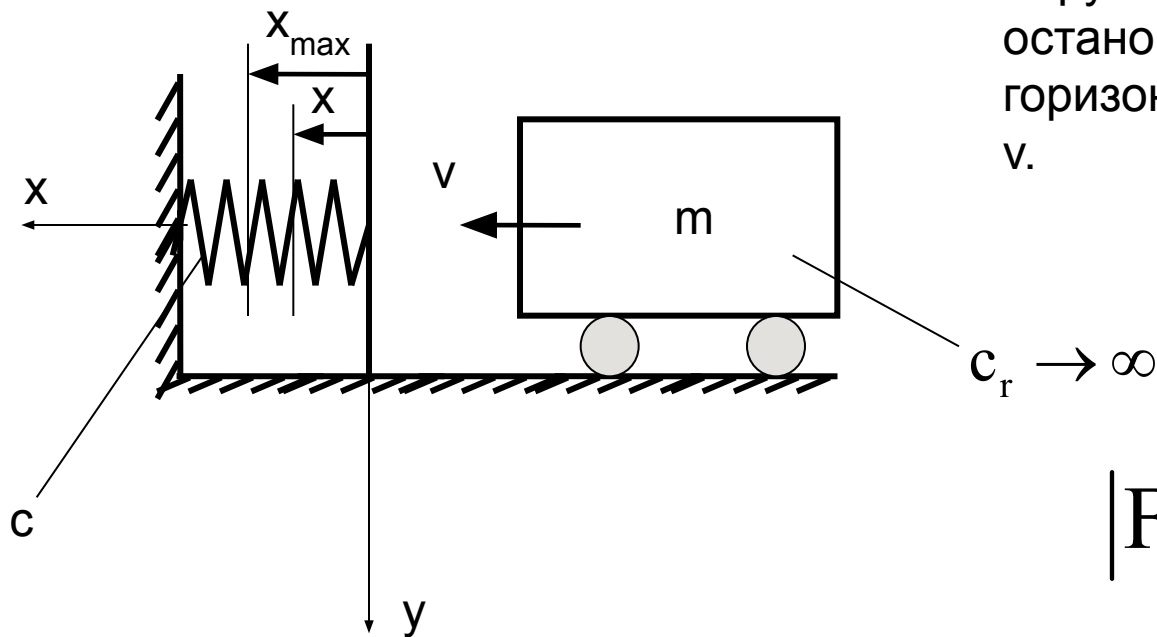
Предел текучести, если конструкция эксплуатируется относительно редко.

Предел выносливости при большом числе рабочих циклов



Ударное взаимодействие упругих тел

Если время внешнего воздействия на конструкцию невелико (по отношению к периоду собственных колебаний), то совокупность механических явлений называется ударом.

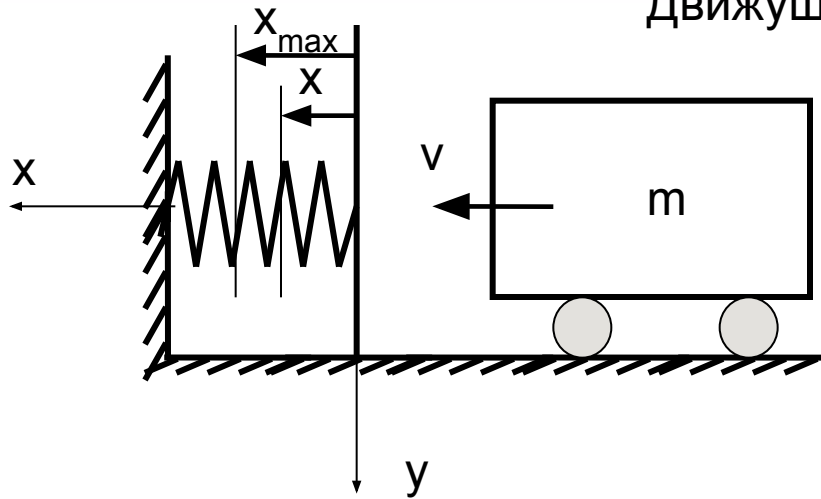


Упругий буфер должен остановить груз, движущийся горизонтально со скоростью v .

$$|F| = c|x|$$

где c – жёсткость линейно упругого буфера.

Движущийся груз обладает кинетической энергией



$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

Потенциальная энергия упругой деформации буфера в момент его наибольшего обжатия

$$U_{\max} = \frac{1}{2}F_{\max}x_{\max}$$

К моменту полной остановки груза имеем $T = 0$ и $U = U_{\max}$. По закону сохранения энергии можно записать

$$U_{\max} = T \qquad \frac{1}{2}F_{\max}x_{\max} = \frac{1}{2}mv^2$$

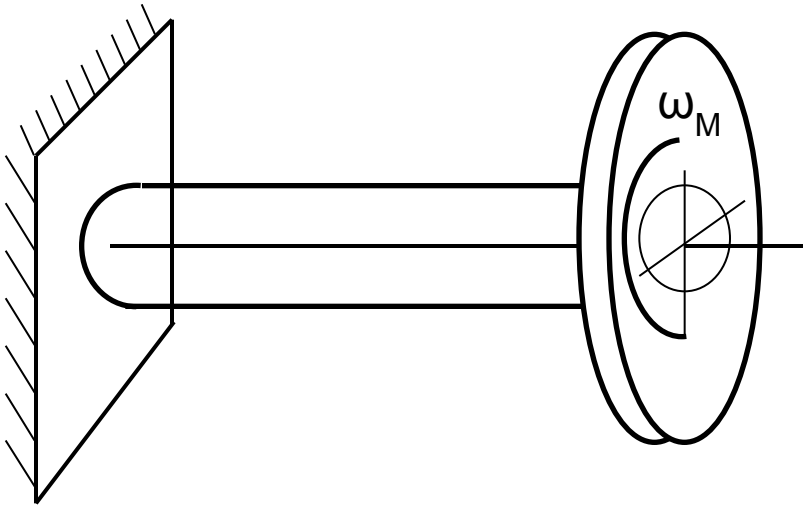
$$F_{\max} = v\sqrt{mc}$$

$$x_{\max} = v\sqrt{\frac{m}{c}}$$



- Чем больше жёсткость буфера, тем больше возникающее в нём усилие с одновременным уменьшением осадки.
- И, наоборот: с уменьшением жёсткости (с увеличением податливости $\lambda = 1/c$) возрастает осадка буфера и уменьшается действующее усилие.

СКРУЧИВАЮЩИЙ УДАР



Рассмотрим прямой стержень, один конец которого заделан, а на другом конце вращается маховик с угловой скоростью ω

Пусть имеется устройство, которое позволяет сцепить вращающийся маховик со свободным концом стержня. Стержень закручивается.

силе F сопоставим обобщённую силу M (вращающий момент), перемещению x – обобщённое перемещение φ (угол закручивания), жёсткости c – обобщённую жёсткость

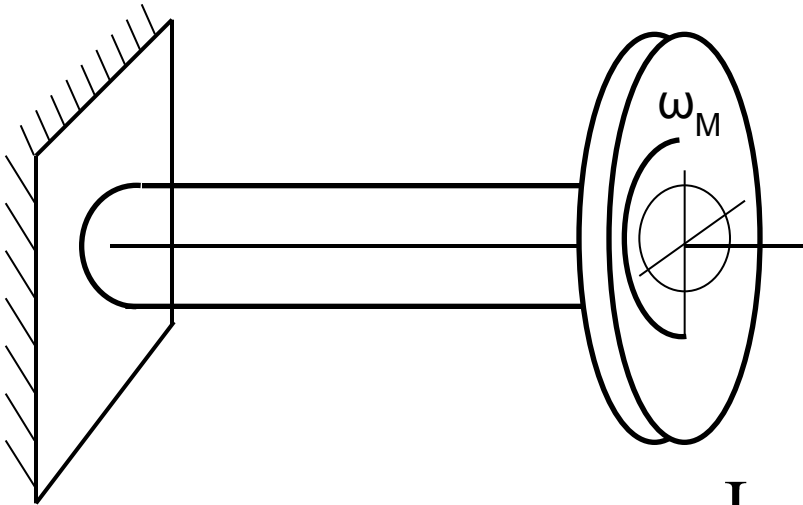
$$c_{\varphi} = \frac{M}{\varphi}$$

массе m – момент инерции маховика относительно оси вращения x

$$J_x = \int_m \rho^2 dm$$

где m – масса маховика, ρ – расстояние элементарной массы dm от оси вращения x .

СКРУЧИВАЮЩИЙ УДАР



$$c_{\varphi} = \frac{M}{\varphi}$$

$$J_x = \int_m \rho^2 dm$$

$$m = \frac{J_x}{\rho^2}$$

$$v = \rho \omega$$

$$x_{\max} = v \sqrt{\frac{m}{c}}$$

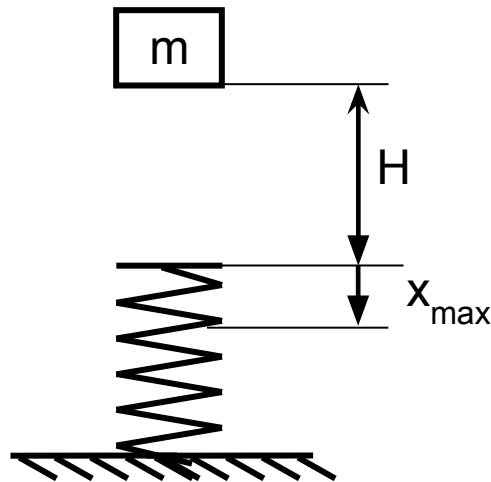
$$F_{\max} = v \sqrt{mc}$$

$$\varphi_{\max} = \omega \sqrt{\frac{J_x}{c_{\varphi}}}$$

$$M_{\max} = \omega \sqrt{J_x c_{\varphi}}$$



УДАР ВЕРТИКАЛЬНО ПАДАЮЩИМ ГРУЗОМ



- Рассмотрим задачу о грузе, падающем под действием силы тяжести на упругий буфер

$$U = U_{\Pi}$$

Потенциальная энергия положения

$$\frac{1}{2} F_{\max} x_{\max} = P(H + x_{\max})$$

P – вес груза, H – расчётная высота падения.

$$\frac{1}{2} cx_{\max}^2 - Px_{\max} - PH = 0$$

$$x_{\max} = \frac{P + \sqrt{P^2 + 2cPH}}{c}$$

Знак «плюс» соответствует нижнему положению груза при колебаниях, где сила веса и сила инерции совпадают по направлению



$$x_{\max} = \frac{P + \sqrt{P^2 + 2cPH}}{c}$$

Вынесем за скобки множитель P/c

$$x_{\max} = \frac{P}{c} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2cH}{P}} \right)$$

Отношение P/c - *статическая деформация*

$$x_{CT} = \frac{P}{c}$$

Величина x_{CT} соответствует случаю, когда на буфер аккуратно укладывается рассматриваемый груз весом P .

$$x_{\max} = x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{x_{CT}}} \right)$$

$$x_{\text{max}} = x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{x_{\text{CT}}}} \right)$$

Коэффициент динамичности

$$K_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{x_{\text{CT}}}}$$

Максимальная осадка упругого элемента при ударе падающим грузом

$$x_{\text{max}} = x K_{\partial}$$

$$F_{\text{max}} = F K_{\partial}$$

$$F_{\text{CT}} = P$$

При $H = 0$, получаем $K_{\partial} = 2$.

Следовательно, если груз медленно довести до соприкосновения с упругой системой, а затем внезапно сбросить, то усилие в системе удваивается по сравнению со спокойным укладыванием этого груза.

НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ УДАРЕ

Нормальное напряжение в момент удара

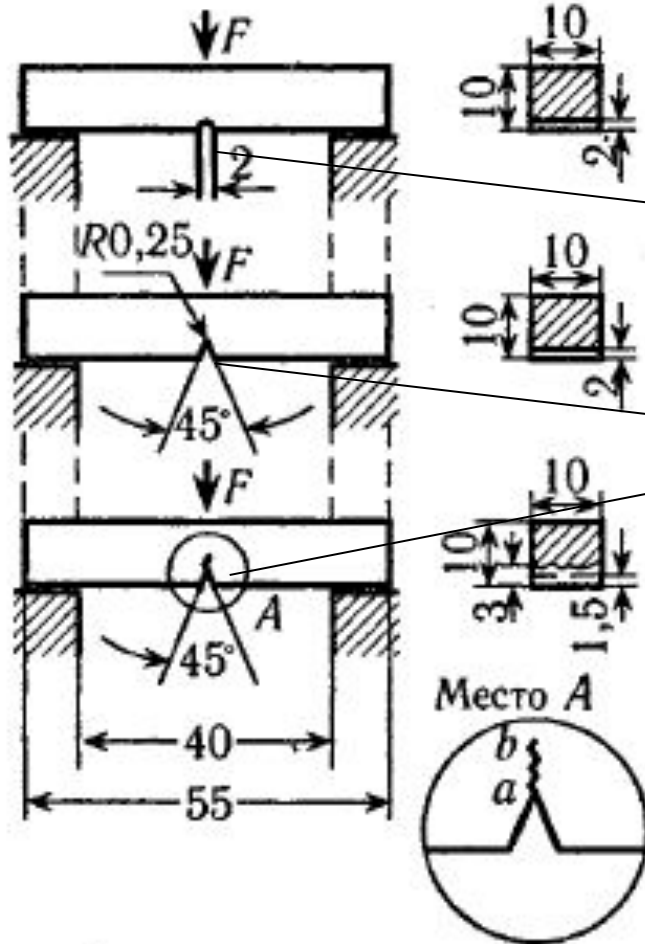
$$\sigma = \frac{F_{\max}}{A} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[k_{\delta}]}$$

$[k_{\delta}]$ – динамический нормативный коэффициент запаса, который несколько больше нормативного коэффициента запаса, принятого для конструкций, работающих при статическом действии нагрузок.

В качестве предельного напряжения $\sigma_{\text{пред}}$ принимают либо предел выносливости σ_R (при многократных ударах), либо предел текучести σ_m .

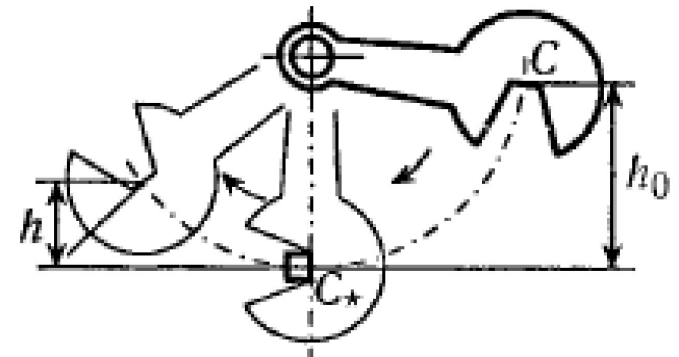
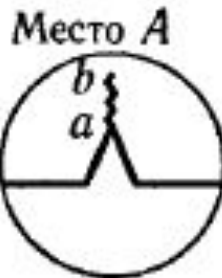
Испытания материалов на устойчивость ударным нагрузкам

Испытание на изгиб ударной пробы материала

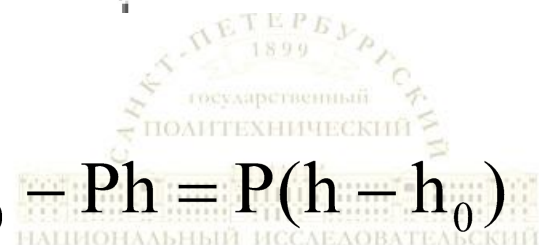


U-образный надрез

V-образный надрез



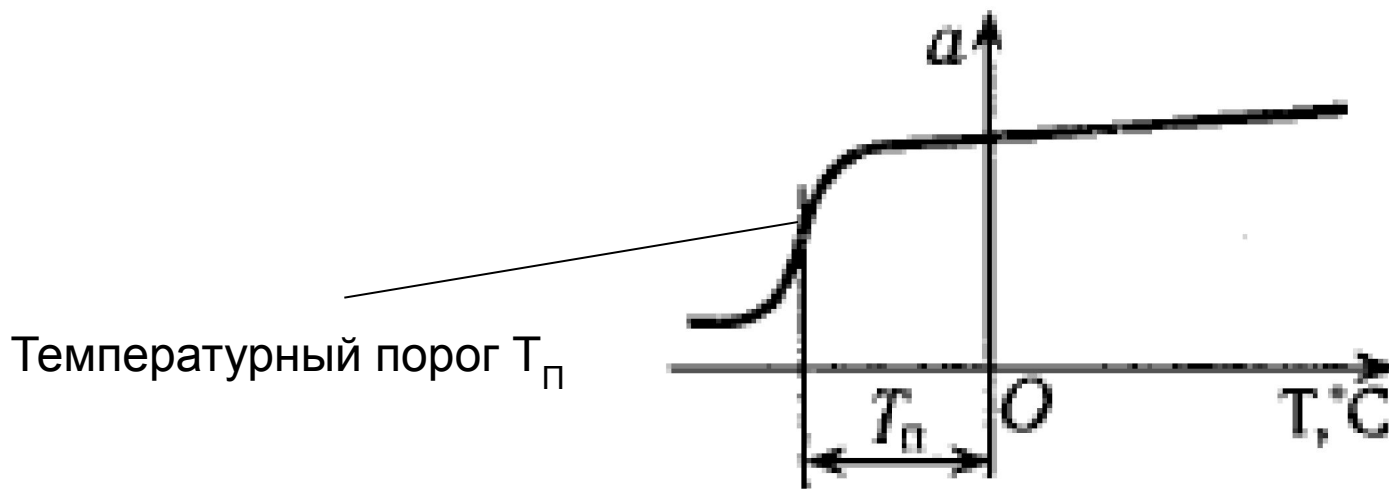
$$\Delta U = U_{\Pi} - U = Ph_0 - Ph = P(h - h_0)$$



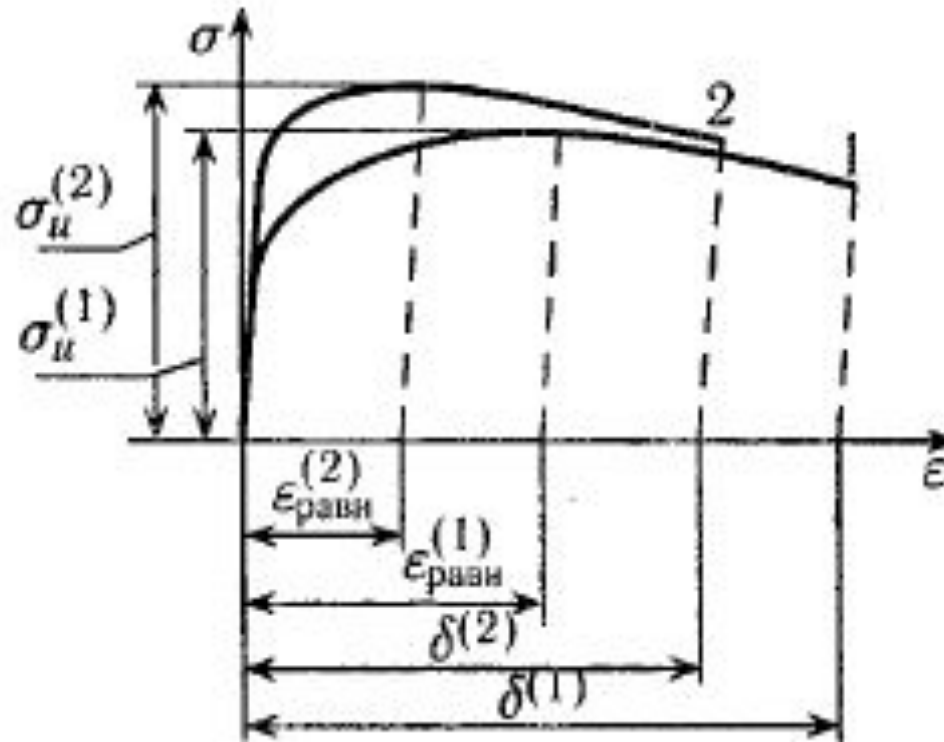
Ударная вязкость разрушения

$$a = \frac{\Delta U}{A}$$

A – наименьшая площадь поперечного сечения образца, см².



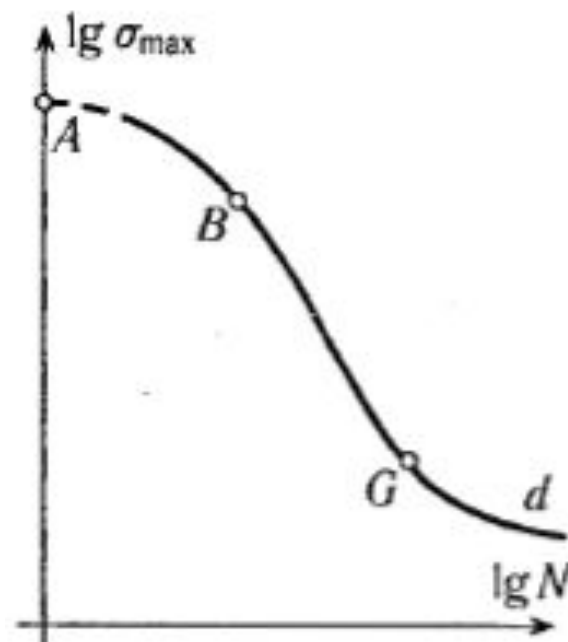
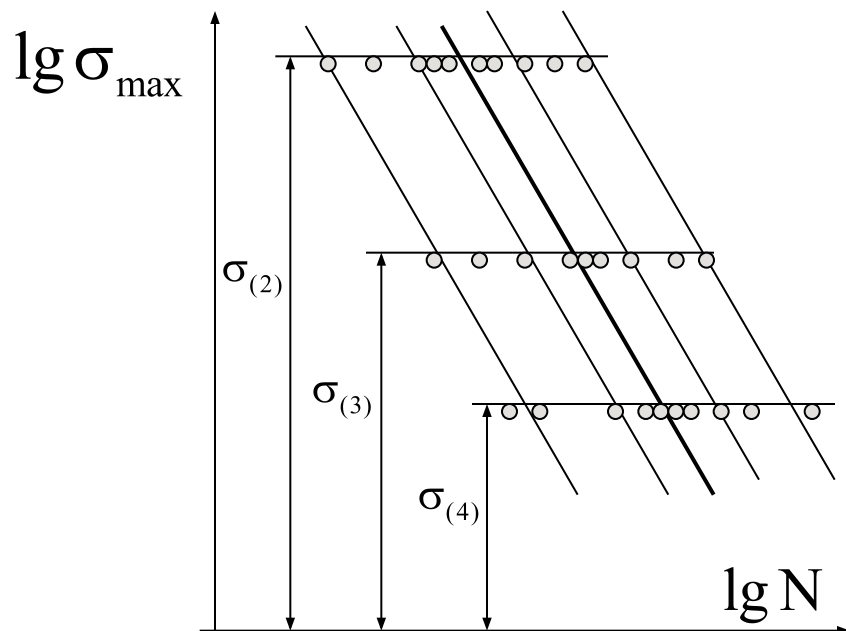
Влияние скорости деформирования



При ударе характеристики прочности возрастают на 20.....30%,

характеристики пластичности снижаются.

Предел выносливости



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ

