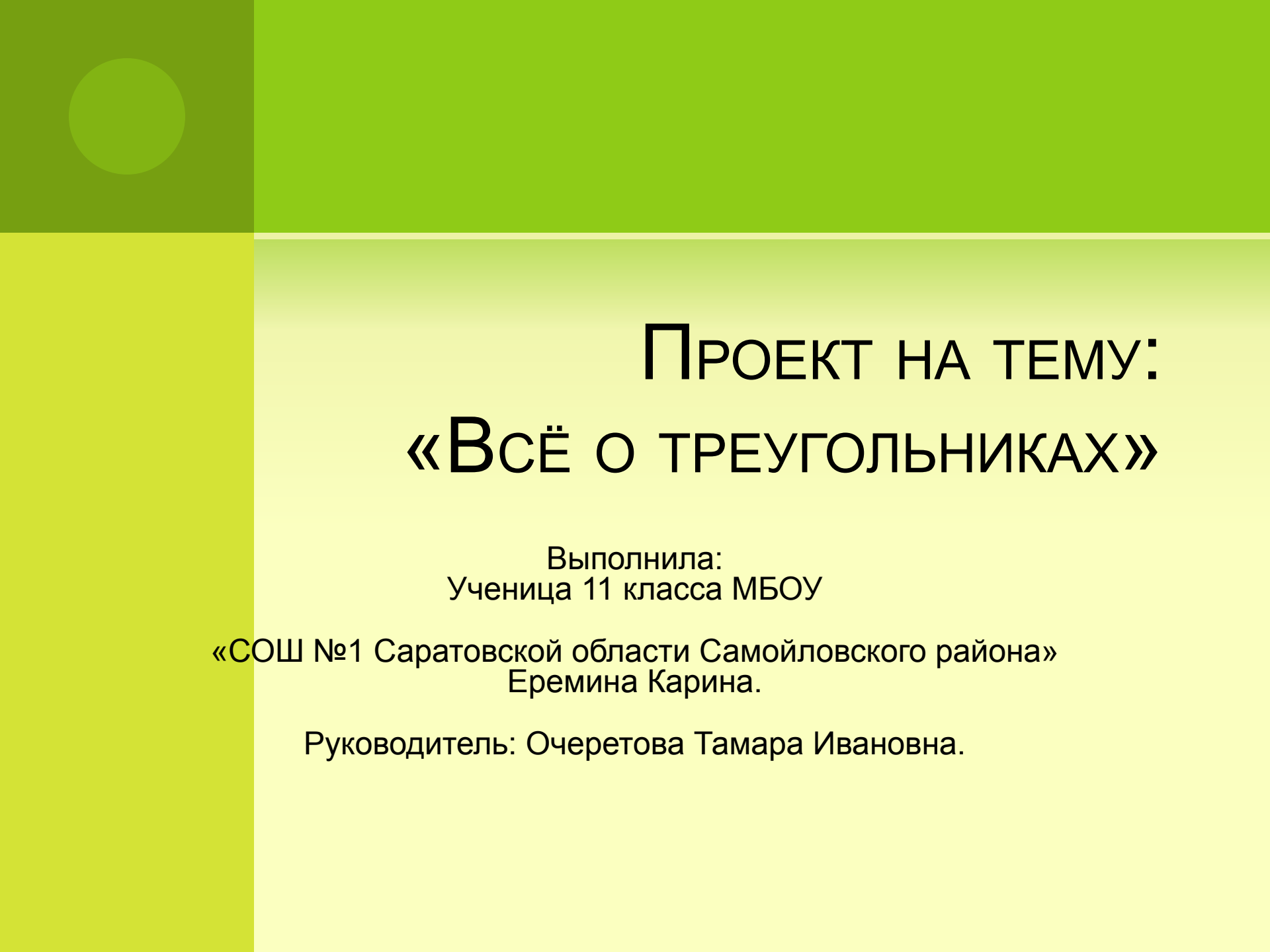




ПРОЕКТ НА ТЕМУ: «ВСЁ О ТРЕУГОЛЬНИКАХ»

Выполнила:
Ученица 11 класса МБОУ

«СОШ №1 Саратовской области Самойловского района»
Еремина Карина.

Руководитель: Очеретова Тамара Ивановна.

Цели:

- ◉ Систематизировать понятия по теме «Все о треугольниках»;
- ◉ Показать практическое применение данного материала при решении задач при подготовке к ЕГЭ;
- ◉ Научиться сравнивать треугольники между собой;
- ◉ Выяснить, каковы особенности каждого треугольника.

Проблема:

Выяснить, насколько важна данная тема при подготовке к ЕГЭ.

СОДЕРЖАНИЕ

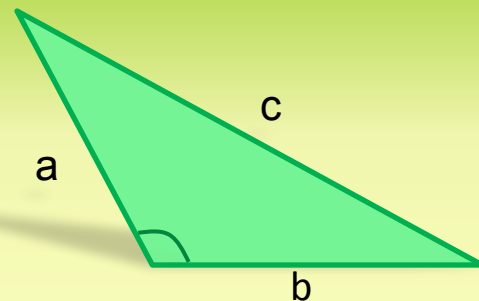
- ◉ Виды треугольников;
- ◉ Свойства треугольников;
- ◉ Прямоугольный треугольник;
- ◉ Равнобедренный треугольник;
- ◉ Правильный треугольник;
- ◉ Равенство треугольников;
- ◉ Медианы;
- ◉ Высоты;
- ◉ Биссектрисы;
- ◉ Средняя линия;
- ◉ Серединный перпендикуляр;
- ◉ Площадь треугольника;
- ◉ Теоремы косинусов и синусов;
- ◉ Подобие треугольников;
- ◉ Окружность, вписанная в треугольник;
- ◉ Окружность, описанная около треугольника.

ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

По углам:

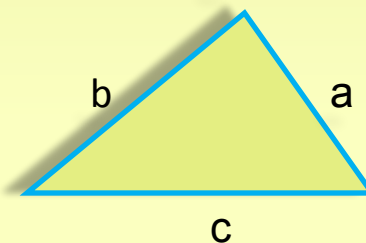
- Тупоугольный – треугольник, у которого один из углов тупой;

$$a^2 + b^2 < c^2$$



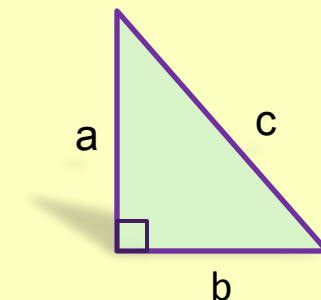
- Остроугольный – треугольник, у которого все углы острые;

$$a^2 + b^2 > c^2$$



- Правоугольный – треугольник, у которого один из углов прямой.

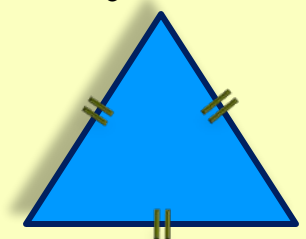
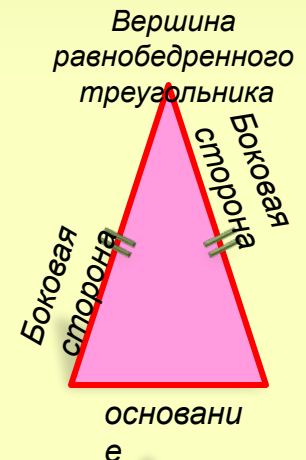
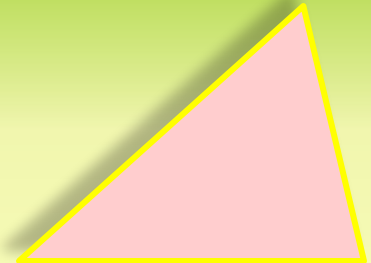
$$a^2 + b^2 = c^2$$



ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

По сторонам:

- Разносторонний – треугольник, у которого все стороны различны по длине;
- Равнобедренный – треугольник, у которого две стороны равны;
- Равносторонний – треугольник, у которого все стороны равны.



СВОЙСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ



- Сумма углов треугольника равна 180°

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^{\circ};$$

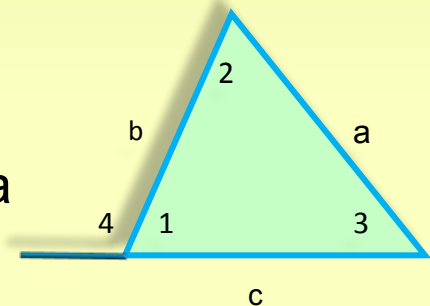
- Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних, не смежных с ним, углов

$$\angle 4 = \angle 2 + \angle 3;$$

- В любом треугольнике каждая сторона меньше суммы двух других сторон

$$a < b + c, b < a + c, c < a + b;$$

- В треугольнике против большей стороны лежит больший угол, против большего угла – большая сторона.



ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

- Сторона прямоугольного треугольника, противолежащая прямому углу, называется *гипотенузой*, две другие стороны называются *катетами*.

- Теорема Пифагора:**

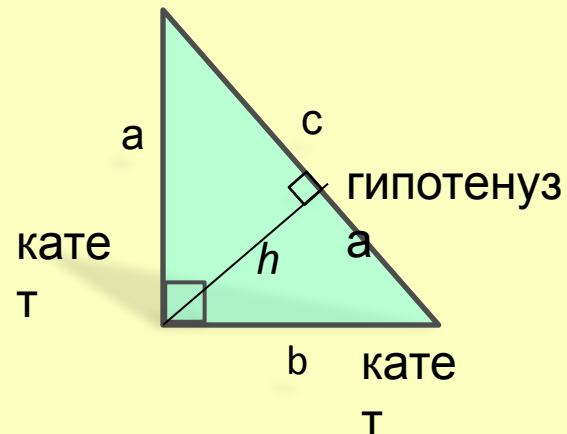
Квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$S = \frac{1}{2}ab;$$

$$S = \frac{1}{2}ch,$$

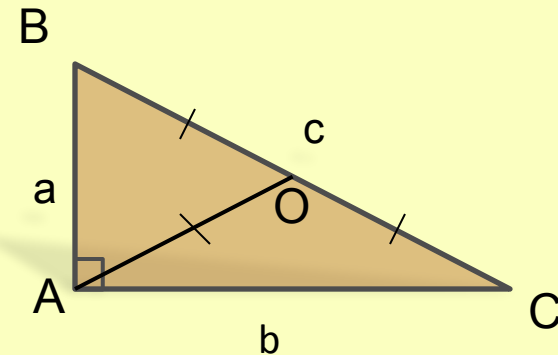
h – высота, проведенная к гипотенузе



СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

- ⊙ Медиана, проведённая к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы.
- ⊙ Только в прямоугольном треугольнике центр описанной окружности лежит на стороне треугольника (совпадает с серединой гипотенузы).

$$AO=OB=OC=R=\frac{1}{2}c$$



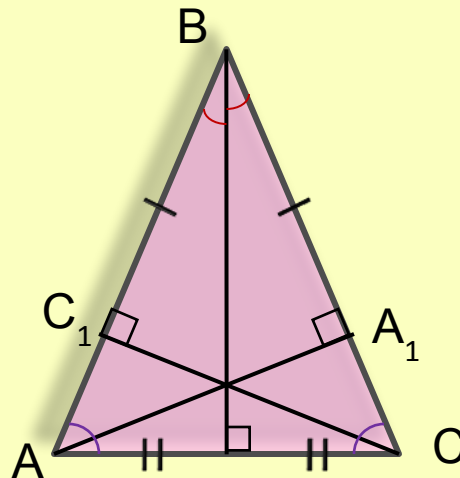
ПРИЗНАКИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



- ⦿ Если квадрат одной из сторон треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то такой треугольник прямоугольный.
- ⦿ Если медиана треугольника равна половине соответствующей ей стороны, то треугольник прямоугольный.

СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

- Углы при основании равны.
- Высота, проведенная из вершины равнобедренного треугольника, является медианой и биссектрисой (осью симметрии).
- Высоты (биссектрисы, медианы), проведенные к боковым сторонам, равны.



$$\begin{array}{l} AA_1 \perp BC \\ BC \perp CC_1 \\ CC_1 \perp AB \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} AA_1 = CC_1 \\ CC_1 = AB \end{array}$$

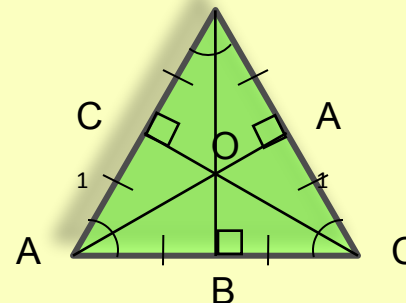
СВОЙСТВА ПРАВИЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

- Все углы равностороннего треугольника равны 60° .
- Только в правильном треугольнике совпадают точки пересечения медиан, биссектрис, высот, серединных перпендикуляров. Эта точка называется центром правильного треугольника и является центром вписанной и описанной окружностей.
- Центр правильного треугольника делит его высоты в отношении 2:1, считая от вершины.
- Только в правильном треугольнике $R = 2r = \frac{2}{3}h = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$AB=BC=AC=a$$

$$AA_1=BB_1=CC_1$$

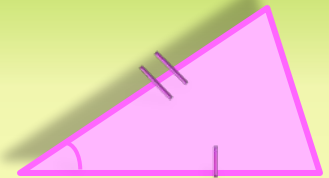
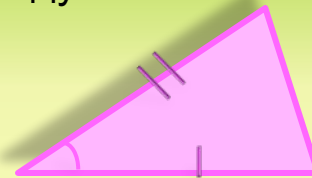
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



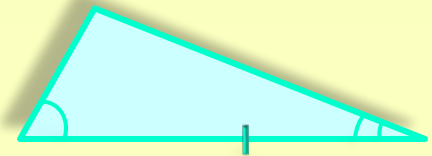
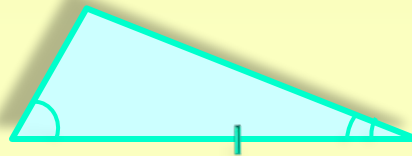
ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ



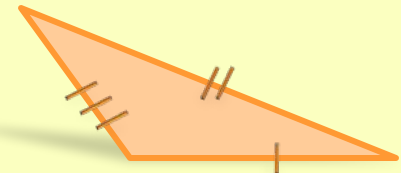
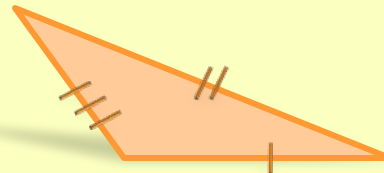
- По двум сторонам и углу между ними



- По стороне и двум прилежащим к ней углам



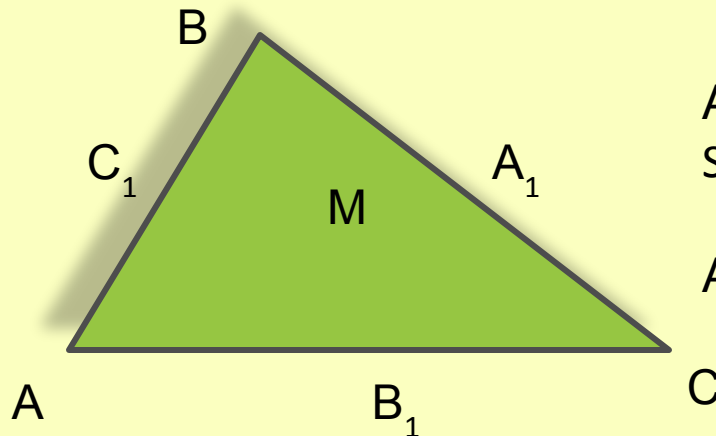
- По трем сторонам



Соответствующие элементы равных треугольников равны.

МЕДИАНЫ

- Медианы треугольника пересекаются в одной точке (центре тяжести треугольника) и делятся этой точкой в отношении 2:1, считая от вершины.
- Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника. Три медианы делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.

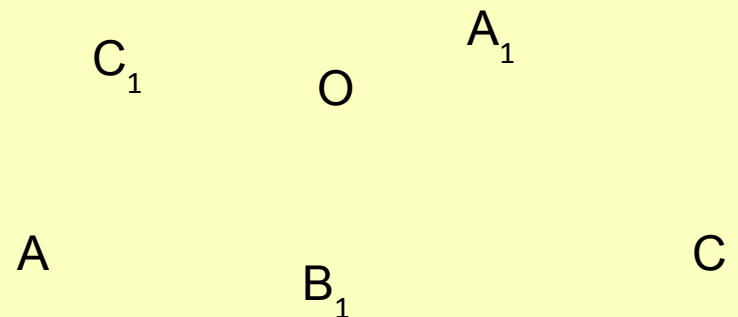


$$\begin{aligned} AM:MA_1 &= BM:MB_1 = CM:MC_1 = 2:1 \\ S_{AC_1M} &= S_{BC_1M} = S_{BA_1M} = S_{CA_1M} = S_{CB_1M} = S_{AB_1M} \\ AA_1^2 &= \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4} \end{aligned}$$

БИССЕКТРИСЫ

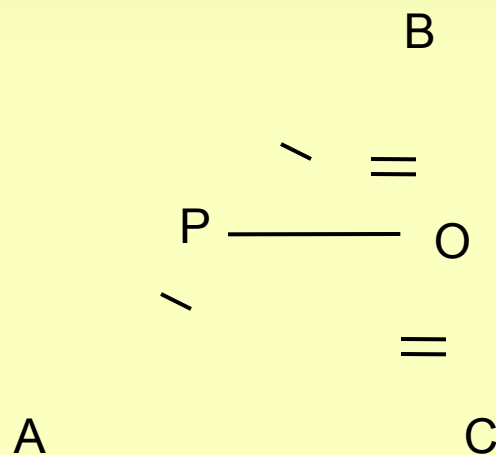
- ⊙ Все биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке – центре вписанной в треугольник окружности.
- ⊙ Биссектриса делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

$$\frac{CA_1}{A_1B} = \frac{CA}{AB};$$



СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ

Средняя линия параллельна третьей стороне и равна ее половине.



PO || AC,
PO = 0,5
AC

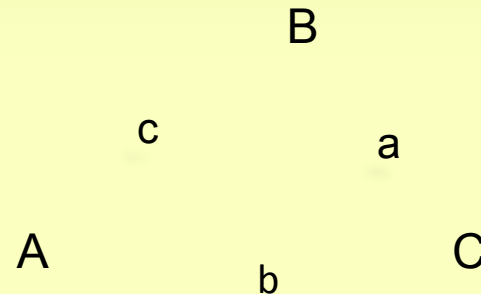
СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР



- ⦿ Все серединные перпендикуляры сторон треугольника пересекаются в одной точке – центре описанной около треугольника окружности. Около каждого треугольника можно описать окружность и при том только одну.
- ⦿ Точка пересечения серединных перпендикуляров треугольника является точкой пересечения высот треугольника, образованного средними линиями данного треугольника.

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

- $S_{\Delta} = 0,5 ah_a = 0,5 bh_b = 0,5 ch_c$
- $S_{\Delta} = 0,5 ab \sin C = 0,5 ac \sin B = 0,5 bc \sin A$
- $S_{\Delta} = p(p-a)(p-b)(p-c)$ (формула Герона)
- $S_{\Delta} = rp$
- $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$



$$p = 0,5(a+b+c)$$

r – радиус вписанной окружности

R – радиус описанной окружности

ТЕОРЕМЫ СИНУСОВ И КОСИНУСОВ

Теорема косинусов

- Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Теорема синусов

- Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих им углов.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

- **Определение.**

Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.

- **Обозначение:** $\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$

В

В
1

А

С

А
1

С
1

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

По двум углам

По двум сторонам и углу между ними

По трем сторонам

a b $k a$ $k b$

a b c $k a$ $k b$ $k c$

ОКРУЖНОСТЬ, ВПИСАННАЯ В ТРЕУГОЛЬНИК

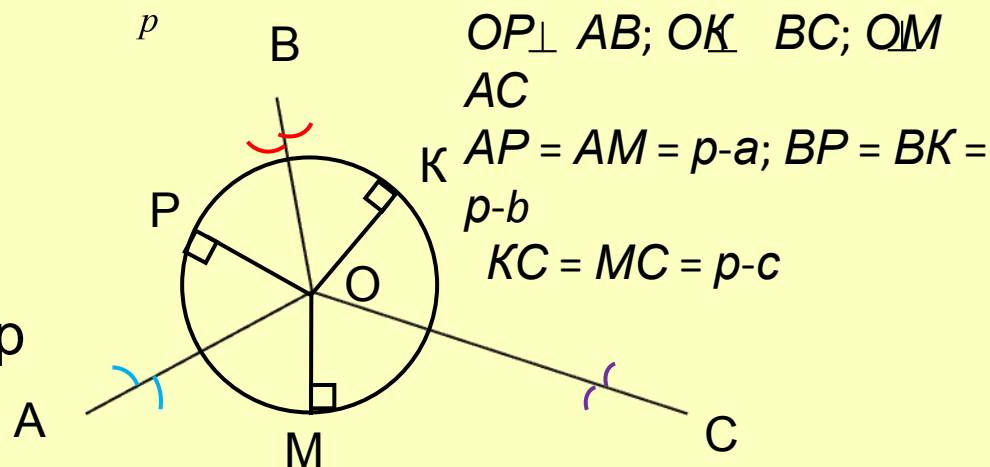
- В каждый треугольник можно вписать окружность и при том только одну.
- Её центр – точка пересечения биссектрис.
- Радиус (r) вычисляется по формулам:

- $$r = (p - a) \cdot \operatorname{tg} \frac{A}{2} = (p - b) \cdot \operatorname{tg} \frac{B}{2} = (p - c) \cdot \operatorname{tg} \frac{C}{2}$$

- $$r = \sqrt{\frac{(p - a)(p - b)(p - c)}{p}} = \frac{S}{p}$$

- $$r = \frac{S}{p}$$

p - полупериметр



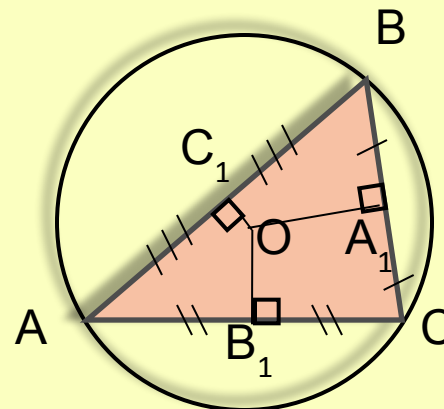
ОКРУЖНОСТЬ, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

- Около каждого треугольника можно описать окружность и при том только одну.
- Её центр – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.
- Радиус (R) вычисляется по формулам:

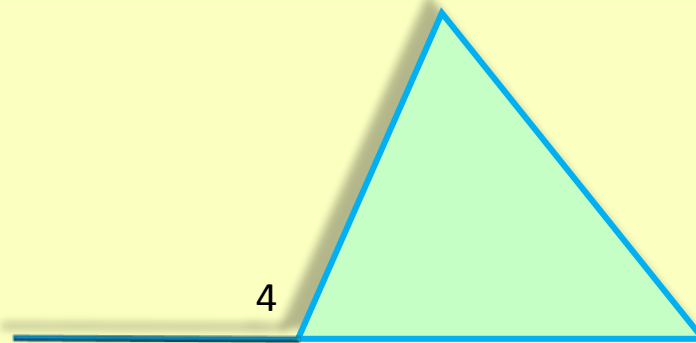
- $$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}$$

- $$R = \frac{abc}{4S}$$

$$\begin{aligned} AB_1 &= B_1C; AC_1 = C_1B; \\ BA_1 &= A_1C \quad \perp \\ OA &\perp BC; OB \perp AC; \\ OA &= OB = OC = R \end{aligned}$$



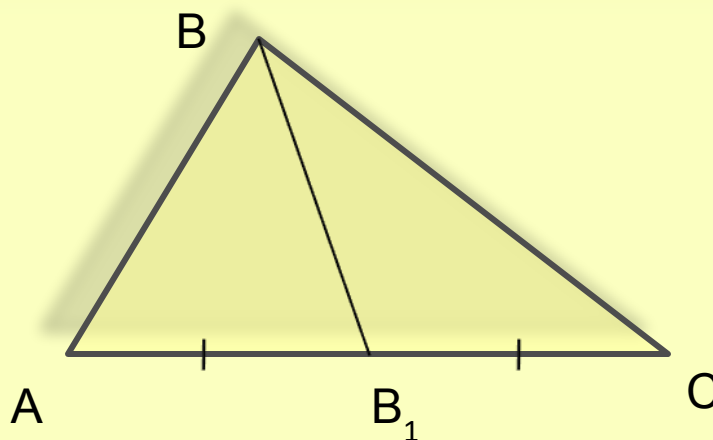
Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника.



$\angle 4$ – внешний
угол



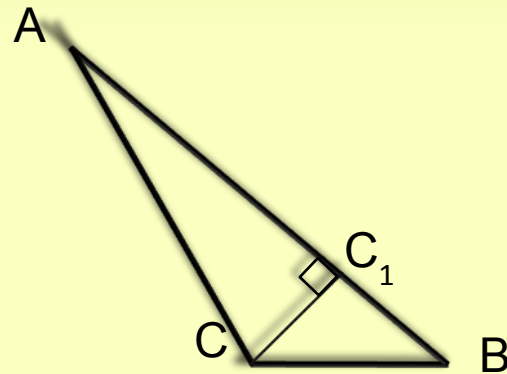
Медианой треугольника называется отрезок, который соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны.



BB_1 – медиана
треугольника



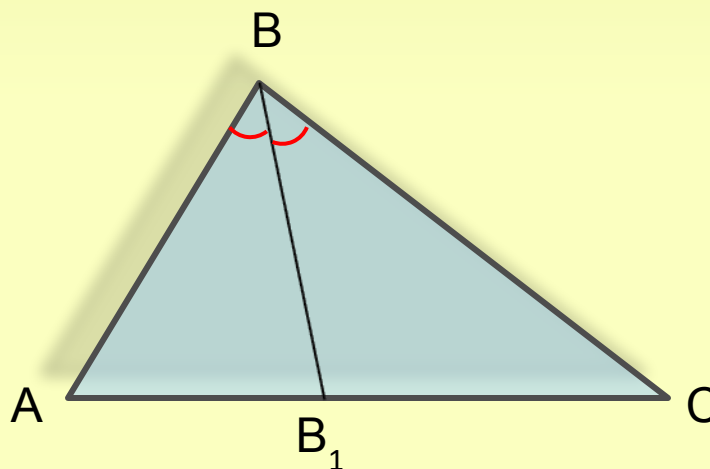
Высотой треугольника называется отрезок перпендикуляра, опущенного из вершины треугольника на прямую, содержащую противоположную сторону.



CC_1 -
высота



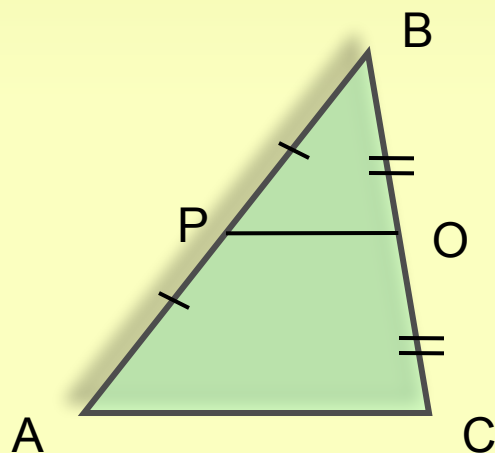
Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы внутреннего угла треугольника.



BB_1 –
биссектриса



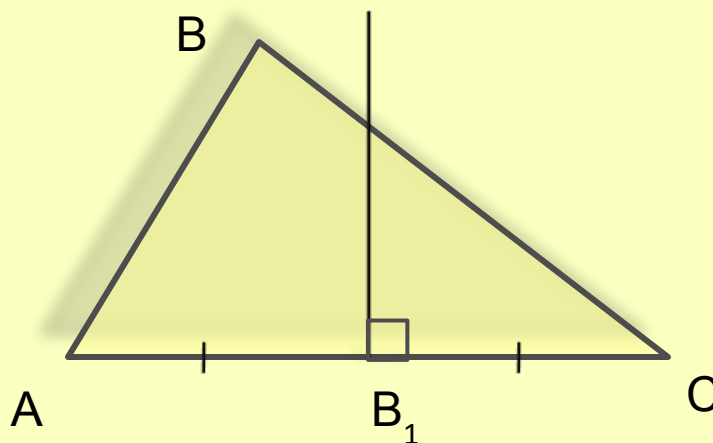
Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.



PO – средняя
линия

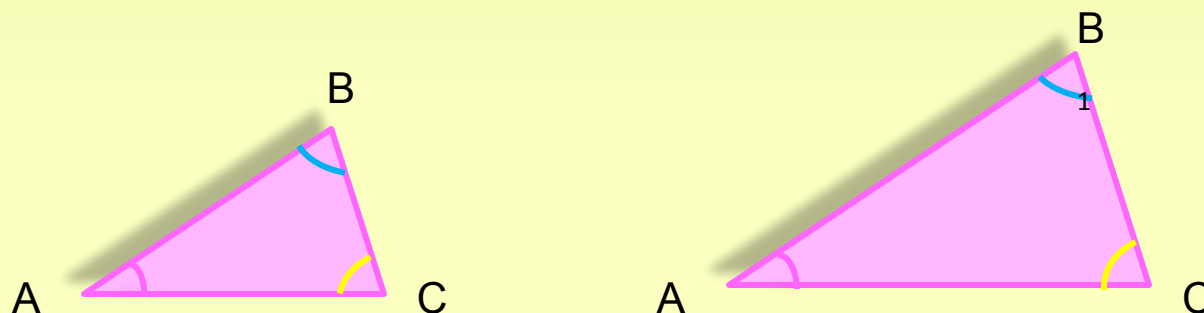


Серединным перпендикуляром называется прямая, перпендикулярная стороне треугольника и делящая её пополам.





Если в треугольниках углы равны, то стороны, лежащие против соответственно равных углов в этих треугольниках, называются **сходственными**.



AB и A_1B_1 , BC и B_1C_1 , CA и C_1A_1 –
сходственные стороны

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Осуществление этого проекта позволило мне углубить мои знания о треугольниках и математике в целом, а также выяснить, что данная тема очень важна для сдачи ЕГЭ.

ЛИТЕРАТУРА



- ◎ Геометрия, 7-9: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 15-е изд.- М. : Просвещение, 2005.
- ◎ Геометрия в таблицах. 7-11 кл. : Справочное пособие/ Авт.-сост. Л.И. Звавич, А.Р. Рязановский. – 5-е изд., стереотип.- М.: Дрофа, 2001.