
КОНУС

Стереометрия

Выполнила:
преподаватель математики
Черных Светлана Станиславовна

Конусом называется тело, ограниченное кругом (основание конуса), и конической поверхностью, образованной отрезками, соединяющими каждую точку окружности с вершиной конуса.

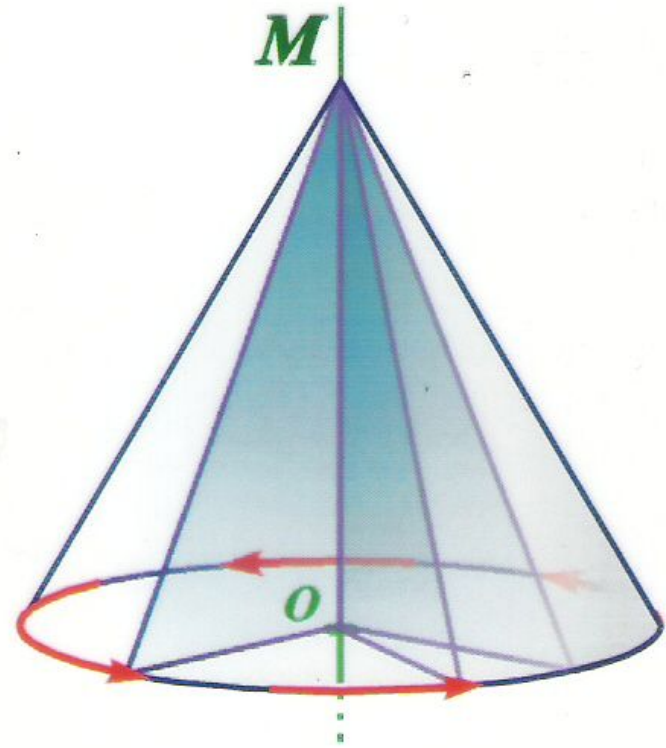


Вершина прямого кругового конуса проектируется в центр основания.

*r - радиус основания конуса;
 MO - высота конуса h ;
 MA - образующая конуса l .*

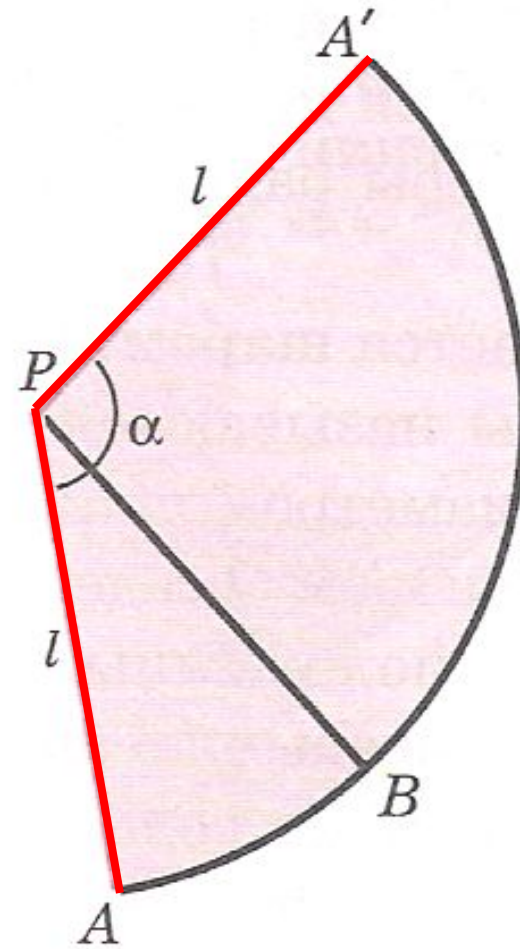
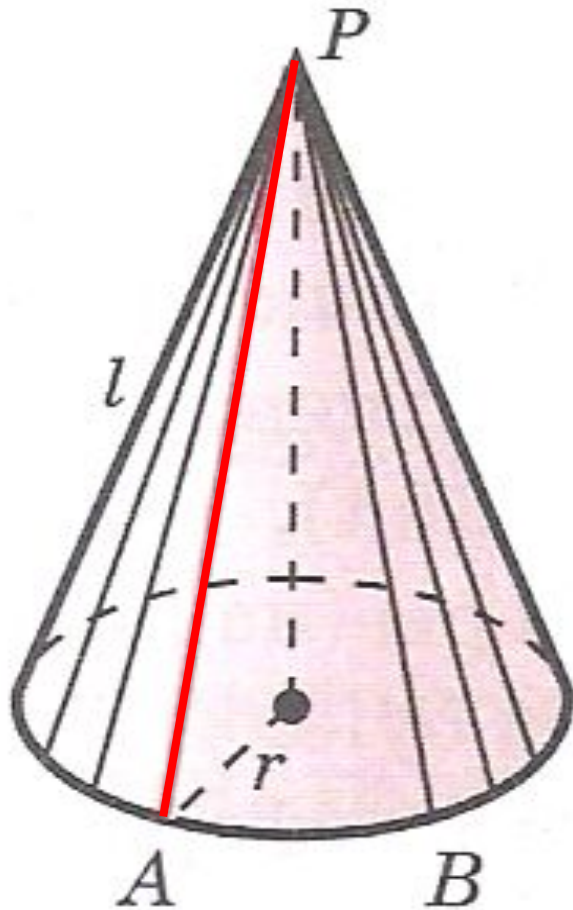
Конус – тело вращения

**Конус может
быть получен
вращением
прямоугольного
треугольника
вокруг одного
из катетов.**



*Конус - тело
вращения*

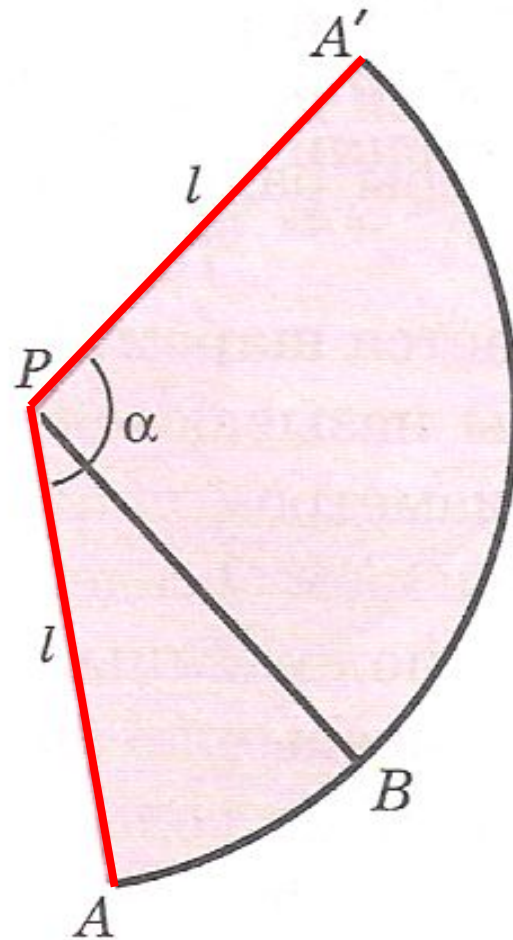
Боковая поверхность конуса – круговой сектор, радиус которого равен образующей конуса, а длина дуги сектора – длине окружности основания конуса.



Боковая поверхность конуса

**Площадь
боковой
поверхности
конуса равна
произведению
половины
длины
окружности
основания на
образующую**

BOOK

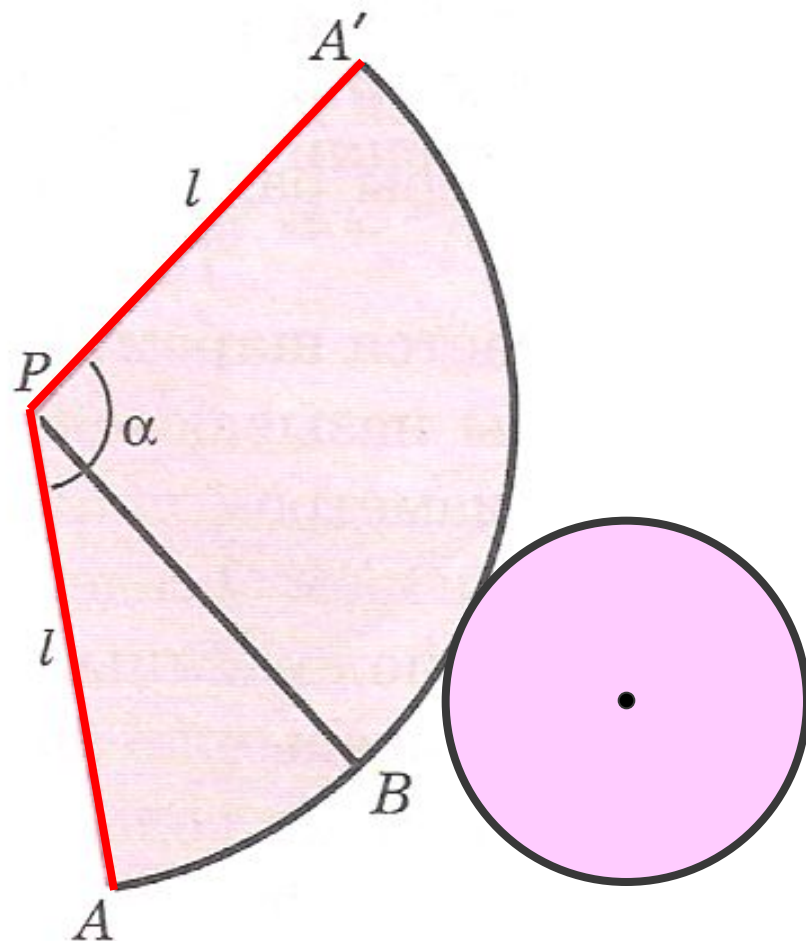


Полная поверхность конуса

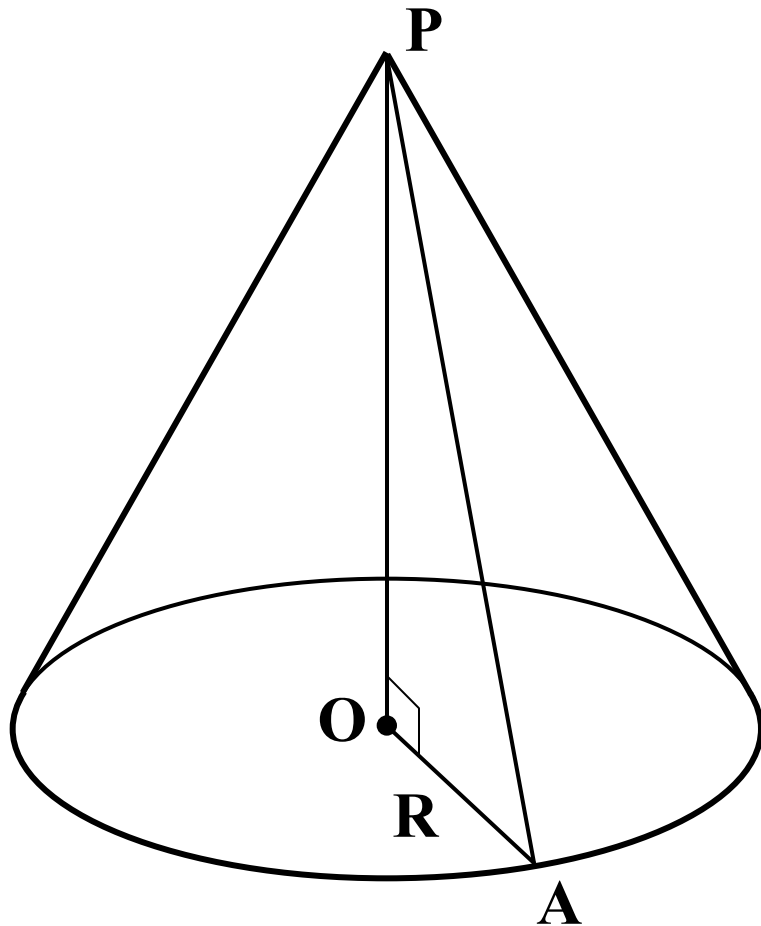
Площадь полной поверхности конуса равна сумме площадей боковой поверхности и основания:

$$S_{\text{кон.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}}$$

$$S_{\text{кон.}} = \pi r^2 + \pi r l$$



Задача 1. Высота конуса равна 12, а радиус основания равен 5. Найдите площадь полной поверхности конуса. В ответе запишите S/π .



Образующая конуса :

$$l = PA = \sqrt{12^2 + 5^2} = \\ = \sqrt{169} = 13$$

$$S_{\text{кон.}} = \pi r^2 + \pi r l = \\ = \pi (r^2 + r l)$$

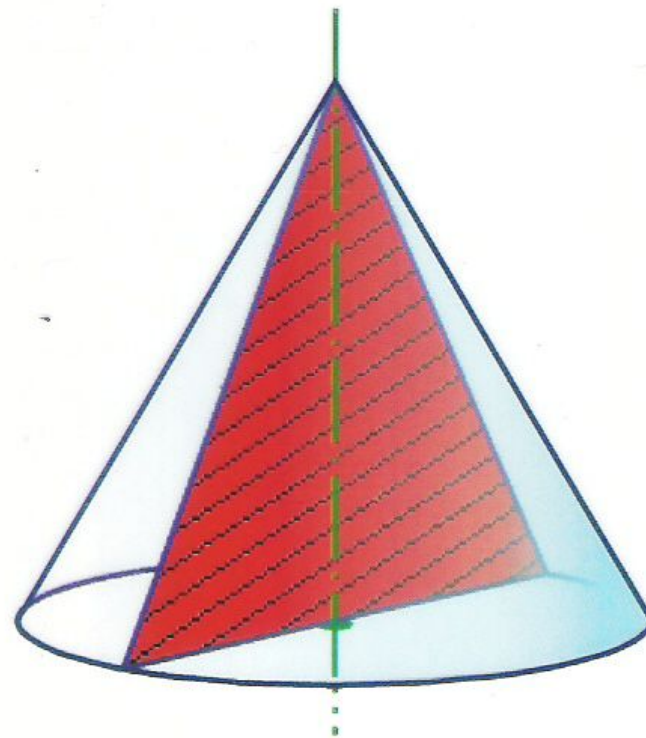
$$S_{\text{кон.}} = \pi (5^2 + 5 \cdot 13) = 90\pi$$

$$\frac{S}{\pi} = 90. \quad \text{Ответ : } 90.$$

Сечения конуса различными плоскостями

Секущая плоскость проходит через ось конуса.

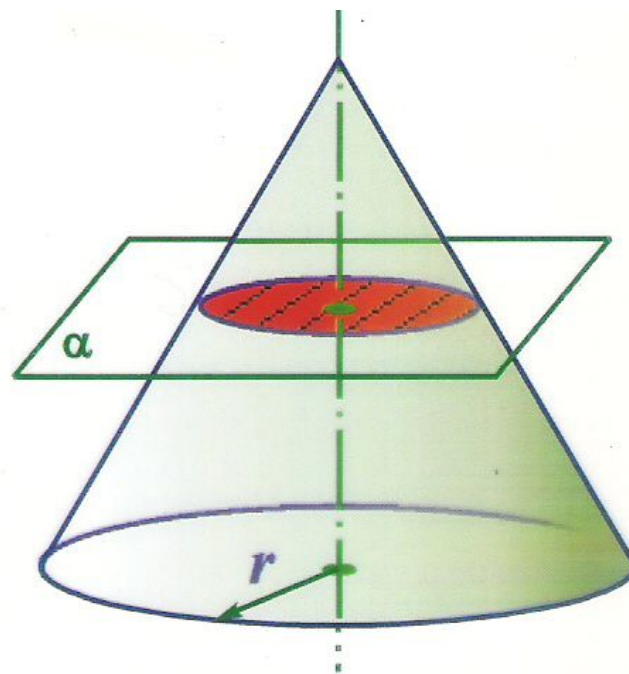
Осевое сечение – равнобедренный треугольник, основание которого – диаметр основания конуса, а боковые стороны – образующие конуса.



*Осевое сечение
конуса*

Сечения конуса различными плоскостями

Если секущая плоскость перпендикулярна к оси конуса, то сечение конуса – **круг** с центром расположенным на оси конуса.

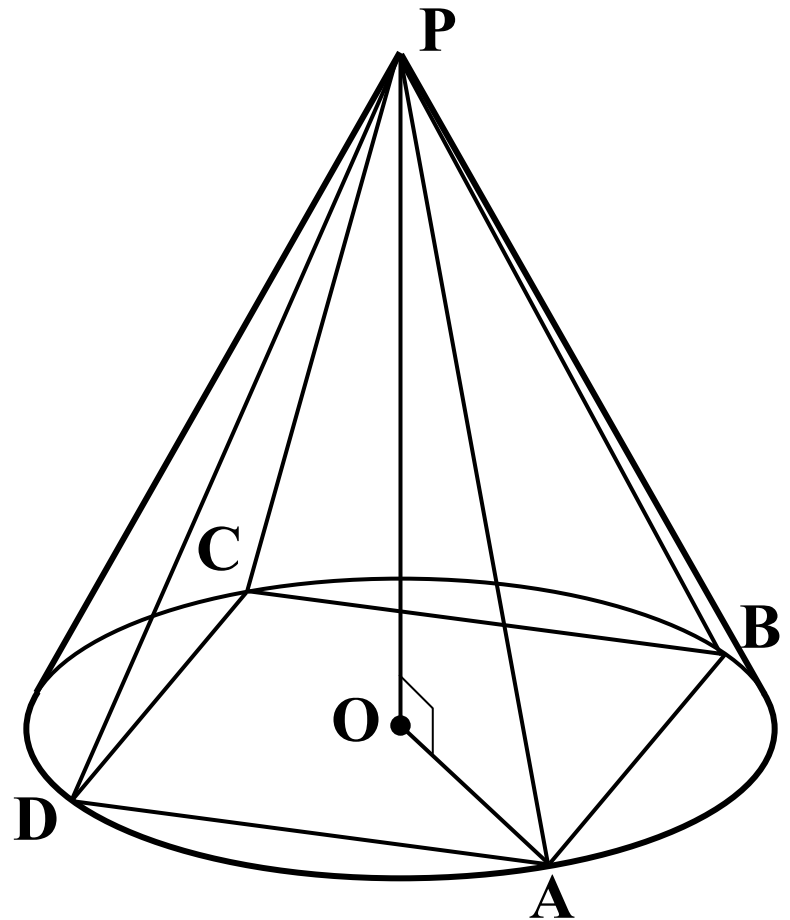


*Сечение конуса
плоскостью,
перпендикулярной оси
конуса*

Вписанная пирамида

Пирамида называется **вписанной** в конус, если ее основание есть многоугольник, вписанный в окружность основания конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.

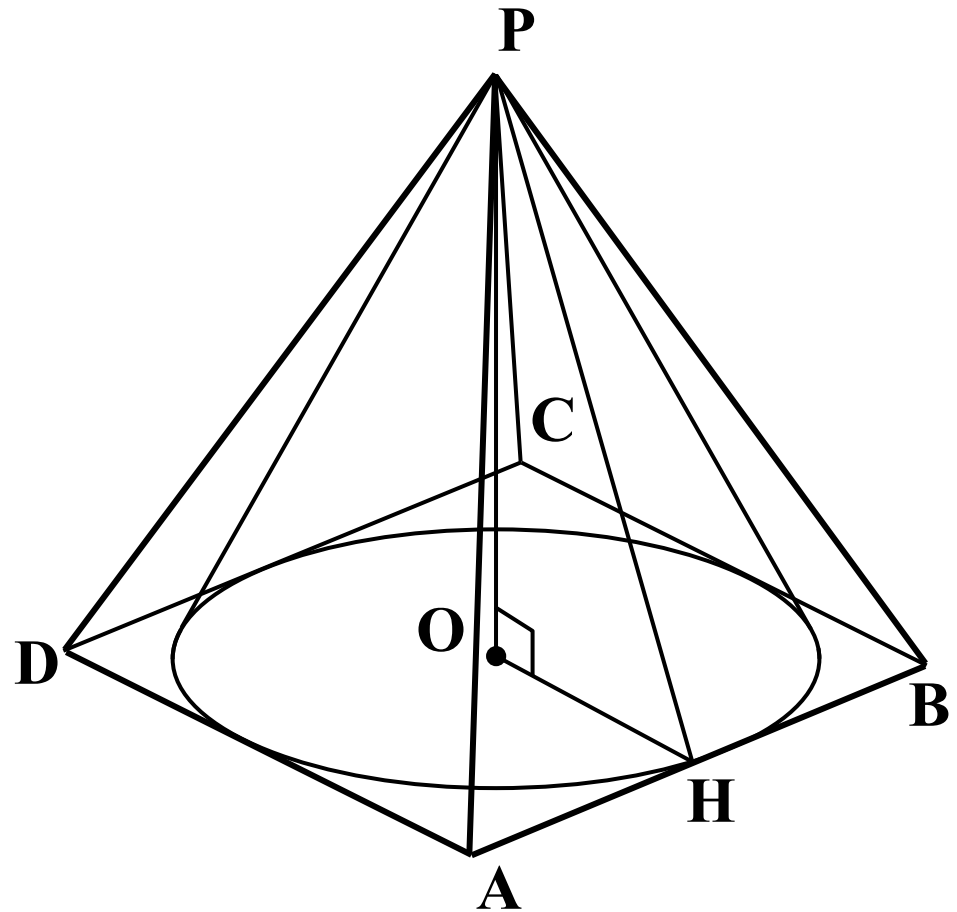
Боковые ребра пирамиды, вписанной в конус, являются образующими конуса.



Описанная пирамида

Пирамида называется **описанной** около конуса, если ее основание есть многоугольник, описанный около основания конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.

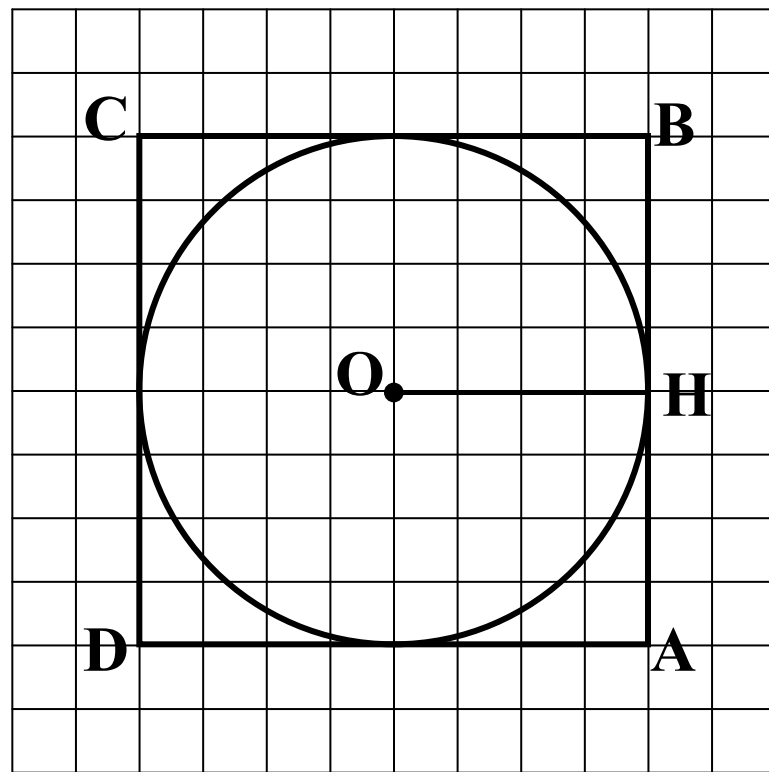
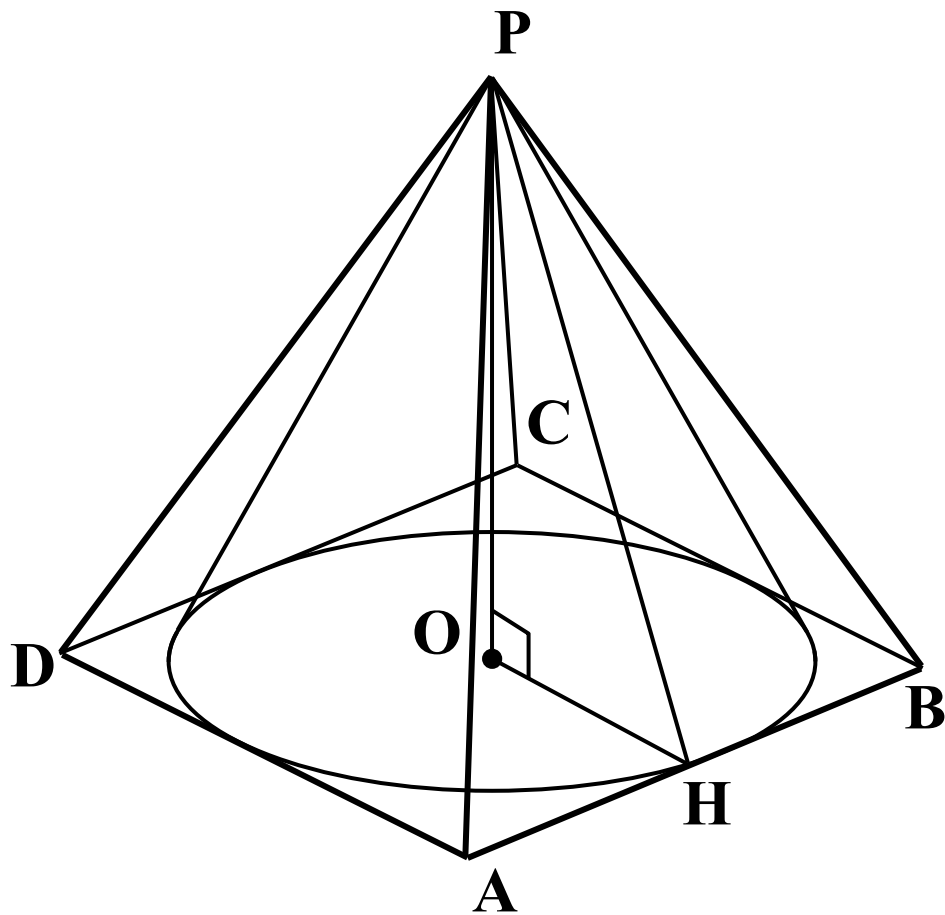
Плоскости боковых граней описанной пирамиды являются касательными плоскостями конуса.



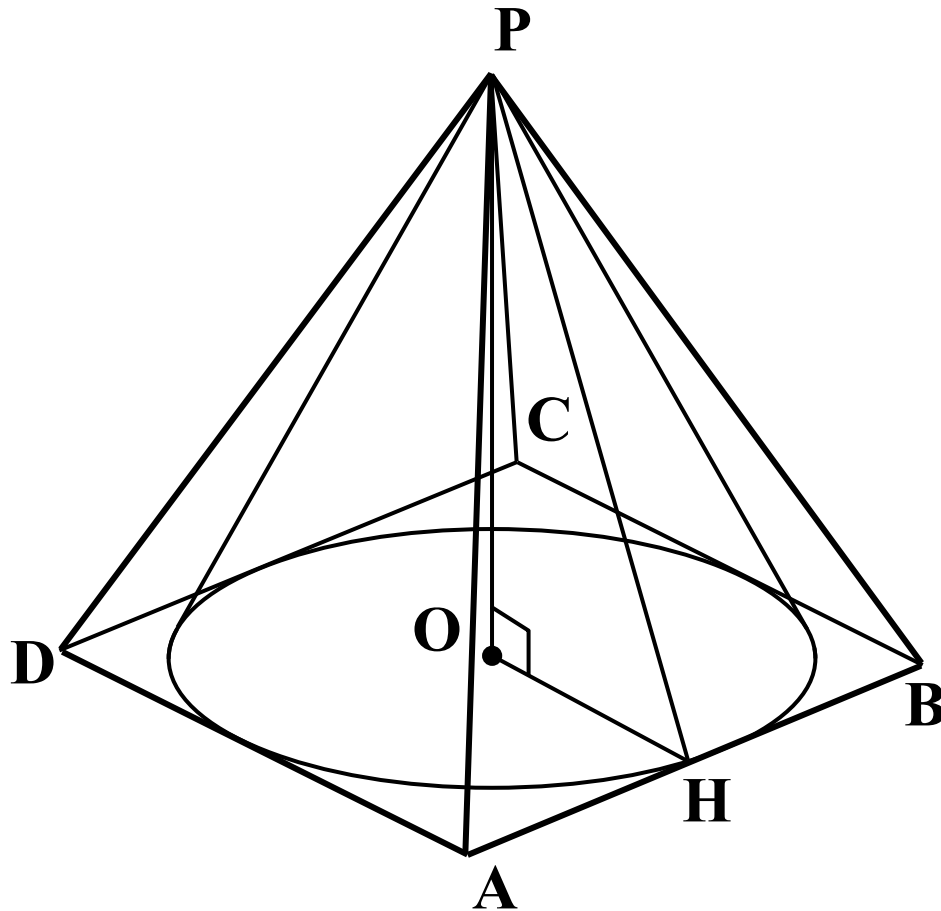
Задача 2

Вокруг конуса описана правильная четырехугольная пирамида. Найдите полную поверхность пирамиды, если радиус основания конуса равен 6, а образующая конуса равна 10.

Задача 2. Выполняем рисунок



Задача 2. Решение



Образующая конуса равна
~~апофеме пирамиды:~~

$$l = PH = 10$$

$$S_{\text{тип.}} = S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}}$$

$$a = AD = 2r = 2 \cdot 6 = 12$$

$$S_{\text{осн.}} = a^2 = 12^2 = 144$$

$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} \cdot P_{\text{осн.}} \cdot l =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 12) \cdot 10 = 240$$

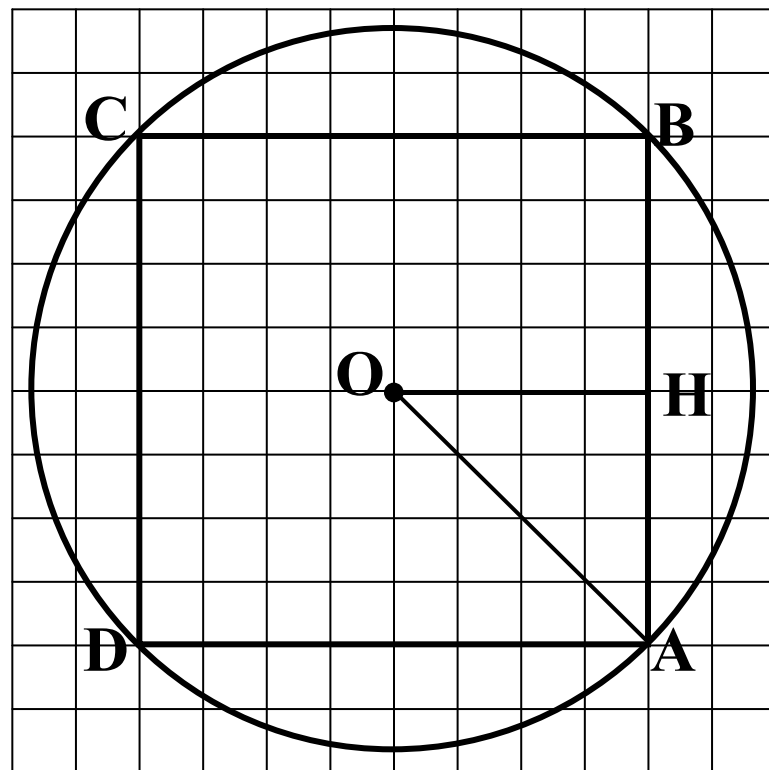
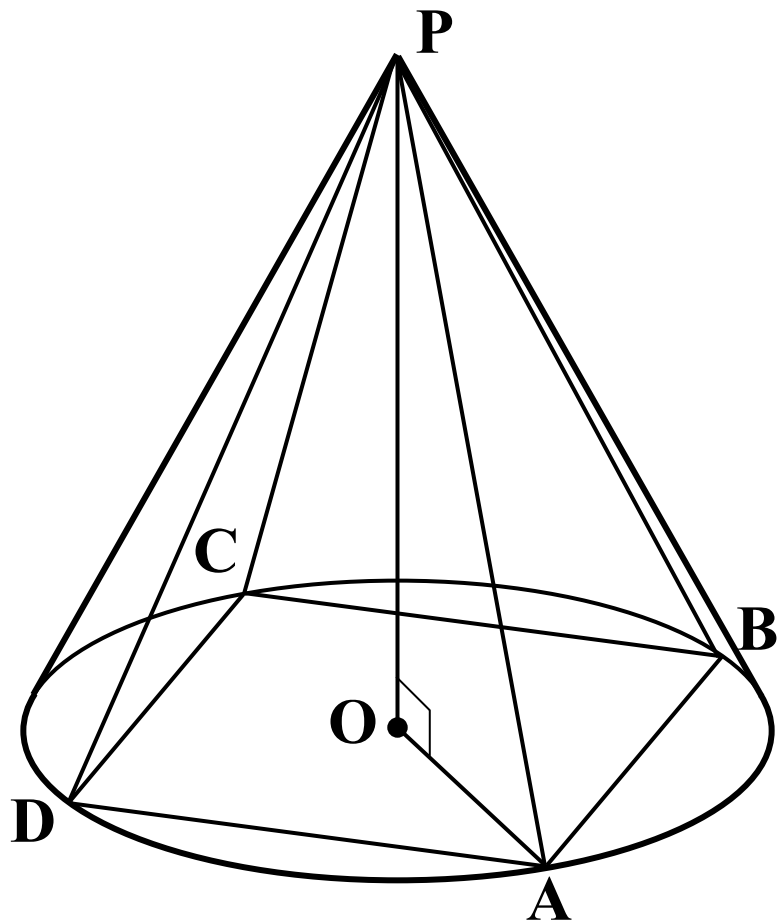
$$S_{\text{тип.}} = 144 + 240 = 384$$

Ответ : 384.

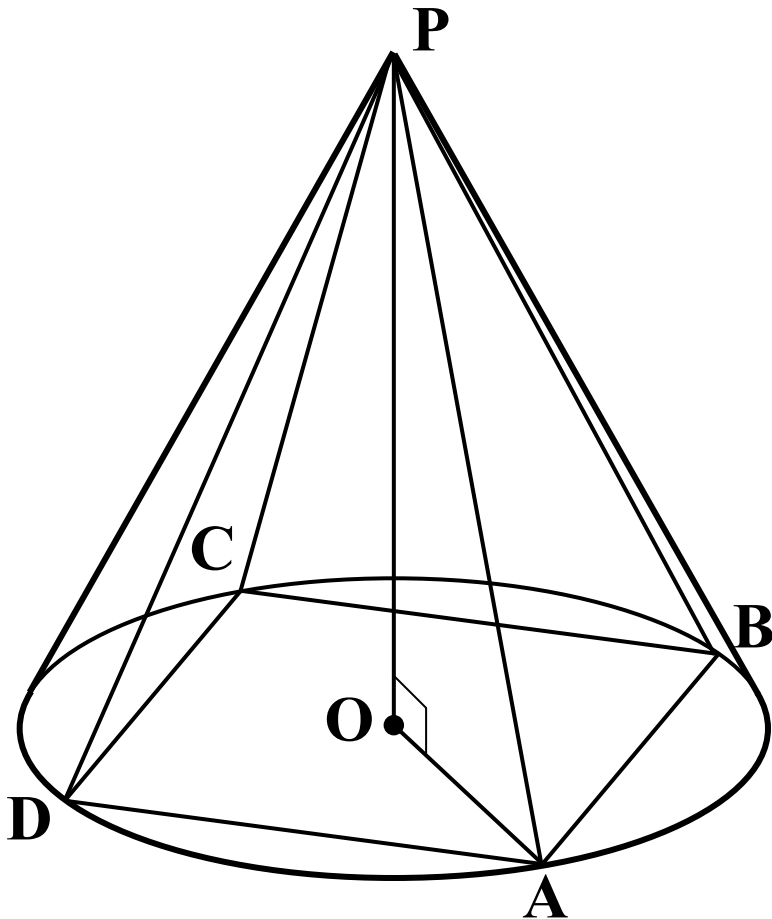
Задача 3

В конус вписана правильная четырехугольная пирамида. Найдите полную поверхность конуса, если боковое ребро пирамиды равно 15, а ее высота равна 9. В ответе запишите S/π .

Задача 3. Выполняем рисунок



Задача 3. Решение



Образующая конуса:

$$l = PA = 15$$

Радиус основания

$$r = \sqrt{PA^2 - OA^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \\ = \sqrt{144} = 12$$

$$S_{\text{кон.}} = \pi r^2 + \pi r l = \\ = \pi(r^2 + rl)$$

$$S_{\text{кон.}} = \pi(12^2 + 12 \cdot 15) = 234\pi$$

$\frac{S}{\pi} = 234.$ Ответ: 234.

Источники информации:

1. Геометрия: учеб. для 10 – 11 кл. общеобразовательных учреждений / Л.С. Атанасян. – М.: Просвещение, 2012.

2. Открытый банк заданий по математике:
<http://mathege.ru>