

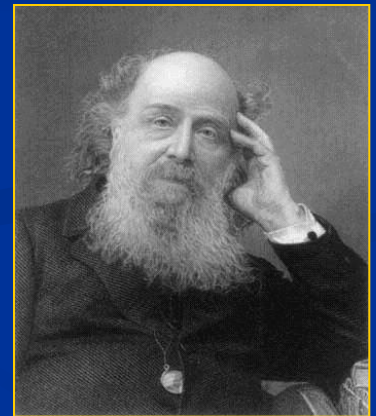
Введение в комбинаторику

$$k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k$$

*Число, положение и комбинация -
три взаимно пересекающиеся,
но различные сферы мысли,
к которым можно отнести
все математические идеи.*

Английский математик

*Джеймс Джозеф Сильвестр
(1814-1897)*



План урока

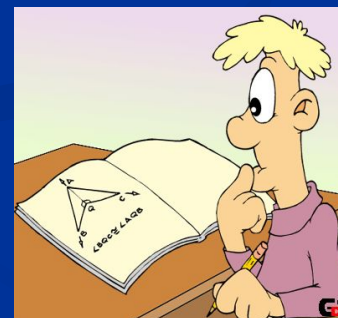
1. Что такое комбинаторика?
2. Немного истории или зачем нужна комбинаторика?
3. Основные понятия комбинаторики
4. Различные комбинации из трех различных элементов
5. Небольшой тест
6. Домашнее задание



Прямо поедешь - голову сложишь,
направо поедешь - коня потеряешь,
налево поедешь - меча лишишься

Комбинаторика –

раздел математики, который занят поисками ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или ином случае, как из всех этих комбинаций выбрать наилучшую



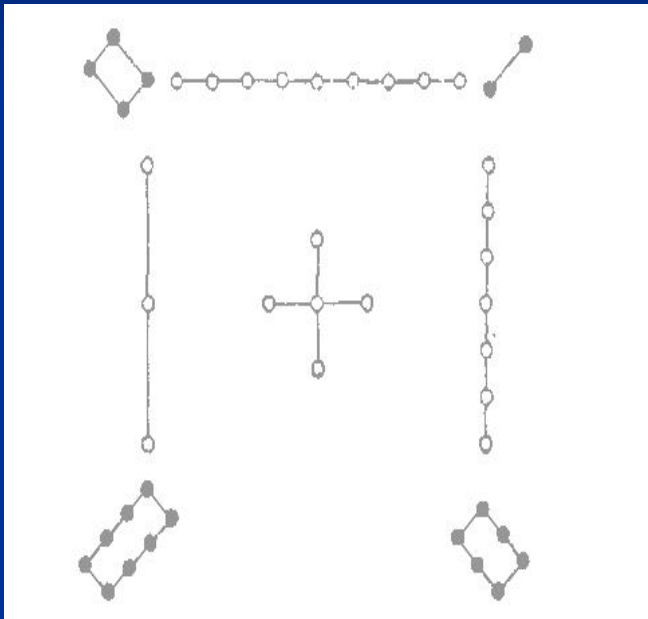


Немного истории
или
зачем нужна комбинаторика?

Выбирали наилучшее расположение

- ОХОТНИКОВ ВО ВРЕМЯ ОХОТЫ;
- ВОИНОВ ВО ВРЕМЯ БИТВЫ;
- ИНСТРУМЕНТОВ ВО ВРЕМЯ РАБОТЫ;
- УКРАШЕНИЙ НА ОДЕЖДЕ;
- УЗОРОВ НА КЕРАМИКЕ;
- ПЕРЬЯ В ОПЕРЕНИИ СТРЕЛЫ ...

Первое упоминание о вопросах, близких к комбинаторным, встречается в китайских рукописях 12 - 13 вв. до н.э.



4	9	2
3	5	7
8	1	6

В Древней Греции

Аристотель описал без пропусков все виды правильных трехчленных силлогизмов *;

Аристоксен из Тарента перечислил различные комбинации длинных и коротких слогов в стихотворных размерах;

Изучали фигуры, которые можно было составить из частей квадрата, разрезанного особым образом.



*Силлогизм - логическое умозаключение, в котором из двух данных суждений (посылок) получается третье (вывод).

Позже появились шашки, шахматы, нарды, японские шашки Го и др. игры.



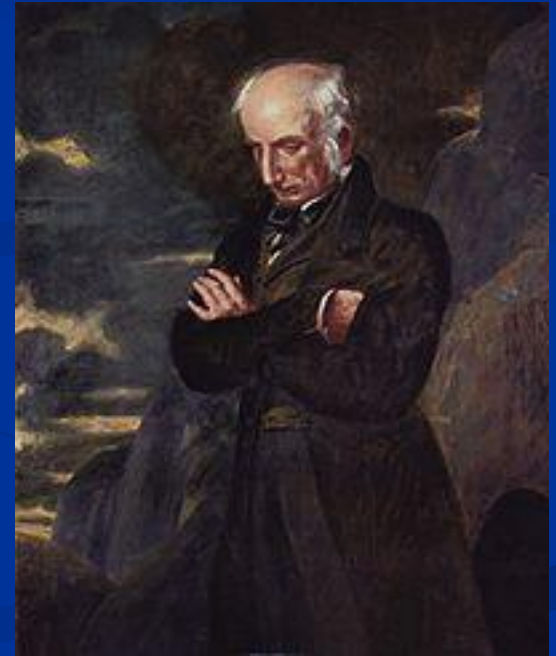
В каждой из этих игр рассматривали различные сочетания передвигаемых фигур.

Выигрывал тот, кто их лучше изучил, знал выигрывающие комбинации и умело избегал проигрывающих.

Комбинаторные навыки были полезны в играх, требовавших умения рассчитывать, составлять планы и опровергать планы противника

Не нужно нам владеть клинком,
Не ищем славы громкой .
Тот побеждает, кто знаком
С искусством мыслить тонким.

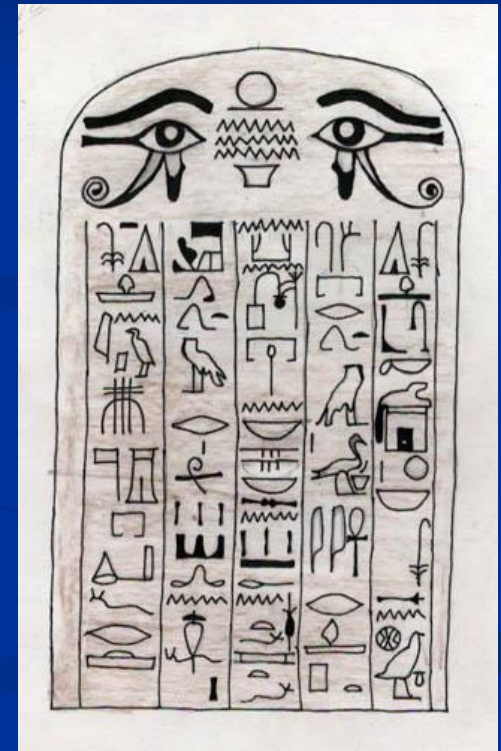
Вильям Уордсворт



Иероглифы и клинопись




Комбинаторные навыки
в разгадывании сложных
шифров помогли
французскому филологу
Жану Франсуа
Шампольону прочесть
иероглифы, которыми
писали египтяне еще до
того, как возникла наука
у древних греков;



Химический пасьянс

17 февраля 1869 г.
был открыт
периодический закон
элементов.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА											VII (H)		VIII																
1	H 1.00794 ВОДОРОД									2	He 4.002602 ГЕЛИЙ	 <p>Периодический закон открыт Д. И. МЕНДЕЛЕЕВЫМ в 1869 году</p>																	
3	Li 6.941 ЛИТИЙ	Be 9.012182 БЕРИЛЛИЙ	4	B 10.811 БОР	5	C 12.011 УГЛЕРОД	6	N 14.00674 АЗОТ	7	O 15.9994 КИСЛОРОД	8			F 18.9984032 ФТОР	9	Ne 20.1797 НЕОН													
11	Na 22.989768 НАТРИЙ	12	Mg 24.3050 МАГНИЙ	13	Al 26.981538 АЛЮМИНИЙ	14	Si 28.0855 КРЕМНИЙ	15	P 30.973762 ФОСФОР	16	S 32.066 СЕРА			17	Cl 35.4527 ХЛОР	18	Ar 39.948 АРГОН												
19	K 39.0983 КАЛИЙ	20	Ca 40.078 КАЛЬЦИЙ	21	Sc 44.955910 СКАНДИЙ	22	Ti 47.88 ТИТАН	23	V 50.9415 ВАНАДИЙ	24	Cr 51.9961 ХРОМ			25	Mn 54.93805 МАРГАНЕЦ	26	Fe 55.847 ЖЕЛЕЗО	27	Co 58.932094 КОБАЛЬТ	28	Ni 58.6934 НИКЕЛЬ								
29	Cu 63.546 МЕДЬ	30	Zn 65.38 ЦИНК	31	Ga 69.723 ГАЛЛИЙ	32	Ge 72.61 ГЕРМАНИЙ	33	As 74.92159 АРСЕН	34	Se 78.96 СЕЛЕН			35	Br 79.904 БРОМ	36	Kr 83.80 КРИПТОН												
37	Rb 85.4678 РУБИДИЙ	38	Sr 87.62 СТРОНЦИЙ	39	Y 88.90585 ИТРИЙ	40	Zr 91.224 ЦИРКОНИЙ	41	Nb 92.90638 НИОБИЙ	42	Mo 95.94 МОЛИБДЕН			43	Tc 97.9072 ТЕХНЕЦИЙ	44	Ru 101.07 РУТЕНИЙ	45	Rh 102.9055 РОДИЙ	46	Pd 106.42 ПАЛЛАДИЙ								
47	Ag 107.8682 СЕРЕБРО	48	Cd 112.411 КАДМИЙ	49	In 114.82 ИНДИЙ	50	Sn 118.710 ОЛОВО	51	Sb 121.75 СВЯТЫЙ	52	Te 127.60 ТЕЛЛУРИЙ			53	I 126.90447 ИОД	54	Xe 131.29 КСЕНОН												
55	Cs 132.90545 ЦЕЗЬИЙ	56	Ba 137.327 БАРИЙ	57-71	La-Lu * ЛАНТАНОИДЫ	72	Hf 178.49 ГАФНИЙ	73	Ta 180.9479 ТАНТАЛ	74	W 183.85 ВОЛЬФРАМ	75	Re 186.207 РЕНИЙ	76	Os 190.2 ОСМИЙ	77	Ir 192.22 ИРИДИЙ	78	Pt 195.08 ПЛАТИНА										
79	Au 196.96654 ЗОЛОТО	80	Hg 200.59 РУТУТИЙ	81	Tl 204.3833 ТАЛЛИЙ	82	Pb 207.2 СВИНЕЦ	83	Bi 208.98037 БИСМУТ	84	Po 209.9824 ПОЛОНИЙ	85	At 208.9801 АСТАТ	86	Rn 222.0176 РАДОН														
87	Fr 223.0197 ФРАНЦИЙ	88	Ra 226.0254 РАДИЙ	89-103	Ac-Lr ** АКТИНОИДЫ	104	(Ku) 261.11 (КУРЧАТОВИЙ)	105	(Ns) 262.11 (НЬИЛЬСБОРНИЙ)	106		107		108		109													
* ЛАНТАНОИДЫ																													
57	La 138.9055 ЛАНТАН	58	Ce 140.12 ЦЕРИЙ	59	Pr 140.90765 ПРАЗЕОДИЙ	60	Nd 144.24 НЕОДИМ	61	Pm 144.9127 ПРОМЕТИЙ	62	Sm 150.36 САМАРИЙ	63	Eu 151.96 ЕВРОПИЙ	64	Gd 157.25 ГАДОЛИНИЙ	65	Tb 158.92534 ТЕРБИЙ	66	Dy 162.50 ДИСПРОЗИЙ	67	Ho 164.93032 ГОЛШТИЙ	68	Er 167.26 ЕРБИЙ	69	Tm 168.93002 ТУЛЬИЙ	70	Yb 173.04 ИТТЕРБИЙ	71	Lu 174.967 ЛУТЦИЙ
** АКТИНОИДЫ																													
89	Ac 227.0278 АКТИНИЙ	90	Th 232.0377 ТОРИЙ	91	Pa 231.03688 ПРОТАКТИНИЙ	92	U 238.02891 УРАН	93	Np 237.04817 НЕПУТЧИЙ	94	Pu 244.04094 ПУТЧИЙ	95	Am 243.06138 АМЕРИЦИЙ	96	Cm 247.0703 КУРИЙ	97	Bk 247.0703 БЕРКЛИЙ	98	Cf 251.0825 КАЛИБЕРНИЙ	99	Es 252.083 ЭЙЗЕНХЕЙМЕРНИЙ	100	Fm 257.0951 ФЕРМИЙ	101	Md 258.10 МЕНДЕЛЕВИЙ	102	(No) 259.10 (НОБЕЛЛИЙ)	103	(Lr) 260.10 (ЛОРЕНСНИЙ)

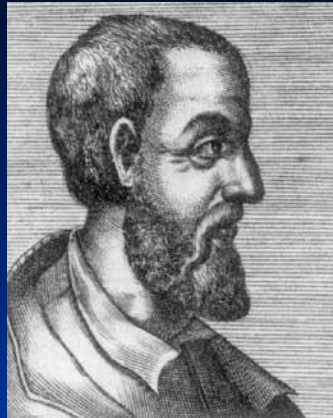
«Искать же чего-нибудь, хотя бы грибов, или какую-нибудь зависимость, нельзя иначе, как смотря и пробуя»

Д.И.Менделеев

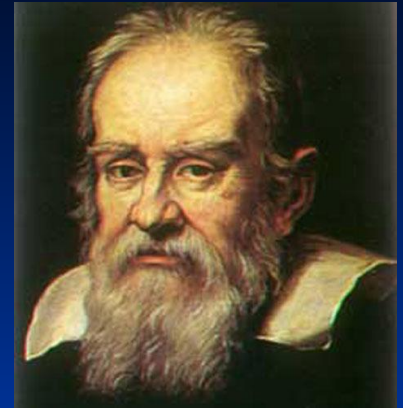
Исследования по комбинаторике проводили:



Никколо Тарталья
(1499 - 1557)



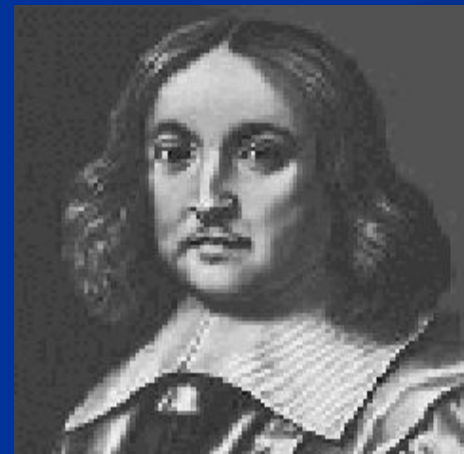
Джероламо Кардано



Галилео Галилей
(1564 - 1642)



Блез Паскаль
(1623 - 1662)



Пьер Ферма
(1601 - 1665)

1666 г. – опубликована работа
Готфрида Вильгельма Лейбница
«Об искусстве комбинаторики».



С этого момента комбинаторику рассматривают
как самостоятельный раздел математики

Леонард Эйлер рассматривал задачи

- о разбиении чисел,
- о паросочетаниях,
- о циклических расстановках,
- о построении магических и латинских квадратов.





В 1713 году было опубликовано сочинение Я.Бернулли "Искусство предположений", в котором с достаточной полнотой были изложены известные к тому времени комбинаторные факты.

Сочинение состояло из 4 частей, комбинаторике была посвящена вторая часть, в которой содержатся формулы. Для вывода формул автор использовал наиболее простые и наглядные методы, сопровождая их многочисленными таблицами и примерами

Выбором объектов
и расположением их
в том или ином порядке
приходится заниматься чуть ли
не во всех областях
человеческой деятельности.



Завучу, составляющему
расписание уроков



учителю, распределяющему
различные виды работ между
группами учащихся,



конструктору,
разрабатывающему новую
модель механизма,

ученому-агроному,
планирующему распределение
сельскохозяйственных культур на
нескольких полях



химику, изучающему строение
органических молекул, имеющих
данный атомный состав.



Люди, которые умело владеют техникой решения комбинаторных задач, а, следовательно, обладают хорошей логикой, умением рассуждать, перебирать различные варианты решений, очень часто находят выходы, казалось бы, из самых трудных безвыходных ситуаций.

Пример - сказочный герой Барон Мюнхгаузен, который находил выход из любой сложной и трудной ситуации.



Но и в жизни эти умения очень часто помогают человеку

Бесплатный обед

10 молодых людей решили отпраздновать окончание средней школы товарищеским обедом в ресторане. Когда все собрались, и первое блюдо было подано, заспорили о том, как усесться вокруг стола.

Одни предлагали разместиться в алфавитном порядке, другие по возрасту, третьи - по успеваемости, четвертые - по росту и т.д.

Спор затянулся, суп успел простыть, а за стол никто не сядил



3628800 возможных размещений за столом

= 10 тыс. лет

Комбинаторика – раздел математики , в котором изучается, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Задача комбинаторики – это задача размещения объектов по специальным правилам и нахождение числа способов таких размещений.

Особая примета комбинаторных задач – вопрос, который можно сформулировать так, чтобы он начинался словами «Сколькими способами...»

Различные комбинации из трех различных элементов

Задача 1. Три друга – Антон, Борис и Виктор – приобрели два билета на футбольный матч на 1-е и 2-е места первого ряда стадиона. Сколько существует различных вариантов посещения футбольного матча для троих друзей?

Решение:

1. Антон и Борис;
2. Антон и Виктор;
3. Борис и Виктор

Ответ: 3 варианта

Задача 2. Три друга - Антон, Борис и Виктор - приобрели два билета на футбольный матч на 1-е и 2-е места первого ряда стадиона. Сколько у друзей есть вариантов (способов) занять эти два места на стадионе? Записать все варианты.

Решение:

1. Антон и Борис;
2. Борис и Антон;
3. Антон и Виктор;
4. Виктор и Антон;
5. Борис и Виктор;
6. Виктор и Борис

АБ, БА, АВ, ВА, БВ, ВБ.

Ответ: 6 вариантов

Сочетания – комбинации некоторых элементов,
в которых порядок расположения
элементов не важен.

Размещения – комбинации некоторых элементов,
в которых порядок расположения
элементов важен.

Задача 3. Антону, Борису и Виктору повезло, и они купили три билета на футбол на 1, 2, и 3-е места первого ряда. Сколькими способами могут занять мальчики эти места?

Решение:

Место № 1	Место № 2	Место 3 3
Антон	Борис	Виктор
Антон	Виктор	Борис
Борис	Антон	Виктор
Борис	Виктор	Антон
Виктор	Антон	Борис
Виктор	Борис	Антон

АБВ, АВБ, БАВ, БВА, ВАБ, ВБА

Ответ: 6 способов

Перестановки – комбинации из трех элементов, отличающиеся друг от друга порядком расположения в них элементов.

Ответьте на вопросы теста

1. Комбинаторика изучает:
 - деятельность комбинатов бытового обслуживания,
 - способы пошива комбинезонов,
 - способы решения задач на различные комбинации объектов.
2. Комбинаторные задачи встречаются в профессиональной деятельности:
 - парикмахера-визажиста,
 - диспетчера автовокзала,
 - завуча школы,
 - экономиста,
 - повара (добавьте свой пример)
3. Изменяя порядок слов: *руки, мою, я,* составьте всевозможные предложения.

Индивидуальные задания

1. В киоске продают 5 видов конвертов и 4 вида марок. Сколькими способами можно купить конверт и марку?
2. Изменяя порядок слов: *руки, мою, я*, составьте всевозможные предложения.
3. У Светланы 3 юбки и 5 кофт, удачно сочетающихся по цвету. Сколько различных комбинаций одежды имеется у Светланы?
4. При встрече 5 человек обменялись рукопожатиями. Сколько сделано рукопожатий?
5. Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «конверт»?

Задачи

6. В классе 35 учеников. 20 из них занимаются в математическом кружке, 11-в биологическом, а 10 ничем не занимаются. Поставьте вопрос к задаче и ответьте на него.
7. Сколько существует способов выбора трёх ребят из 4-х желающих дежурить в столовой?
8. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 3 человек, можно создать из 5 преподавателей?
9. Сколько различных четных трехзначных чисел, в каждом из которых все цифры различны, можно составить из цифр 1, 2, 3, 0?
10. Сколькими способами можно составить расписание на день из 4 различных уроков, если изучается 10 предметов?

Домашнее задание:
стр.11-13
Упражнения № 1,2,3

Использованные иллюстрации:

1. http://lh5.ggpht.com/_Wyz7kZx8vg0/S5twR8hie2I/AAAAAAAAABec/aXRgi3HhXp8/s640/DSC08516.JPG
2. <http://sch672.narod.ru/06010602.jpg>
3. <http://www.motivators.ru/sites/default/files/imagecache/main-motivator/motivator-14016.gif>
4. http://www.free-lancers.net/posted_files/NE8EACE9281C6.jpg
5. http://images-partners.google.com/images?q=tbn:ANd9GcT0gSExshPSEnrVEixZu>IfulqYv1cdo7uJwOO9qS4cM-SuHJgbV7YF0g:http://combinatorica.narod.ru/Pictures_comb/Sylvester_2.jpg
6. http://artsoch.ru/uploads/posts/2011-11/1321129367_v.m.-vasnecov-vityaz-na-raspute.jpg
7. <http://www.abc-people.com/data/rafael-santi/pic-8a.jpg>
8. http://en.academic.ru/pictures/enwiki/66/Benjamin_Robert_Haydon_002.jpg
9. <http://im2-tub-ru.yandex.net/i?id=142945126-65-72>
10. <http://mineral.7910.org/mineralimages/cat/mendeleev.jpg>
11. <http://www.rubenet.it/matematici/images/tartaglia1.jpg>
12. http://www.learn-math.info/history/photos/Cardan_3.jpeg

13. <http://s2.ipicture.ru/uploads/20120106/fSQUKM6i.jpg>
14. http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6a/Gottfried_Wilhelm_von_Leibniz.jpg
15. http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/60/Leonhard_Euler_2.jpg
16. <http://www.univer.omsk.su/omsk/Edu/Math/bbenullija.jpg>