

«Применение
производной для
исследования функций
на монотонность и
экстремумы»

«...нет ни одной области в математике, которая когда-либо не окажется применимой к явлениям действительного мира...»

Н.И. Лобачевский

Скажи мне, и я забуду.

Покажи мне, и я запомню.

Дай мне действовать самому,

И я научусь.

Конфуций

АКЦЕНТИРУЕМ ТЕОРИЮ ПО ТЕМЕ

1. В чем состоит **геометрический смысл** производной?

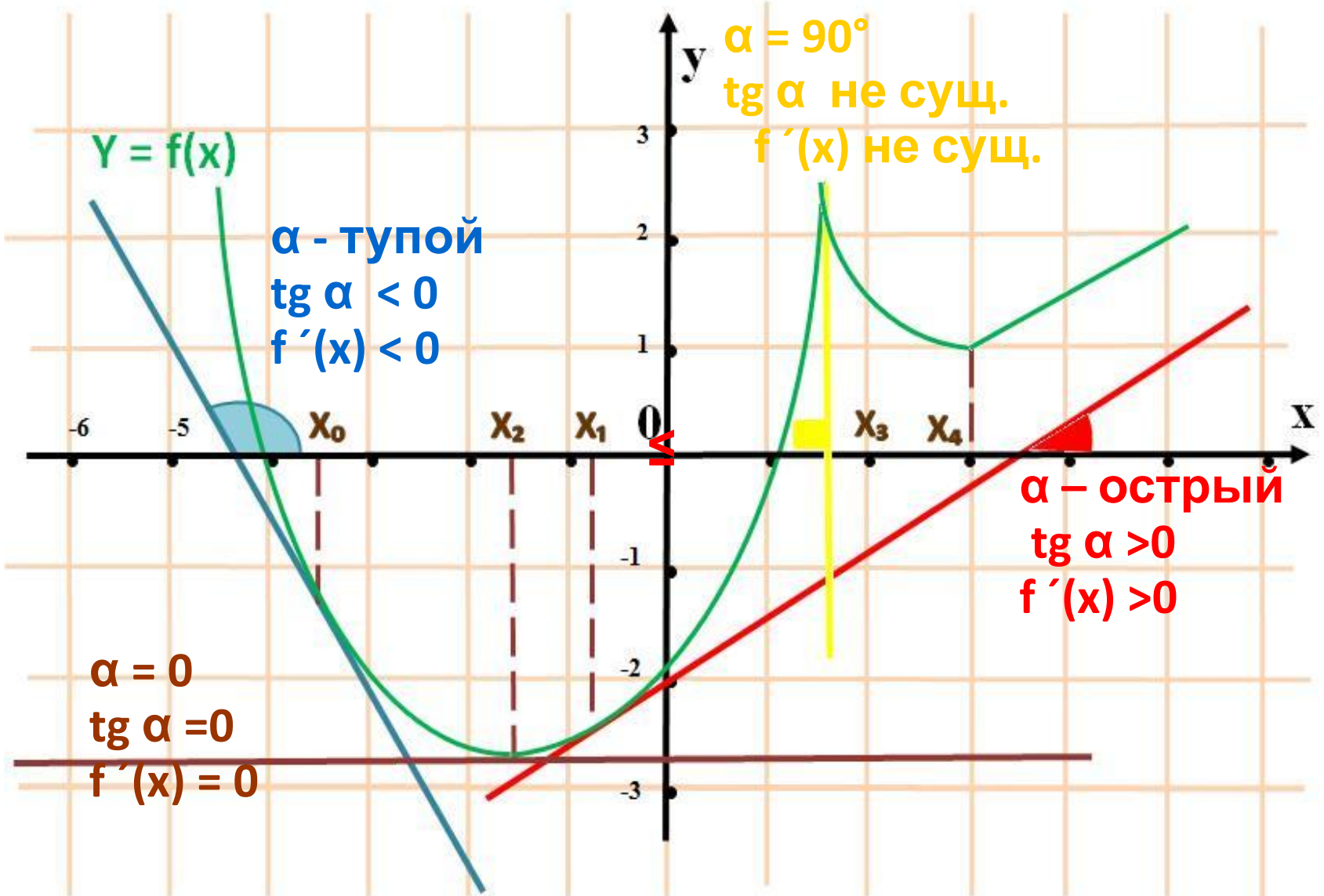
$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ox

значение производной в точке x

угловой коэффициент касательной

для дифференцируемых функций : $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ, \alpha \neq 90^\circ$



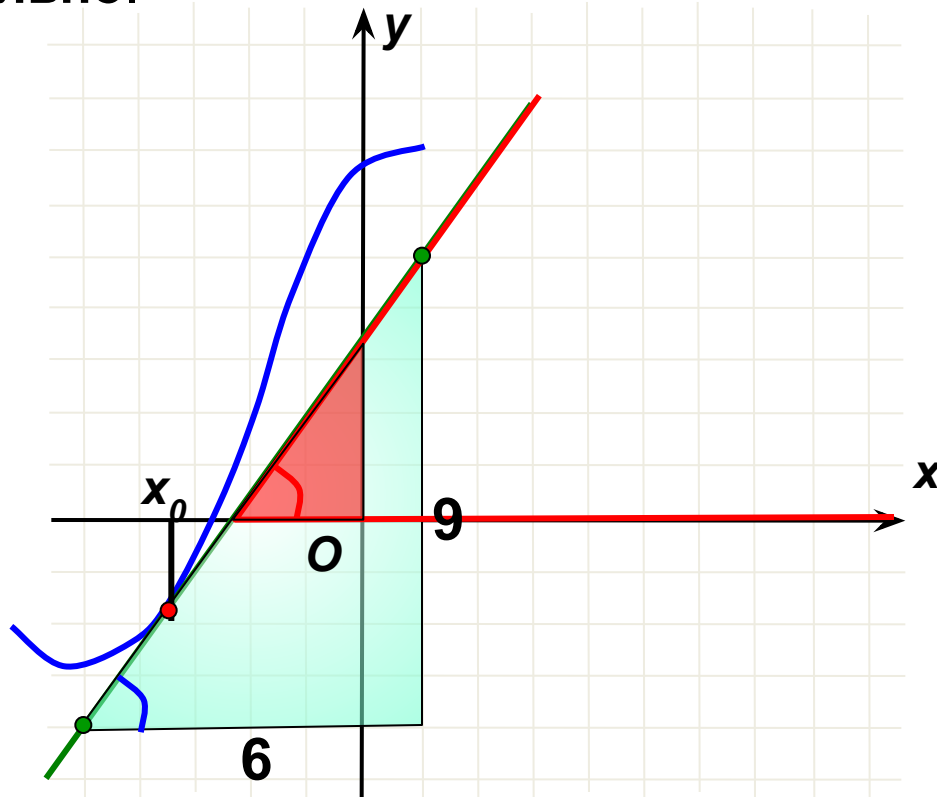
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

Решение: 1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ox , **острый**. Значит, значение производной в точке x_0 **положительно**.

2). Найдем тангенс этого угла.
Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами.
Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников, например,....

3). Найдем тангенс угла – это отношение 9:6.



Ответ: **1,5**

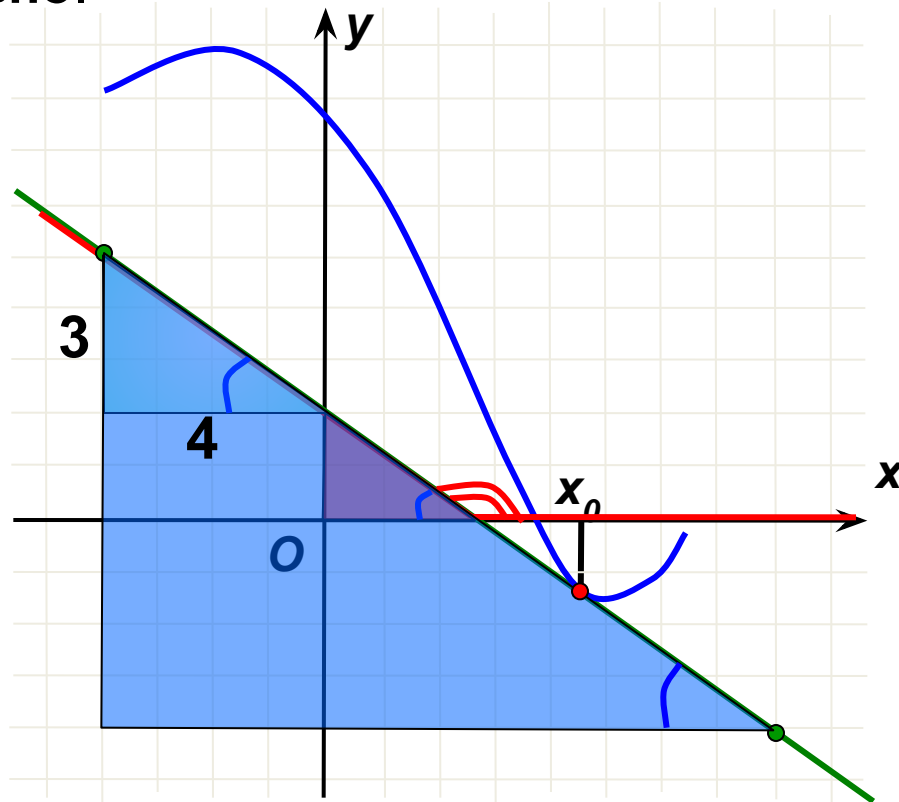
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .

Решение: 1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ox , **тупой**. Значит, значение производной в точке x_0 **отрицательно**.

2). Найдем тангенс смежного угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами. Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников.

3). Найдем тангенс угла – это отношение 3:4.



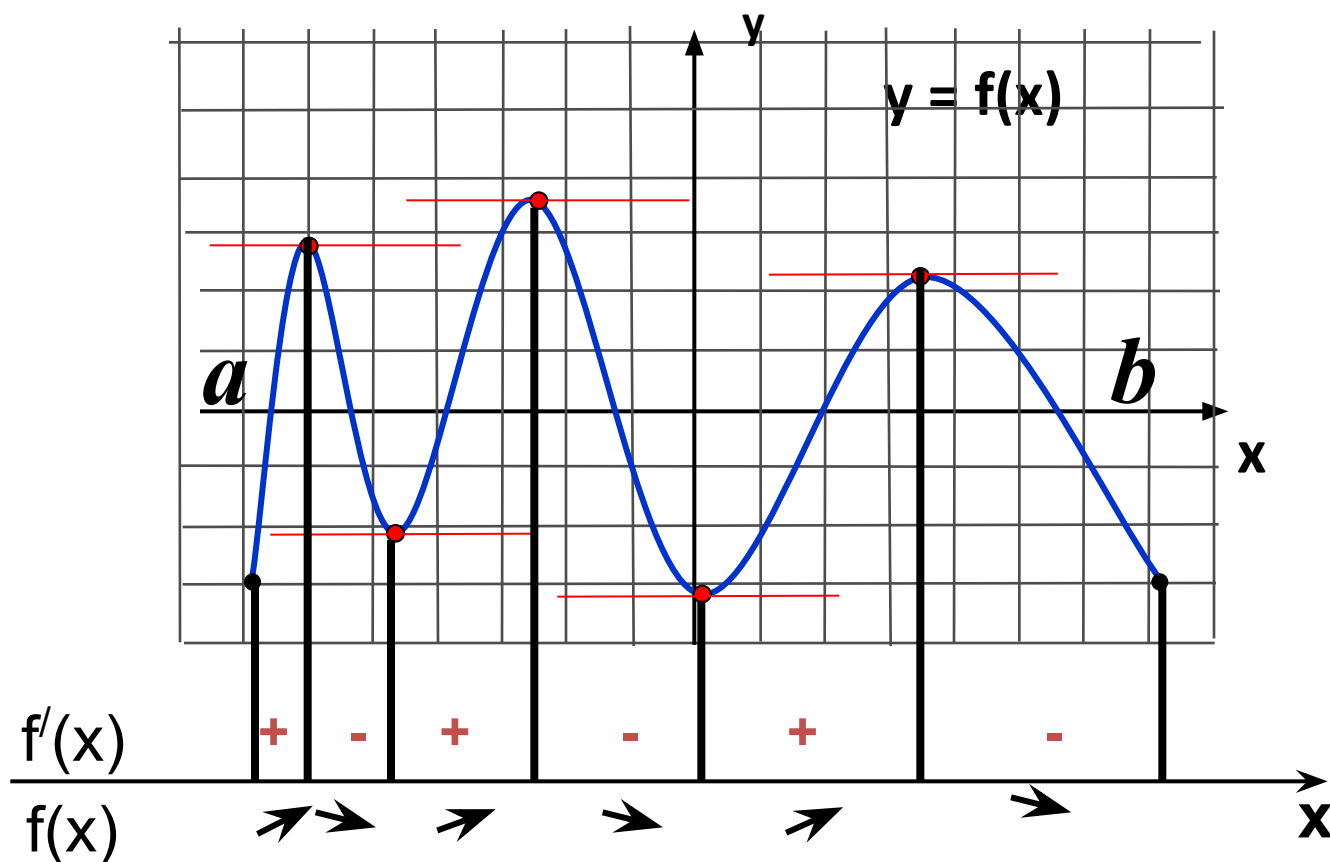
Ответ: **-0,75**

Непрерывная функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$ На рисунке изображен ее график.

Укажите точки графика, в которых касательная параллельна оси Ox .

$f'(x) < 0$, значит, функция убывает.

$f'(x) > 0$, значит, функция возрастает.



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

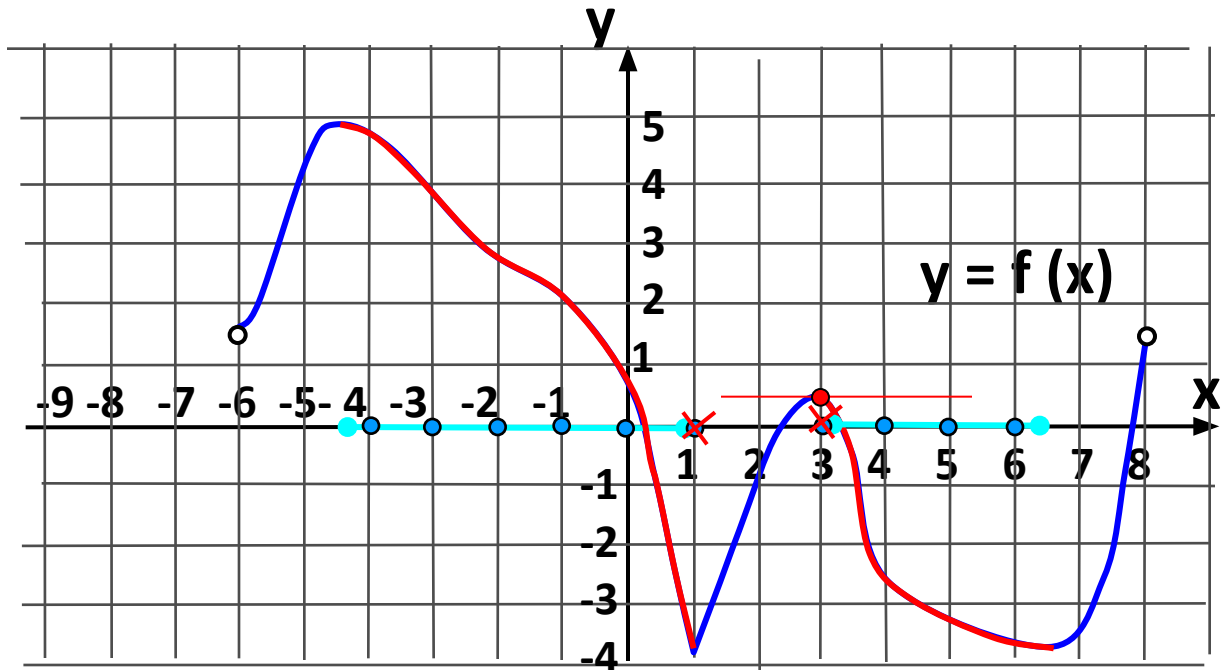
Решение:

1). $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

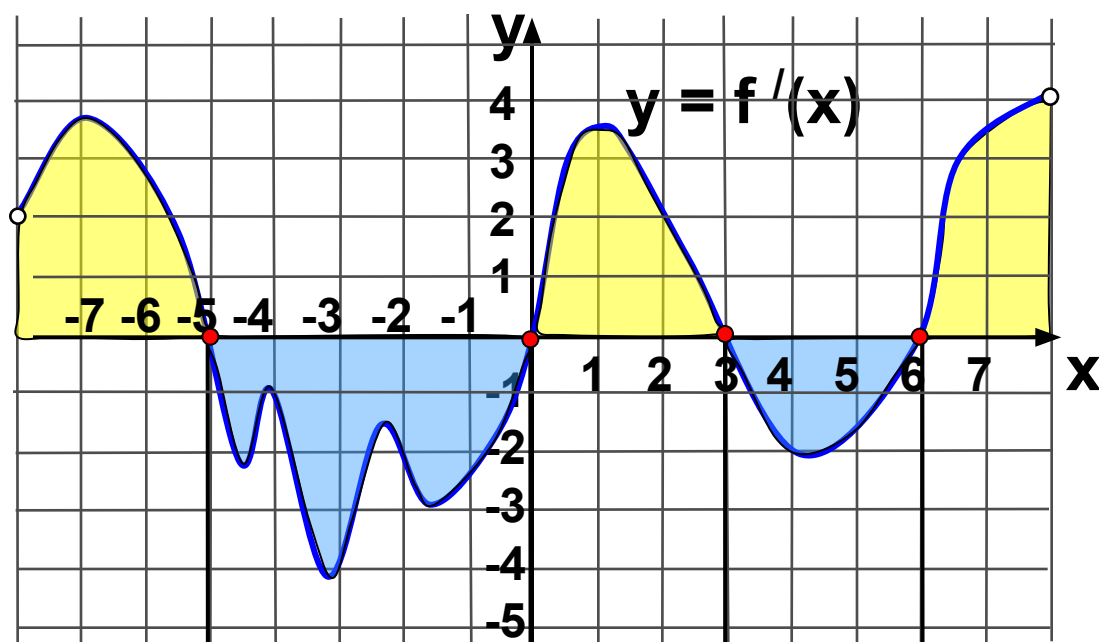
3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox)

В точке $x=1$ производная не существует.



Ответ: 8.

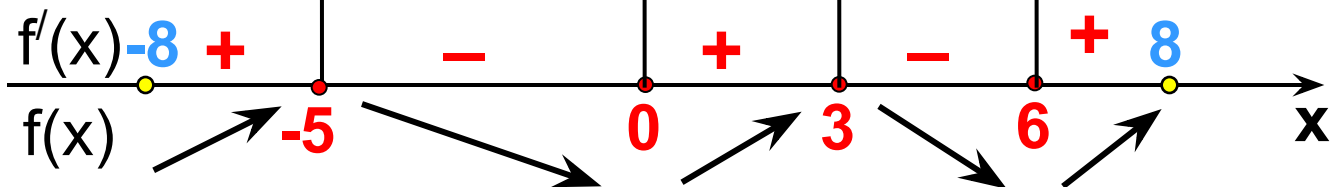
Найдите промежутки возрастания функции $y = f(x)$.



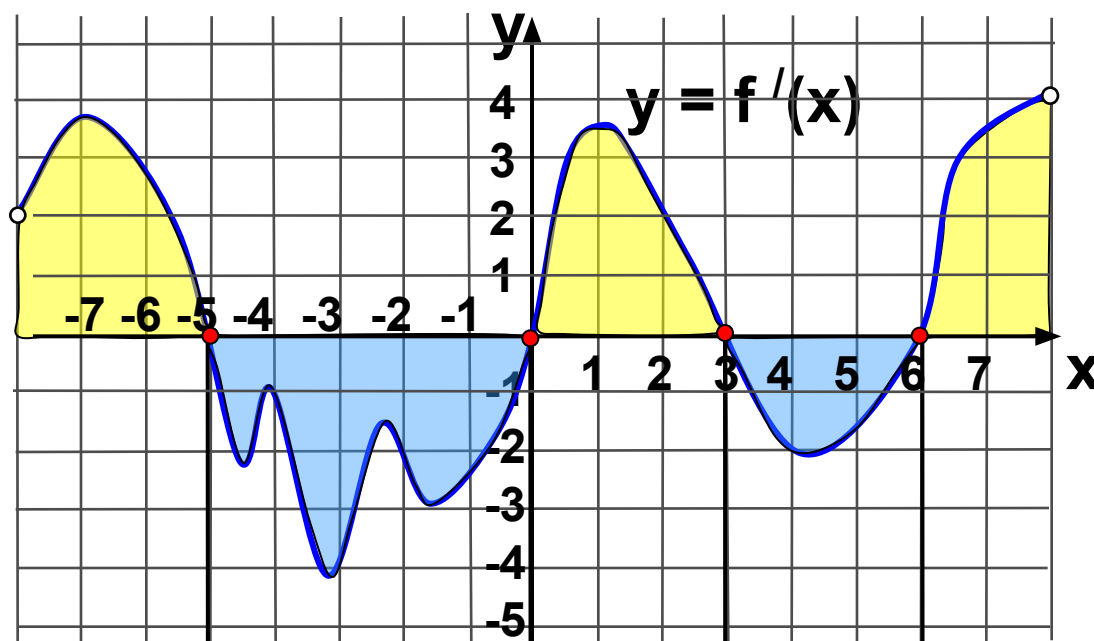
В точках -5 , 0 , 3 и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

Ответ:

$(-8; -5]$, $[0; 3]$, $[6; 8)$



Найдите промежутки возрастания функции $y = f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

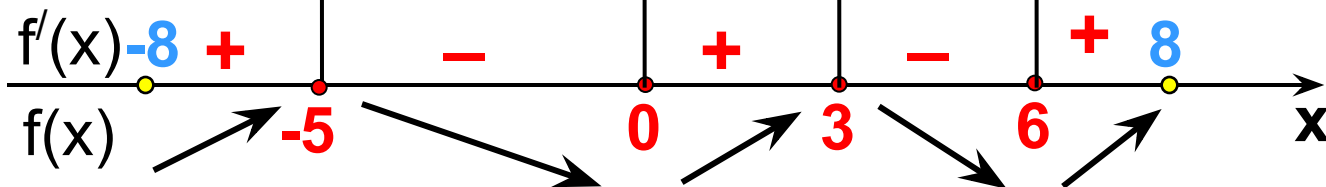


В точках $-5, 0, 3$ и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

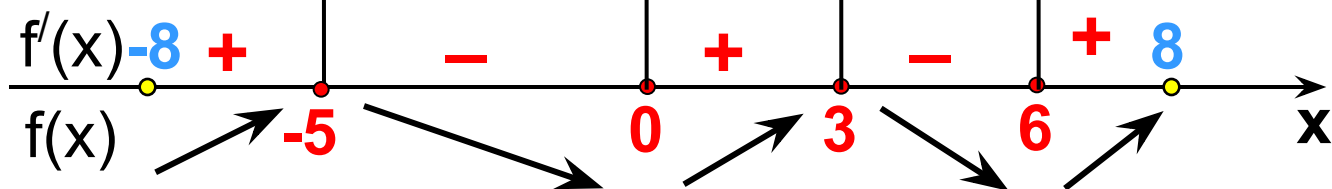
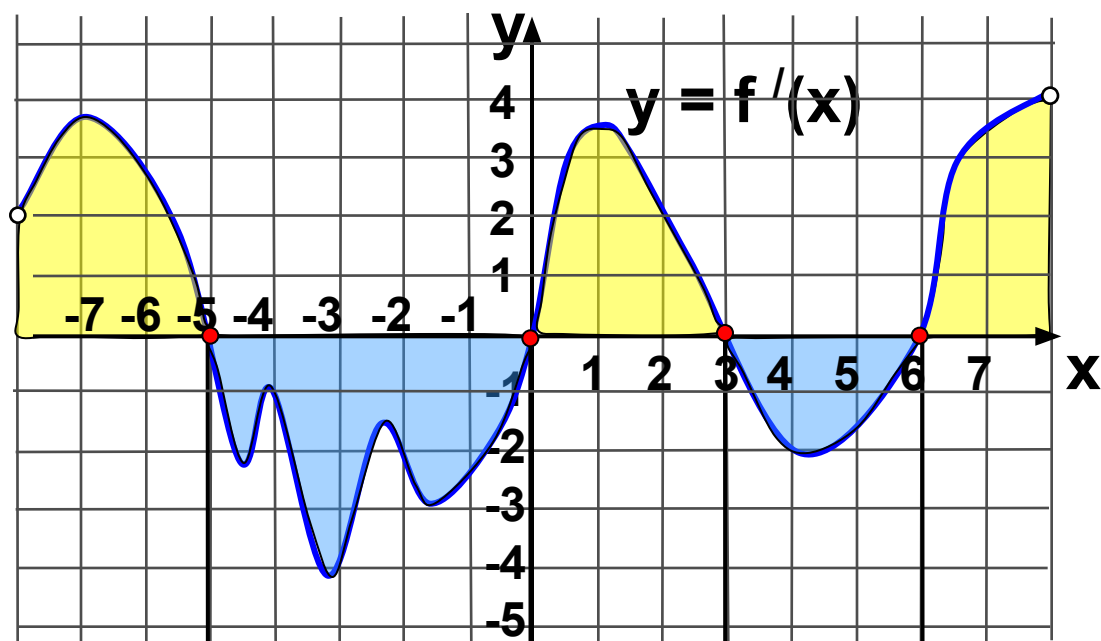
$$(-8; -5], [0; 3], [6; 8)$$

Сложим целые числа:
~~-7~~, ~~-6~~, ~~-5~~, 0, 1, 2, 3, ~~6~~, ~~7~~

Ответ: 1

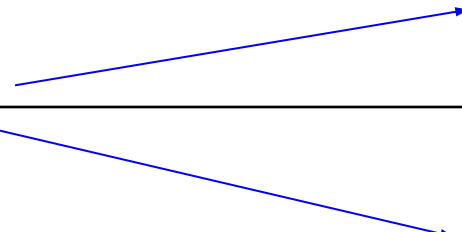
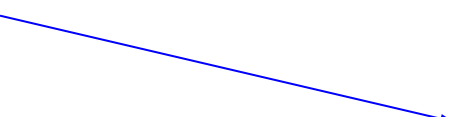
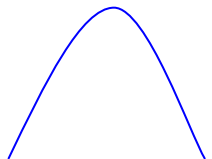
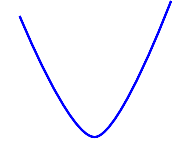
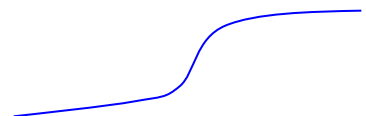

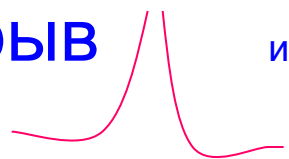
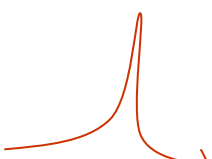


Найдите промежутки убывания функции $y = f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 5.

Связь производной со свойствами функции

$f(x)$	$f'(x)$
	+
	-
max 	0
min 	0
перегиб 	0
const 	0
разрыв  или 	Не существует

Правило нахождения интервалов монотонности

- 1) Вычисляем производную $f'(x)$ данной функции $f(x)$.
- 2) Находим точки, в которых $f'(x) = 0$ или не существует. Эти точки называются критическими для функции $f(x)$.
- 3) Критическими точками область определения функции $f(x)$ разбивается на интервалы, на каждом из которых производная $f'(x)$ сохраняет свой знак. Эти интервалы будут интервалами монотонности.
- 4) Определим знак $f'(x)$ на каждом из найденных интервалов. Если на рассматриваемом интервале $f'(x) \geq 0$, то на этом интервале $f(x)$ возрастает, если же $f'(x) \leq 0$, то на таком интервале $f(x)$ убывает.

ПРИМЕНЯЕМ ТЕОРИЮ НА ПРАКТИКЕ

