



# Проценты

Методическая разработка  
учителя математики и физики  
МОУ «Пуровская СОШ №3» п. Сывдарма  
Ямало-Ненецкого автономного округа  
Бокова Наталья Леонидовна

# Введение



- ◆ Задачи на части и проценты часто вызывают затруднения у учащихся. Причина такой ситуации, на мой взгляд, в том, что тема «Проценты» изучается в классах, когда собственно математики еще нет, изучается непродолжительно и, наконец, к задачам на части и проценты не возвращаются в старших классах.
- ◆ В своей работе я хотела показать методику объяснения решения задач на проценты самым слабым ученикам.

# Проценты

## Типы задач

1 тип:  
нахождение части от  
числа;

2 тип:  
нахождение числа  
по его части

3 тип:  
определение,  
какую часть числа  $a$   
составляет число  $b$ .

# Нахождение части числа

- ◆ Пусть дан отрезок АВ, длина которого условно примем за единицу:  $AB=1$ . Разделим АВ на семь равных частей. Пусть РТ- одна из этих частей. Тогда очевидно, что  $РТ=1/7$ , а так как  $AB=7РТ=1$ , то  $7*1/7=1$ . Зачем писать эти тривиальные равенства? Ответ прост: необходимо добиться того, чтобы учащиеся понимали и связывали арифметические операции с действиями над отрезками. В этом случае усвоение рассматриваемой темы не будет формальным, основанным на применении «правил» и «формул».
- ◆ Итак, необходимо подчеркнуть, что запись  $7*1/7$  означает, что отрезок длины  $1/7$ , отложен семь раз, дает целый отрезок длины 1.
- ◆ Рассмотрим отрезок КС= $3/7$ . Ясно, что  $3/7=3*1/7=1/7+1/7+1/7$ . Здесь опять такая же ситуация:  $3/7$  есть отрезок, полученный откладыванием отрезка длины  $1/7$  три раза.
- ◆ Обобщим полученные результаты. Пусть длина отрезка АВ выражена числом р. Разделим АВ на q равных частей. Тогда каждый из полученных q отрезков будет иметь длину  $p/q$ .
- ◆ Если теперь взять n таких отрезков длины  $p/q$ . Имеем равенство  $p/q + p/q + \dots + p/q = n p/q$

# Иное рассмотрение

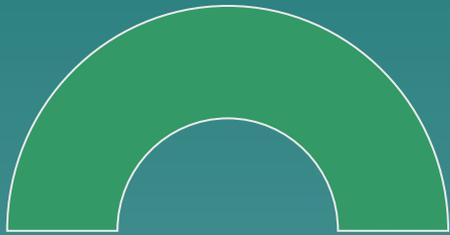
- ◆ Посмотрим теперь на все сказанное с иной точки зрения. Равенство  $1/7 * 1 = 1/7$  можно рассматривать как нахождение  $1/7$ -й части 1. Аналогично произведение  $1/q * p$  дает величину  $1/q$ -й части числа  $p$ .
- ◆ *Теперь полезно задать вопрос: что означает нахождение  $3/4$  числа 16 в терминах деления отрезков ?*
- ◆ **Правильный вариант ответа такой: чтобы найти  $3/4$  от 16, нужно отрезок длины 16 единиц разделить на четыре равные части и затем взять отрезок, равный трем таким частям:  $16/4=4$ ,  $3*4=12$ .** Поэтому  $3/4$  от 16 равно 12. Тот же самый результат дает формальное умножение  $3/4$  на 16. Слово «от» является ключевым для решения задачи. Увидя его, ребенок запомнит, что всегда надо число умножать на данную дробь.
- ◆ Нужно отдавать себе отчет в том, что при хорошем усвоении темы «Нахождении части числа» задачи на проценты не вызывают никаких затруднений.

# Процент

- ◆ Итак, вначале даем определение процента:
- ◆ 1 % от числа  $a$  есть  $1/100$  числа  $a$ ;
- ◆  $p$  % от числа  $a$  есть  $p/100$  числа  $a$ .
- ◆ Отсюда следует, что  $p$  % от числа  $a$  равно  $p * a/100$ .



# Нахождение числа по известной его части



- ◆ Рассмотрим теперь постановку обратной задачи: нахождение числа по известной его части.
- ◆ Здесь проще всего воспользоваться понятием уравнения:
- ◆ пусть  $\lambda$  – я часть неизвестного числа  $x$  равна заданному числу  $a$ . Тогда на основании определения части числа имеем:  $x * \lambda = a$ . Отсюда легко находим:
- ◆  $x = a/\lambda$ .

# Пример

- ◆ Найти число, если  $12/17$  его равны 60.
- ◆ Я предлагаю ученикам запомнить ключевое слово «это».
- ◆ Например,  $12/17$  это 60.
- ◆ Если ребенок в задаче подставит это слово в условие, то сразу поймет к какому типу относится задача. Он будет знать, что число 60 надо разделить на дробь  $12/17$  ( $60 / 12/17 = 85$ ).
- ◆ Ответ в этой задаче: 85.

# 3 тип задач на проценты

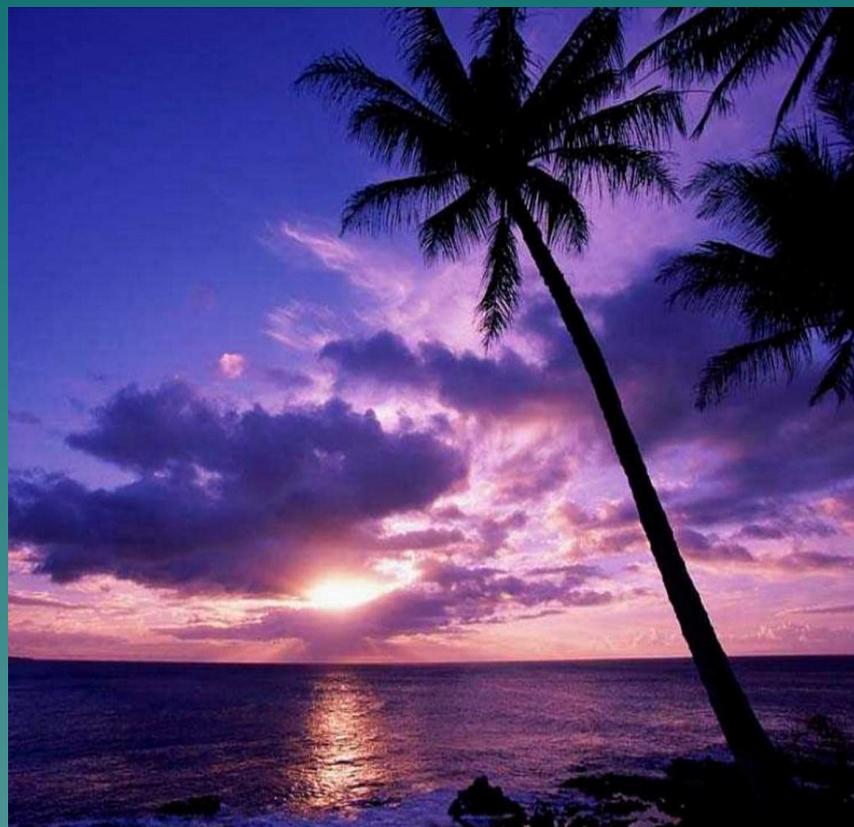
- ◆ К третьему типу задач относятся задачи на нахождение определения того, какую дробь одно число составляет от другого.
- ◆ Например, задача: «от поселка до города 5 км. Турист прошел 3 км. Какую часть пути прошел турист?»
- ◆ Решение задачи:
- ◆  $3/5 * 100 \% = 60 \%$
- ◆ Ответ: турист прошел 60 % пути.



3 км  
5 км

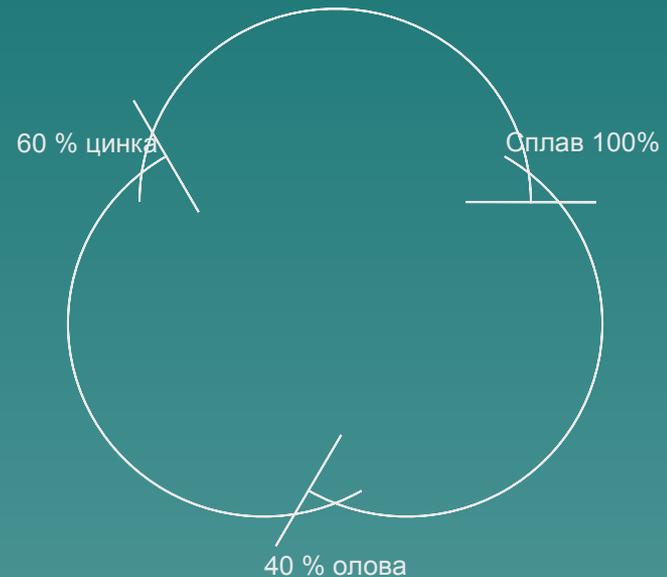
# Процентное содержание

- ♦ Часто при решении задач по химии в старших классах приходится сталкиваться с понятием процентное содержание,  $p$  %-й раствор.
- ♦ Задача: пусть в ведре 10 л соленой воды. Если процентное содержание соли в нем составляет, например, 15 %, то это значит, что в этом ведре  $10 \cdot 0,15 = 1,5$  кг соли. 10 л воды весят 10 кг, а удельный вес воды равен  $1000 \text{ кг/м}^3$ . Говорят также, что в ведре 15 % раствор соли



# Задачи на сплавы

- ♦ Часто встречаются задачи на сплавы.
- ♦ Есть сплав только двух металлов: олова и цинка. Пусть вес олова и цинка в сплаве составляет соответственно 10 и 15 кг. Каково процентное содержание олова и цинка в сплаве?
- ♦ Под процентным содержанием олова (цинка) понимается часть, которую составляет вес олова (цинка) от веса всего сплава. Так как вес всего сплава равен 25 кг, то вес олова составляет  $10/25=0,4$  веса сплава, соответственно вес цинка составляет  $15/25=0,6$  веса сплава. Следует обратить внимание на то, что  $0,4 + 0,6 = 1,0$ . Если найденные части выразить теперь в сотых долях частей, то получим значение этих частей, выраженное в процентах: 40 и 60 %.
- ♦ Здесь необходимо опять подчеркнуть, что  $40 \% + 60 \% = 100 \%$ .



# Концентрация

- ◆ Термин «концентрация» часто встречается в химии, там, где рассматриваются различные соединения.
- ◆ Дадим простейшее определение концентрации одного вещества в соединении по массе (весу). *Если концентрация вещества в соединении по массе составляет  $p$  %, то это означает, что масса этого вещества составляет  $p$  % от массы всего соединения.*
- ◆ Например, если концентрация серебра в сплаве 300г составляет 87 %, то в этом сплаве  $0,87 * 300 = 261$  г чистого серебра.

# Стандарты математического образования

- ♦ **Выпускник основной школы должен знать: выражать отношение чисел в процентах, записывать процент в виде дроби; находить процент от заданного числа.**
- ♦ **Примеры:**
  - а) Выразите отношение данных чисел в процентах: 2 к 5; 3 к 4; 17 к 25; 19 к 20; 31 к 50. ( $2/5 * 100 \% = 40 \%$ ).
  - б) Запишите в виде десятичной дроби: 8 %; 29 %; 53 %. ( $8 \% = 0,08$ ).
  - в) Сколько процентов числа составляет его: половина, четвертая часть, пятая часть? (50 %, 25 %, 20 %)
  - г) В весеннем кроссе приняли участие от 9<sup>а</sup> класса 9 человек и от 9<sup>б</sup> – 8 человек. В 9<sup>а</sup> учатся 30 человек, а в 9<sup>б</sup> – 25 человек. Какой процент учеников класса принял участие в кроссе? Где он был больше? ( $9/30 * 100 = 30 (\%)$ ,  $8/25 * 100 = 32 (\%)$ ).  
Ответ: 30 % и 32 %; больше в 9<sup>б</sup> классе).
  - д) Найти: а) 25 % от 48; б) 5 % числа 120; в) 20 % числа 140; г) 16 % числа 75. ( $0,25 * 48 = 12$ ).
  - е) Товар стоил 35000 руб. Затем он подешевел на 8 %. Найдите новую стоимость этого товара.  
( $35000 * 0,08 = 2800 (р.)$ ,  $35000 - 2800 = 32200 (р.)$ )



# Задачи вступительных экзаменов

(Московский государственный Горный университет 1999 г.)

- ◆ 1. На сколько процентов уменьшится дробь, если её числитель уменьшить на 85 %, а знаменатель уменьшить на 25 %?
- ◆ Решение. Пусть первоначальная дробь имеет вид  $a/b$ . Тогда после уменьшения числителя и знаменателя она примет вид  $(a - 0,85a) / (b - 0,25b) = 0,15a/0,75b = 0,2a/b$ .
- ◆ Дробь уменьшилась на  $0,8 a/b$ .
- ◆ Составим пропорцию:  $a/b - 100\%$

$$0,8 a/b - x \%$$

Ответ: на 80 %



# Об авторе

- ◆ Мой стаж работы в школе – 32 года.
- ◆ Моя цель в обучении математике – воспитать уверенность у учащихся в своих математических силах, научить школьников рассуждать.
- ◆ Помочь преодолеть затруднения в решении задач на других предметах в школе.



# Заключение



- ◆ В своей небольшой презентации я предложила свой вариант рассмотрения темы «Проценты», показала, где в дальнейшем встречаются задачи на проценты, показала практическое применение этих задач на уроках химии, на вступительных экзаменах.