

29.03.2017



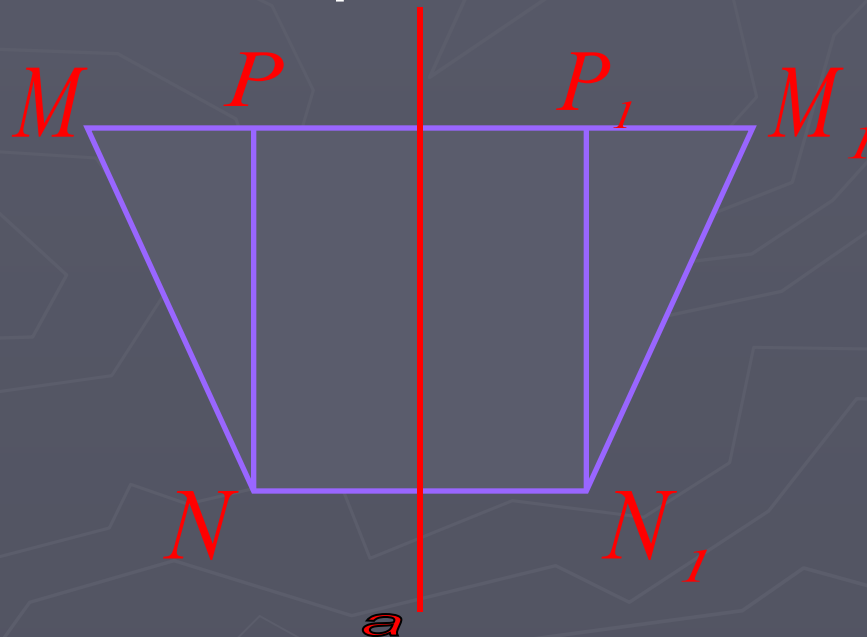
ДВИЖЕНИЯ

Движение – это жизнь!!!



Понятие движения

- ▶ Движение плоскости – это отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние.



Теорема.

При движении отрезок отображается на отрезок.

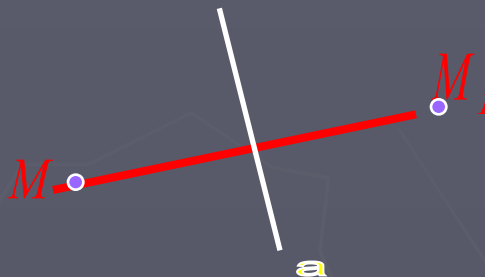
Следствие:

- ▶ При движении треугольник отображается на равный ему треугольник.



Виды движений

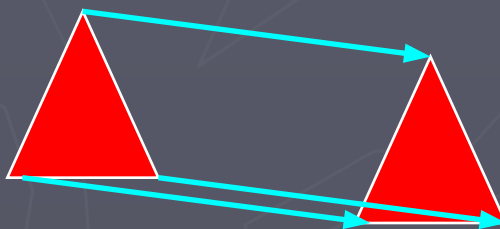
▶ Осевая симметрия



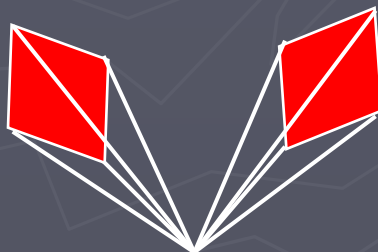
▶ Центральная симметрия



▶ Параллельный перенос



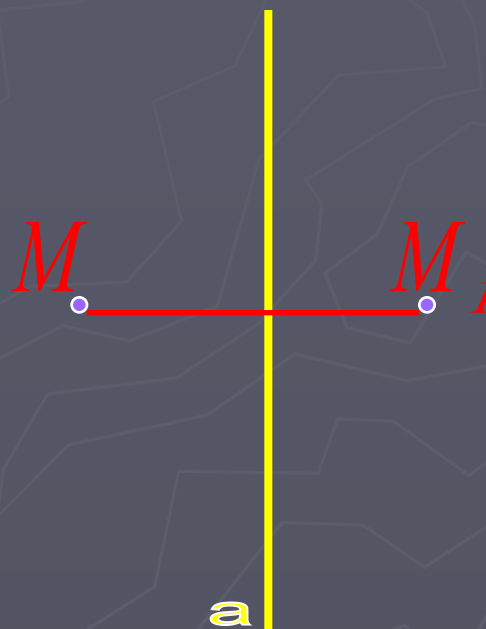
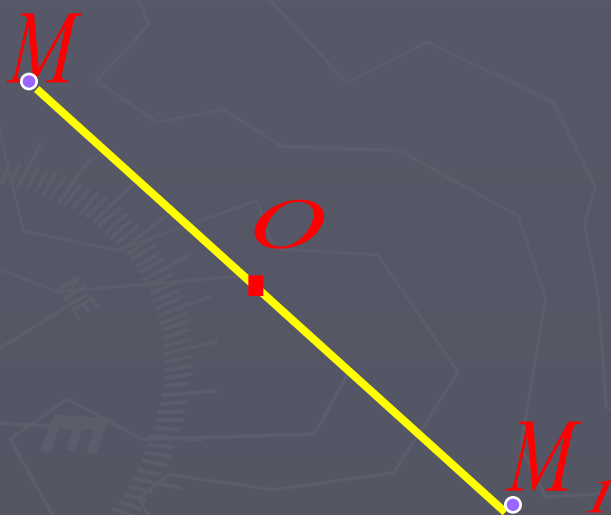
▶ Поворот



Центральная и Осевая симметрия

▶ Центральная

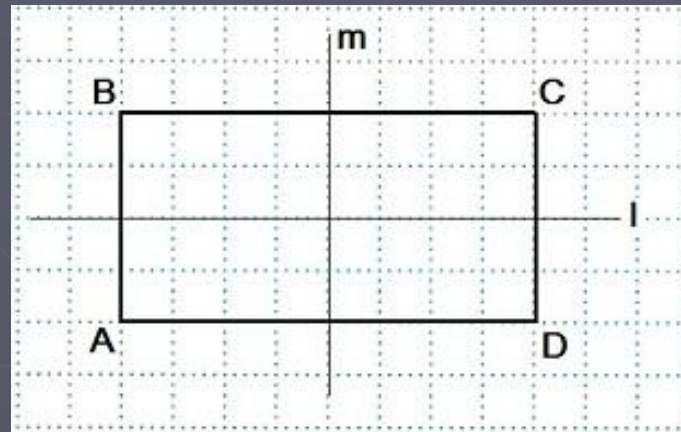
▶ Осевая



Осевая симметрия.

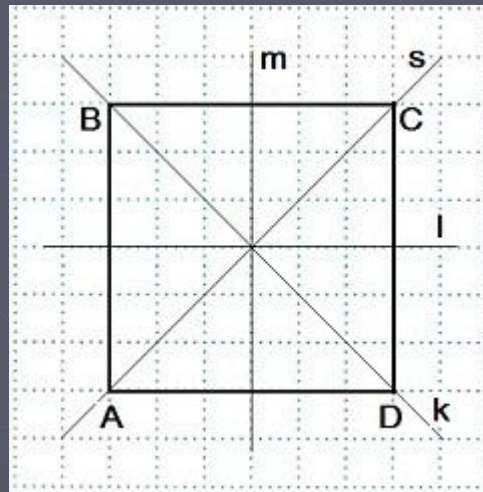
- ▶ Две точки **A** и **A1** называются симметричными друг другу относительно прямой **m**, если прямая **m** перпендикулярна отрезку **AA1** и проходит через его середину.
Прямую **m** называют **осью симметрии**.
- ▶ При сгибании плоскости чертежа по прямой **m** – оси симметрии симметричные фигуры совместятся.

Прямоугольник имеет две оси симметрии.

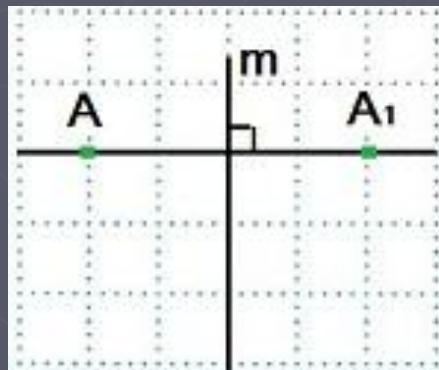


- ▶ Прямоугольник **ABCD** имеет две оси симметрии: прямые **m** и **l**.
- ▶ Если чертеж перегнуть по прямой **m** или по прямой **l**, то обе части чертежа совпадут.

Квадрат имеет четыре оси симметрии.

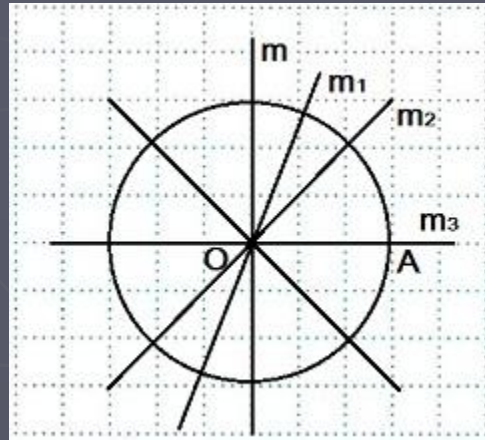


- ▶ Квадрат **ABCD** имеет четыре оси симметрии: прямые **m**, **l**, **k** и **s**.
- ▶ Если квадрат перегнуть по какой-либо из прямых: **m**, **l**, **k** или **s**, то обе части квадрата совпадут.



- ▶ Точки **A** и **A1** симметричны относительно прямой **m**, так как прямая **m** перпендикулярна отрезку **AA1** и проходит через его середину.
- ▶ **m** – ось симметрии.

Окружность имеет бесконечное множество осей симметрии.

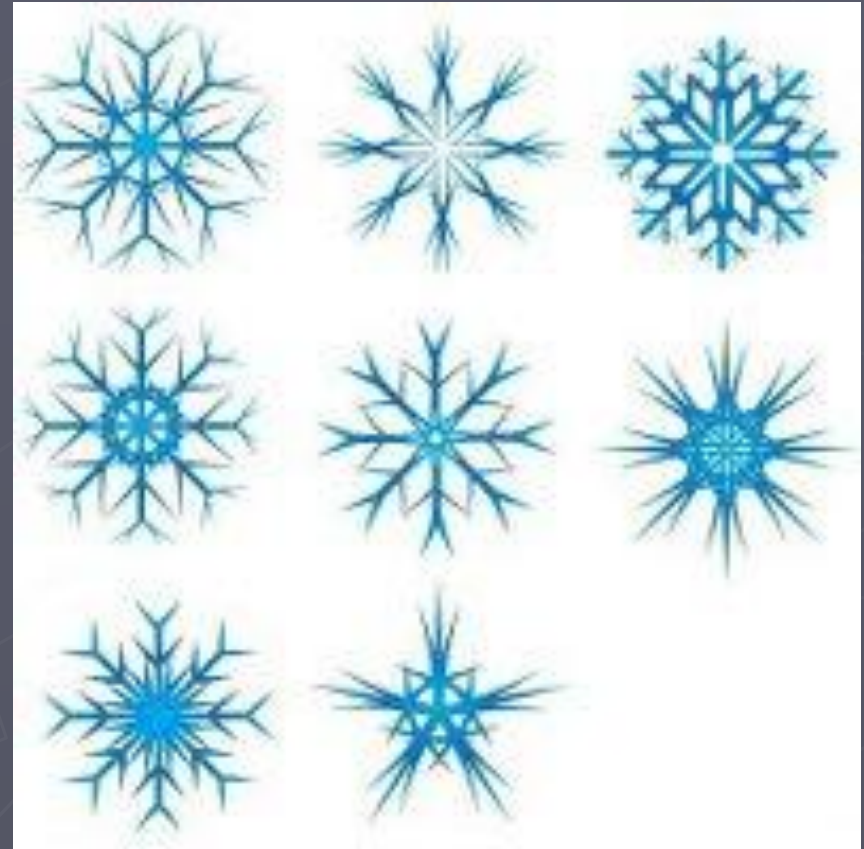


- ▶ Окружность с центром в точке O и радиусом OA имеет бесчисленное количество осей симметрии. Это прямые: $m, m_1, m_2, m_3 \dots$

Многие листья
деревьев
симметричны
относительно
среднего стебля.



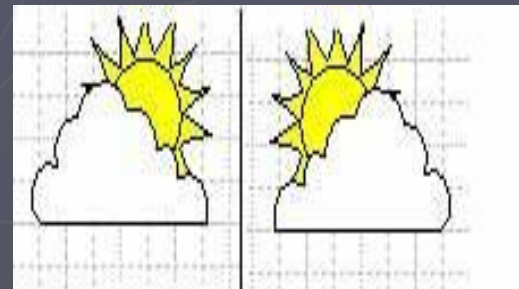
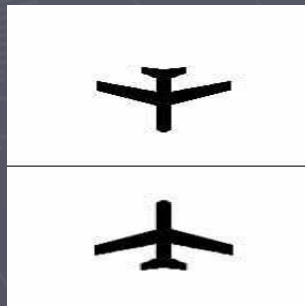
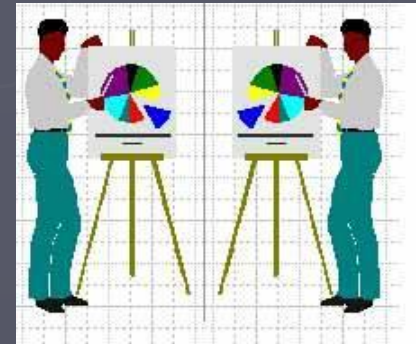
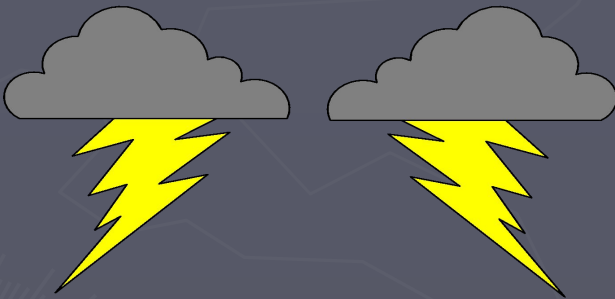
Зимние снежинки
все разные, но все
имеют симметрию
относительно оси.



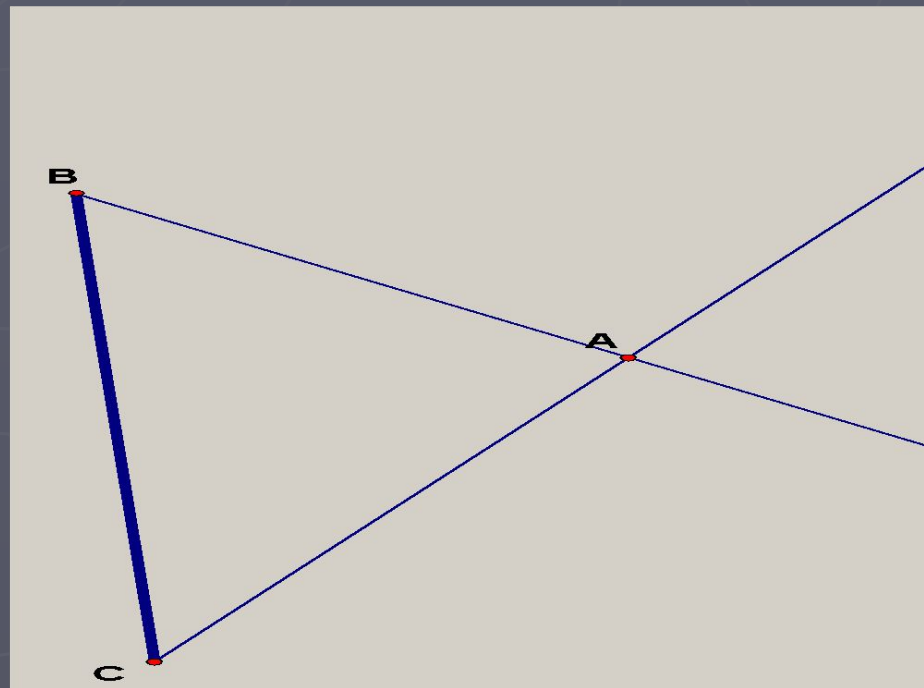
Многие детали механизмов симметричны.



Осевая симметрия



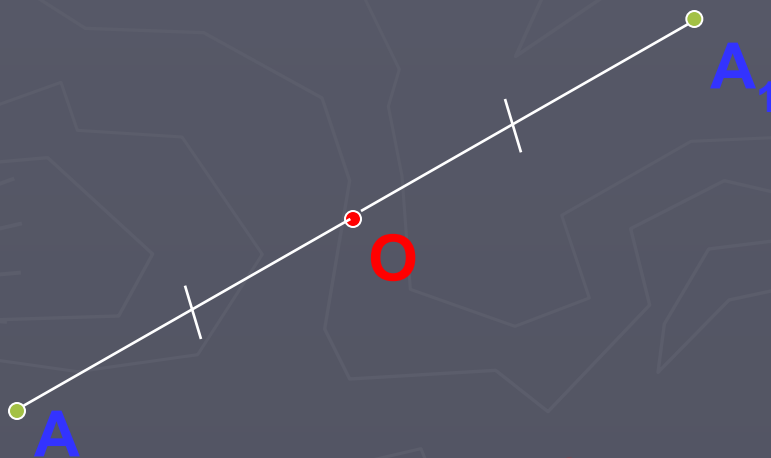
Центральная симметрия



Симметрия относительно точки

Точки A и A_1 называются симметричными относительно точки O (центр симметрии), если O – середина отрезка AA_1 . Точка O считается симметричной самой себе.

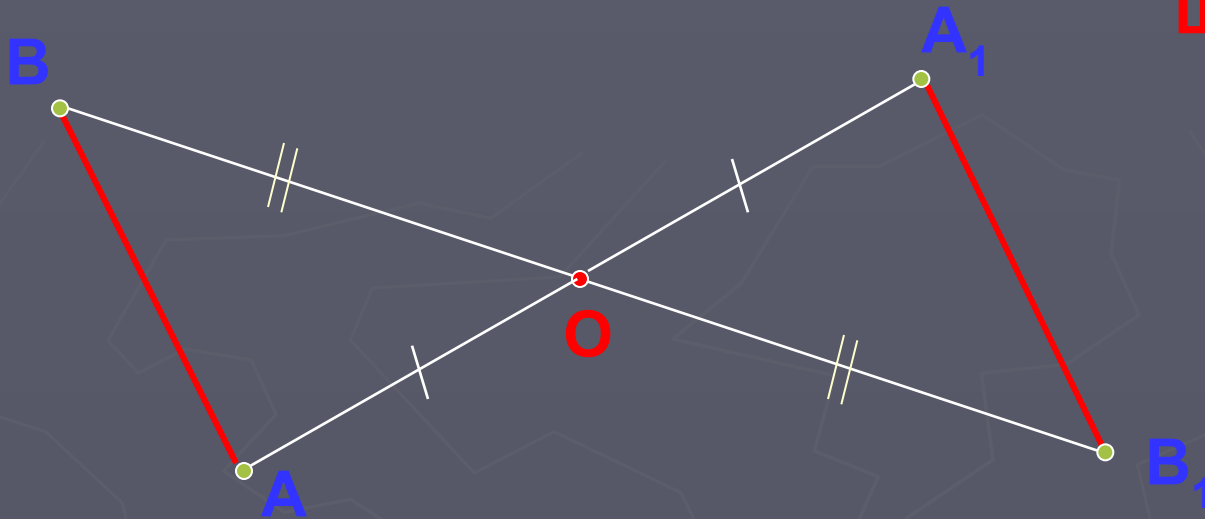
Симметрия относительно точки называется центральной симметрией



Точка O – центр симметрии

Построить отрезок A_1B_1 симметричный отрезку AB относительно точки O

**Точка O –
центр симметрии**



$$A \rightarrow A_1, \quad B \rightarrow B_1, \quad AB \rightarrow A_1B_1$$

Замечание:

при симметрии относительно центра изменился порядок точек (верх-низ, право-лево).

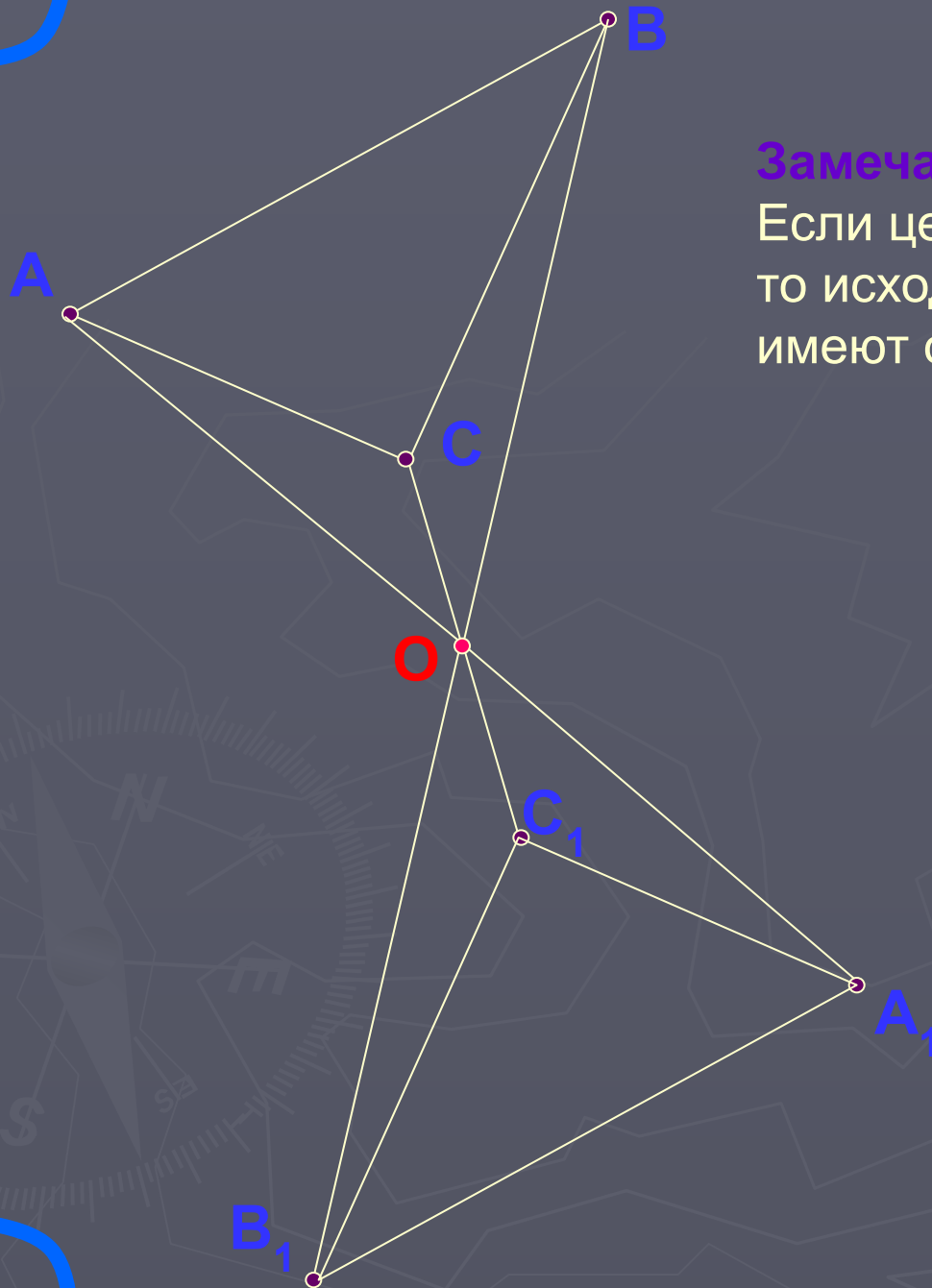
Например, точка A отобразилась снизу вверх; она была правее точки B , а ее образ точка A_1 оказалась левее точки B_1 .

Построить луч a симметричный лучу a относительно точки O

Точка O –
центр симметрии



$$A \rightarrow A_1, \quad B \rightarrow B_1, \quad AB \rightarrow A_1B_1$$



Замечание.

Если центр во внешней области фигуры, то исходная и симметричная фигура не имеют общих точек.

$$C \rightarrow C_1$$

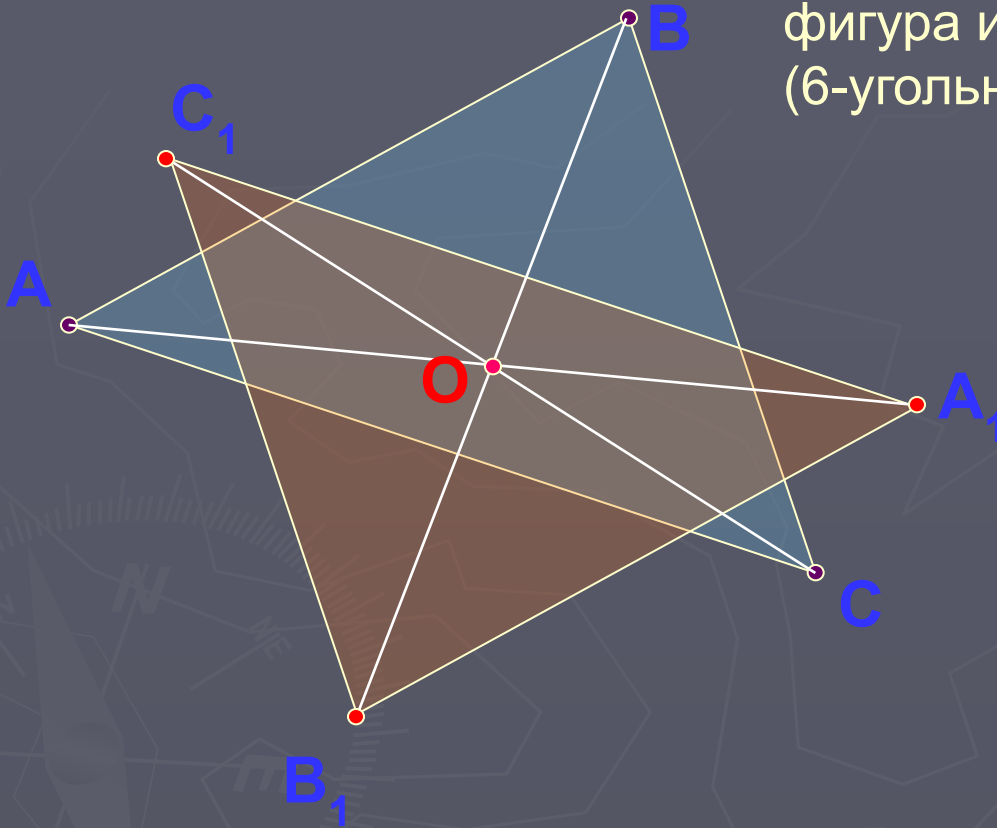
$$B \rightarrow B_1$$

$$A \rightarrow A_1$$

$$\Delta ABC \rightarrow \Delta A_1B_1C_1$$

Замечание.

Если центр во внутренней области фигуры, то исходная и симметричная фигура имеют общие точки (6-угольник).



$$C \rightarrow C_1$$

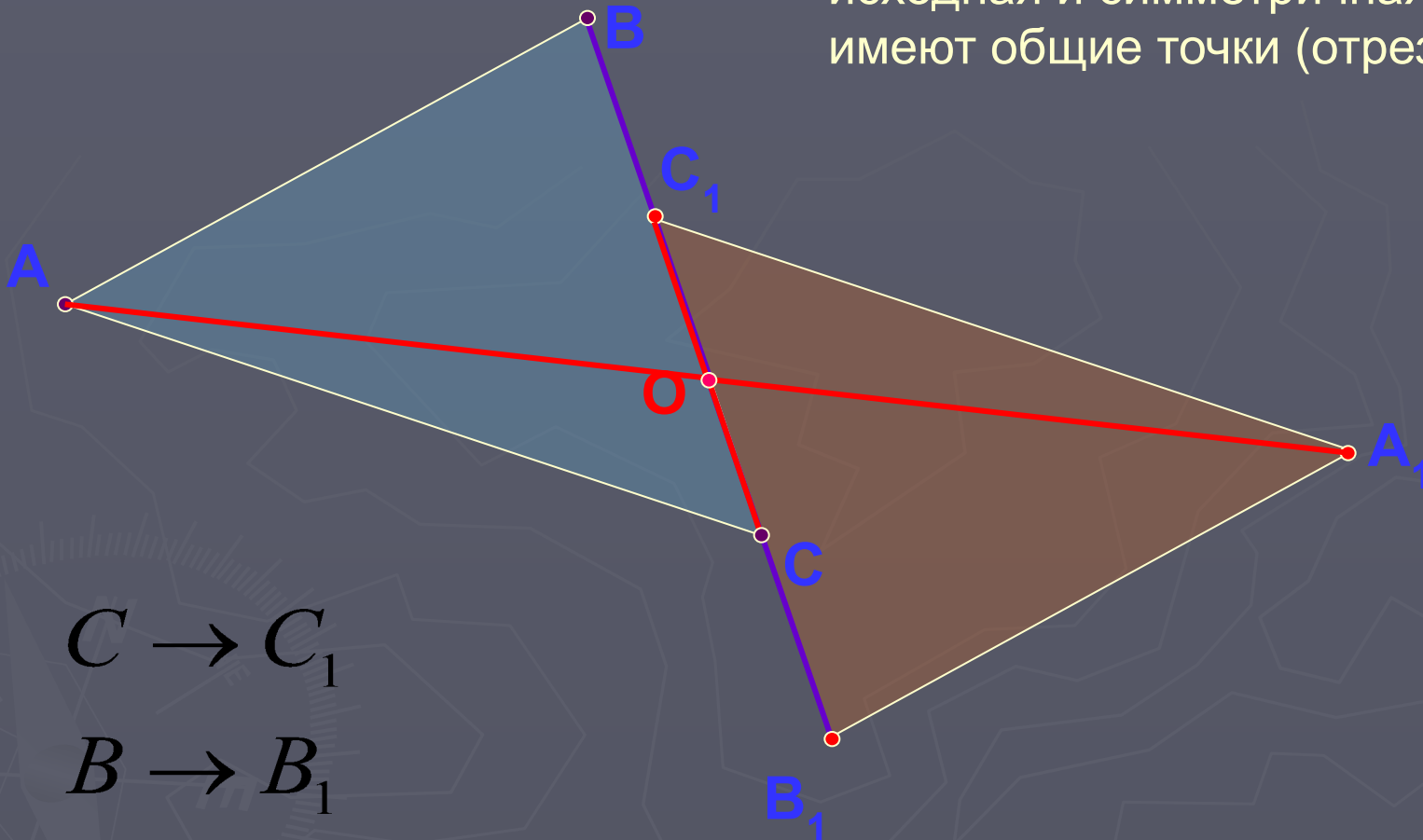
$$B \rightarrow B_1$$

$$A \rightarrow A_1$$

$$\Delta ABC \rightarrow \Delta A_1B_1C_1$$

Замечание.

Если центр на стороне фигуры, то исходная и симметричная фигура имеют общие точки (отрезок CC_1).

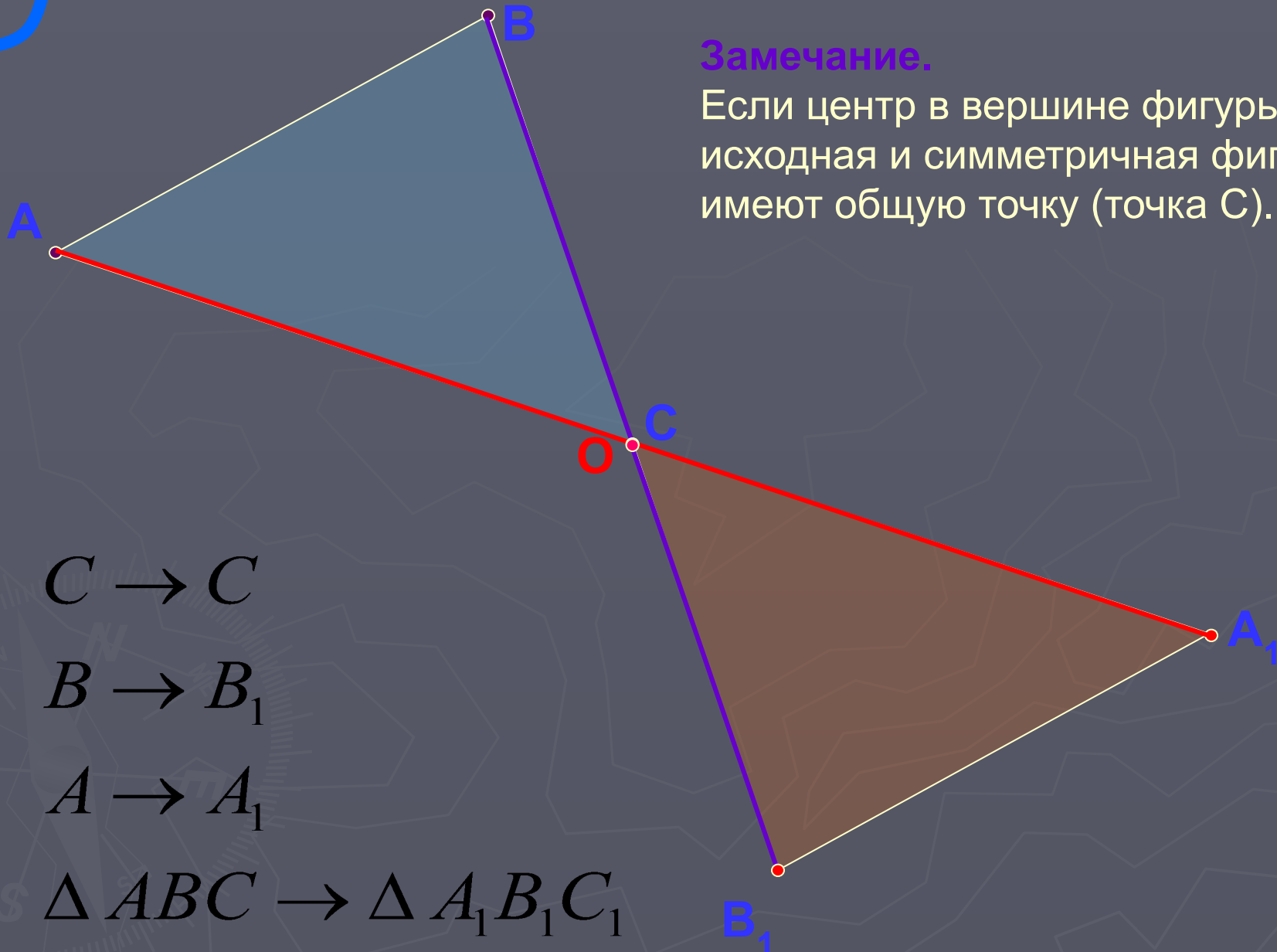


$$C \rightarrow C_1$$

$$B \rightarrow B_1$$

$$A \rightarrow A_1$$

$$\Delta ABC \rightarrow \Delta A_1B_1C_1$$



Замечание.

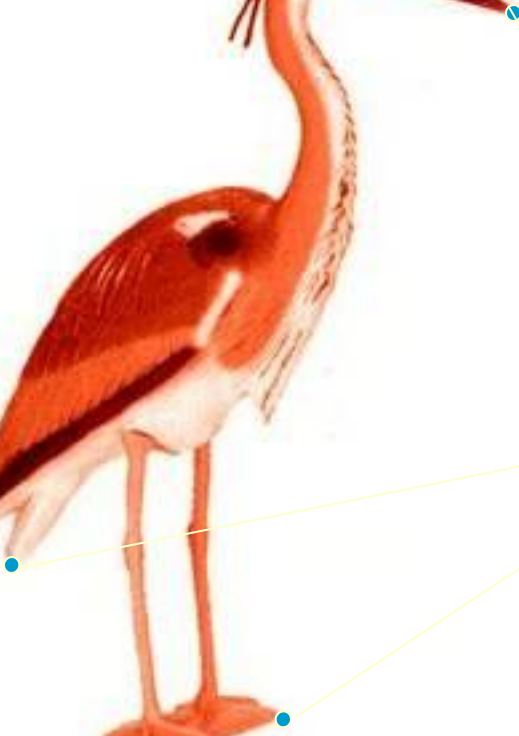
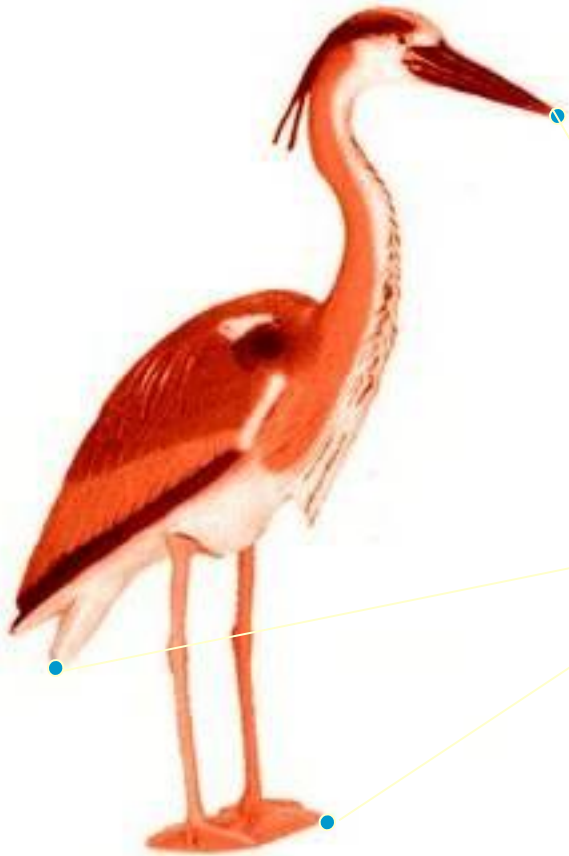
Если центр в вершине фигуры, то исходная и симметричная фигура имеют общую точку (точка C).

$$C \rightarrow C$$

$$B \rightarrow B_1$$

$$A \rightarrow A_1$$

$$\Delta ABC \rightarrow \Delta A_1B_1C_1$$

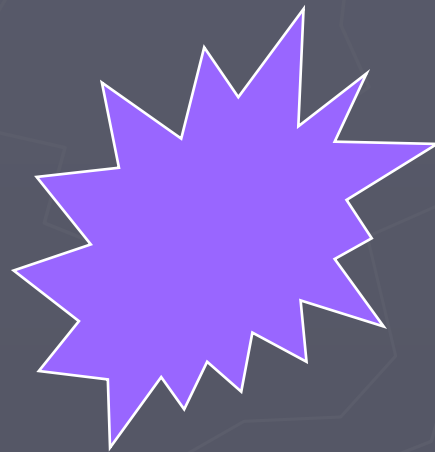


г. О – центр симметрии



Наложение

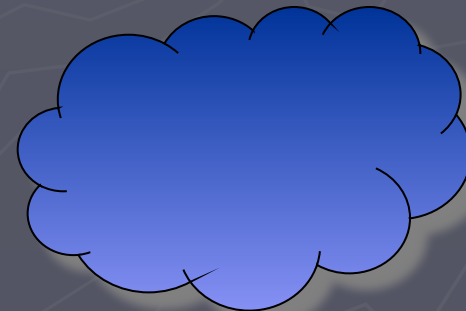
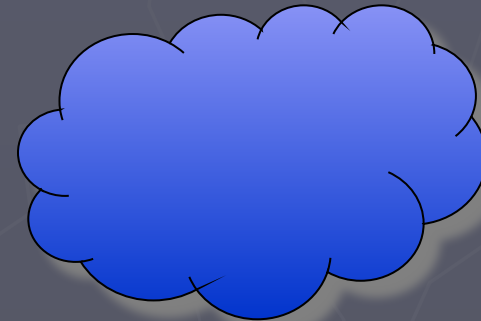
- ▶ Наложение- это отображение плоскости н себя.



Теорема. Любое движение является наложением.

Следствие:

- ▶ При движении любая фигура отображается на равную ей фигуру.



Фигуры называются равными, если существует движение, отображающее одну из них на другую.