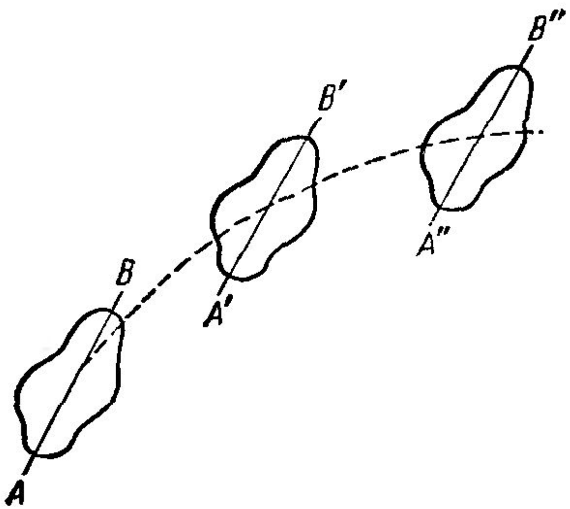
Кинематика вращательного движения

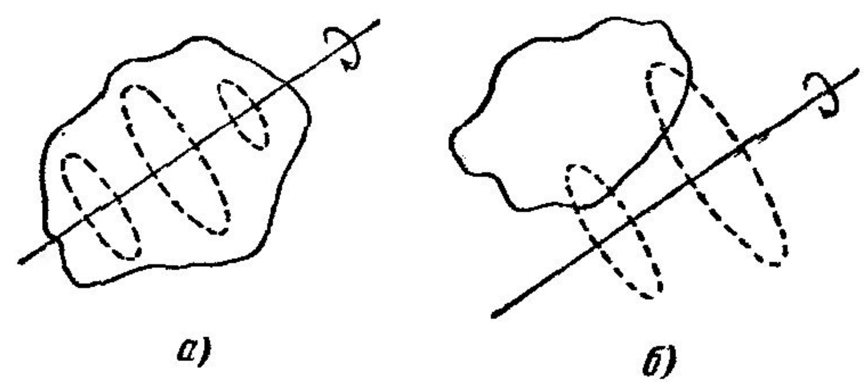
Всякое движение твердого тела может быть представлено как сумма *поступательного* и *вращательного* движений.

Поступательное движение – движение тела, при котором прямая, соединяющая две любые точки тела, остается параллельной самой себе при движении этого тела.



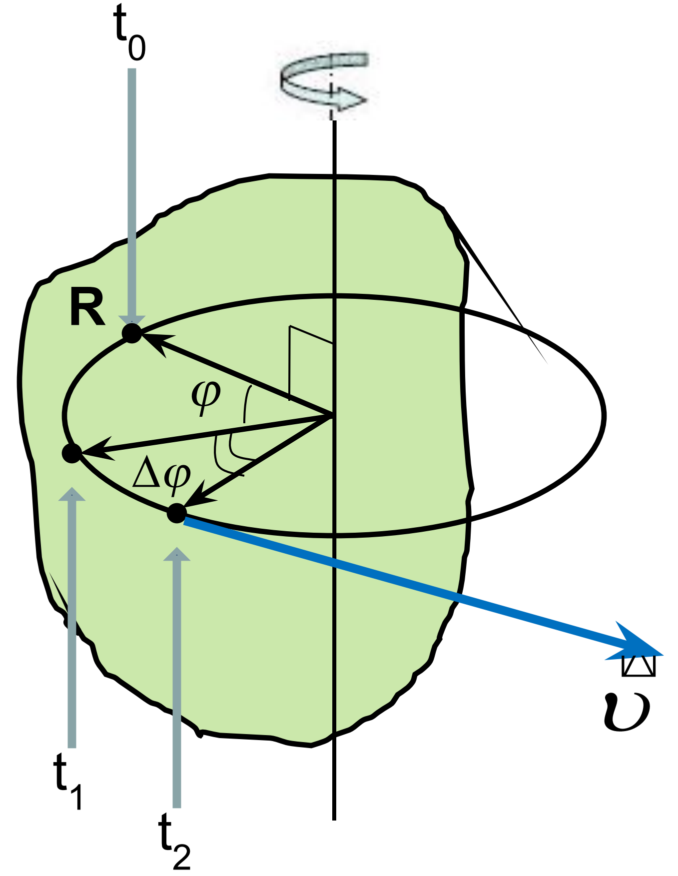
Следствие. Все точки тела движутся по одинаковым траекториям.

Вращательное движение твердого тела *вокруг оси* – движение тела, при котором все точки тела описывают окружности в плоскостях, перпендикулярных к оси вращения и с центрами, лежащими на этой оси.



Точки тела находятся на разном расстоянии от оси вращения, их скорость разная.

Характеристики кинематики вращательного движения абсолютно твердого тела



Абсолютно твердое тело – тело, деформациями которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

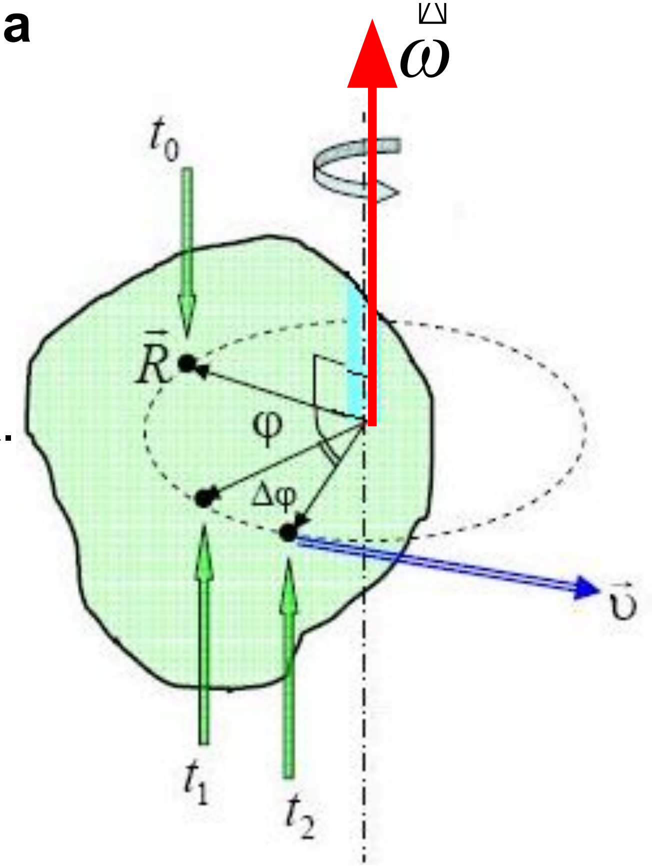
Рассмотрим вращательное движение *абсолютно твердого тела* относительно неподвижной оси вращения.

Положение такого тела при вращении вокруг неподвижной оси можно охарактеризовать угловой координатой φ (скаляр)

За время $\Delta t = t_2 - t_1$ угол поворота $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

За время dt - dφ.

Характеристики кинематики вращательного движения абсолютно твердого тела



Характеристика быстроты вращения тела вокруг неподвижной оси ⟹ *угловая скорость:*

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Размерность в системе СИ – радиан/сек или 1/сек.

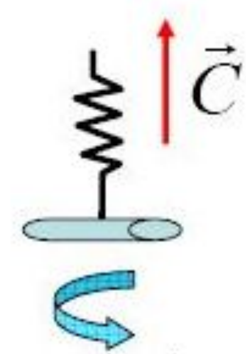
Движение по окружности данного радиуса R, будет задано в том случае, если заданы

1. величина угловой скорости ω,
2. плоскость в которой лежит окружность,
3. направление вращения

Все три характеристики могут быть даны с помощью одного вектора:

Вектор перпендикулярен плоскости вращения

Направление вектора даёт направление вращения по правилу правого винта.



Будем считать, что $\vec{\omega}$ – это такой вектор

Характеристики кинематики вращательного движения абсолютно твердого тела

При вращении с *постоянной* угловой скоростью полный оборот совершается за время

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Longrightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

T – период обращения.

Величина обратная периоду – число оборотов в единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \Longrightarrow \omega = 2\pi\nu$$

T и ν можно рассматривать и как характеристики движения с *переменной* угловой скоростью. Тогда они будут характеризовать вращение в данный момент времени.

Пример: изменение скорости вращения ротора, двигателя и т.п. характеризуют изменением числа оборотов (а не изменением угловой скорости).

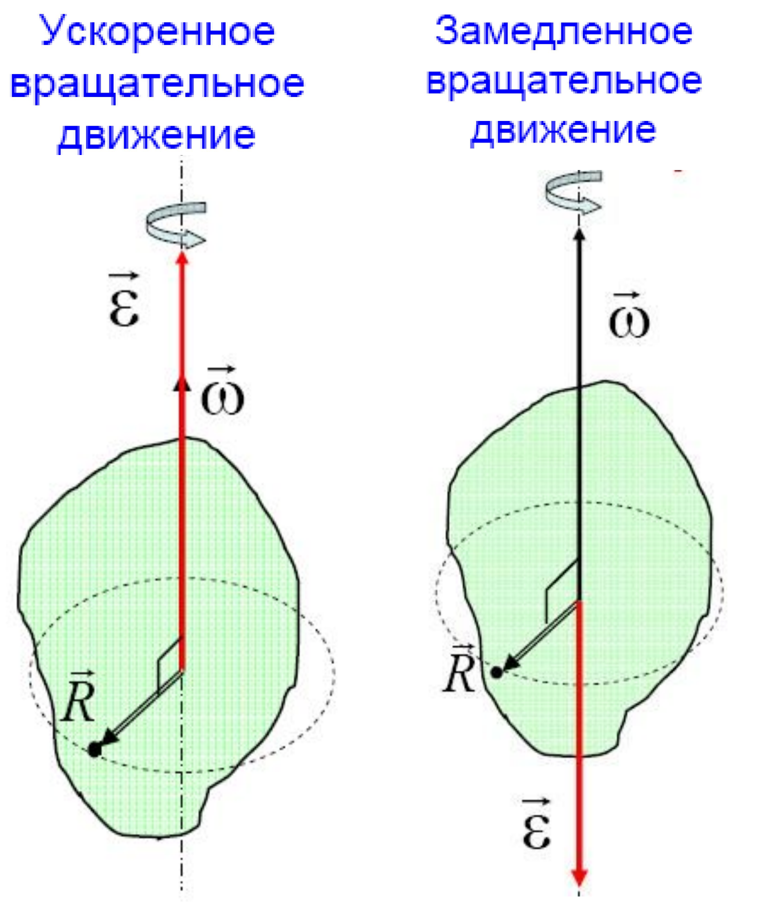
Характеристики кинематики вращательного движения абсолютно твердого тела

Угловое ускорение **-** характеристика быстроты изменения угловой скорости

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

При *__неподвижной__* оси вращения $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ совпадают по направлению в случае ускоренного вращательного движения.

В случае замедленного вращательного движения $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ - противоположны.



Связь угловых и линейных величин

Путь, пройденный точкой при движении по окружности:

$$S = R\varphi$$

Связь между **модулями** линейной скорости точки тела и угловой скоростью:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d(R\varphi)}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} = R\omega \Longrightarrow v = R\omega$$

Связь между модулями тангенциального ускорения точки тела и углового ускорения:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon \Longrightarrow a_\tau = R\varepsilon$$

Связь между модулем нормального ускорения точки тела и модулем угловой скорости:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

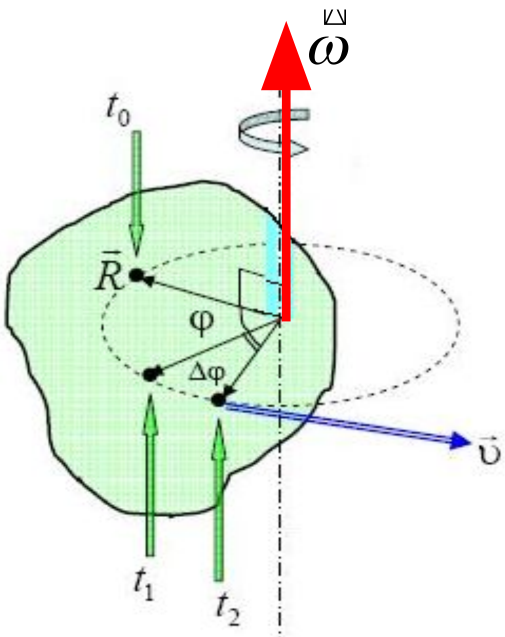
Связь угловых и линейных величин

Связь между линейной скоростью точки тела и угловой скоростью в **векторном** виде:

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}\vec{R}].$$

векторное произведение

$$\upsilon = R\omega \sin\frac{\pi}{2},$$



$$\vec{C} = [\vec{A} \times \vec{B}]$$

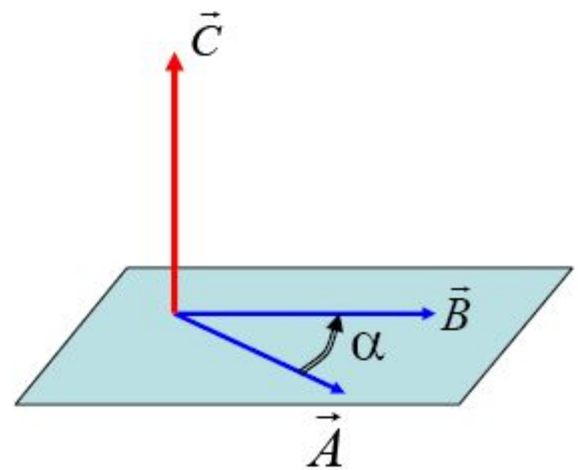
$$\vec{C} \perp \vec{A}$$

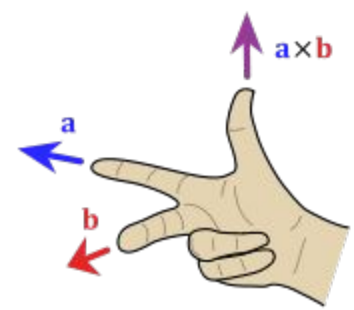
$$\vec{C} \perp \vec{B}$$

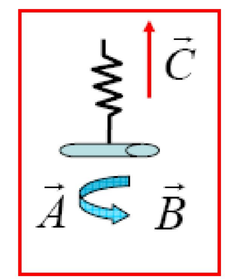
$$|\vec{C}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\alpha$$

$$C = AB\sin\alpha$$

$$\vec{C} = -[\vec{B} \times \vec{A}]$$



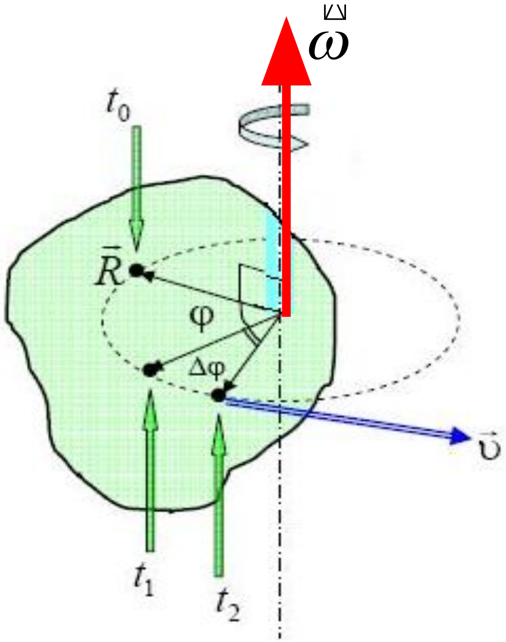




правило правой руки

Правило Правого винта

Связь угловых и линейных величин



$$\boxed{S = R\varphi}$$

$$\boxed{\upsilon = R\omega}$$

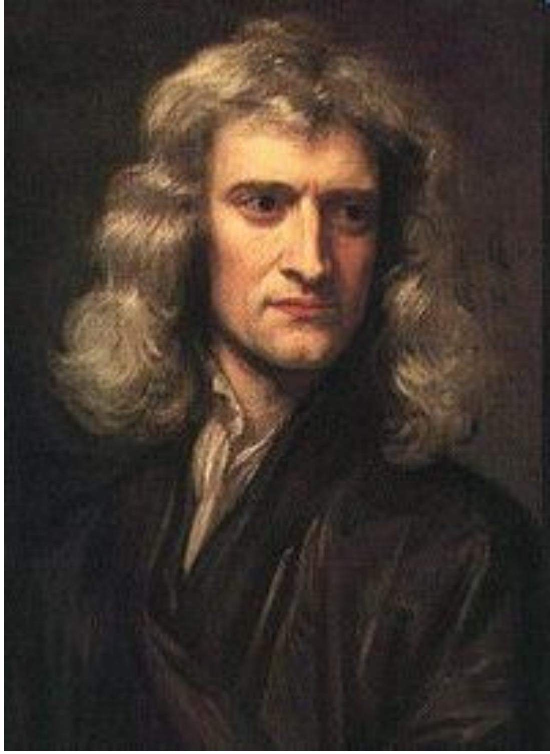
$$\boxed{\vec{\upsilon} = [\vec{\omega} \times \vec{R}]}$$

$$a_\tau = R\varepsilon$$

$$a_n = \omega^2 R$$

ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

Первый закон Ньютона.
Инерциальные системы отсчета.



Первый закон Ньютона (закон инерции**):**

Тело движется равномерно и прямолинейно или сохраняет состояние покоя, пока воздействие других тел не изменит это состояние.

Эмпирический закон.

Его установление нетривиально, поскольку в реальных условиях всегда существует взаимодействие с другими телами.

Практически силы бывают скомпенсированы.
Пример: на катящийся вагон действует вес и реакция опоры. В результате, если трение мало, вагон движется почти равномерно.

Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.

Инерциальная система отсчета – система отсчета, в которой соблюдается первый закон Ньютона.

Принцип относительности Галилея.

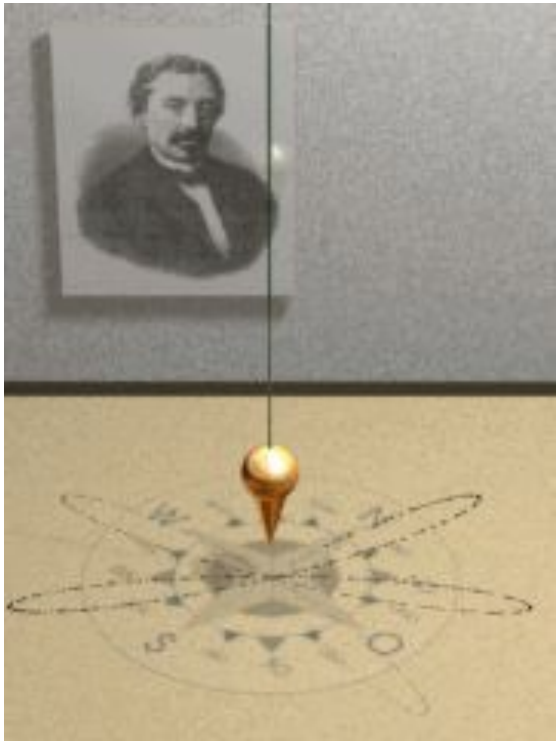
Все инерциальные системы отсчета эквивалентны друг другу. И никакими *механическими* опытами, проведенными в данной инерциальной системе отсчета, нельзя определить, движется система или нет.

Примеры. Вагон поезда

Земля – инерциальная система с высокой степенью точности.

Можно ли с помощью какого-либо механического опыта установить, что Земля всё-таки не вполне инерциальная система?

Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.



Маятник Фуко - демонстрирует влияние суточного вращения Земли на механическое движение.

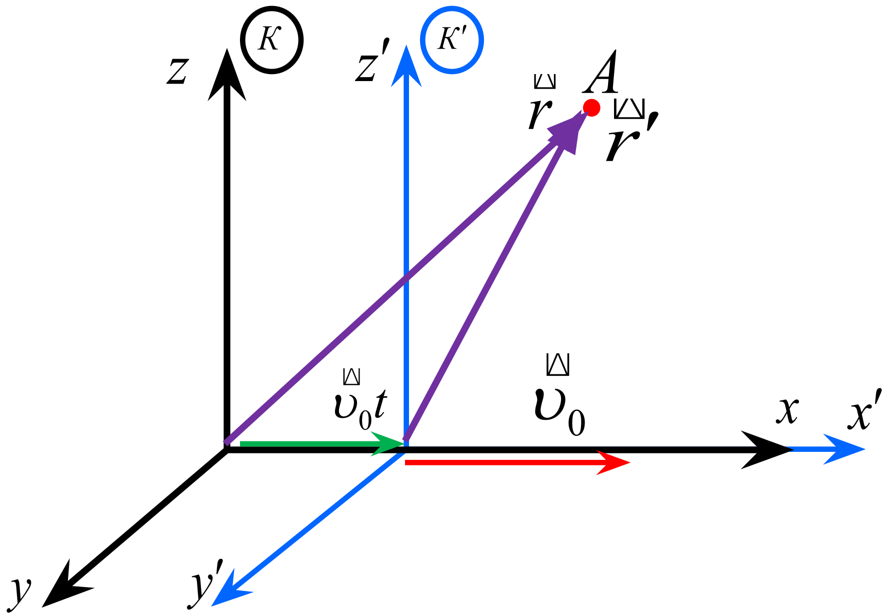
Инерциальная система отсчёта (система отсчёта, «связанная» со звёздами) – плоскость колебаний маятника неподвижна.

Наблюдатель, находящийся на Земле и вращающийся вместе с нею, находится в неинерциальной (вращающейся) системе отсчёта.

Он будет видеть, что плоскость колебаний маятника поворачивается относительно земной поверхности в сторону, противоположную направлению вращения Земли.

Длинный подвес – Исаакиевский Собор – 98 м.

Преобразования Галилея.



$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{\upsilon}_0 t$$

Связь между положениями мат. точки А в 2-х ИСО

$$x' = x - \upsilon_0 t$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$

Преобразования Галилея для координат мат. точки А в 2-х ИСО

$$\vec{\upsilon}\,' = \vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0$$
$$\upsilon'_x = \upsilon_x - \upsilon_0$$
$$\upsilon'_y = \upsilon_y$$
$$\upsilon'_z = \upsilon_z$$

Преобразования Галилея для скоростей мат. точки А в 2-х ИСО