

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Что мы о ней знаем?



Фарух Наталья Евгеньевна
Учитель математики МОУ СОШ №7 с
УИОП г. Железнодорожный

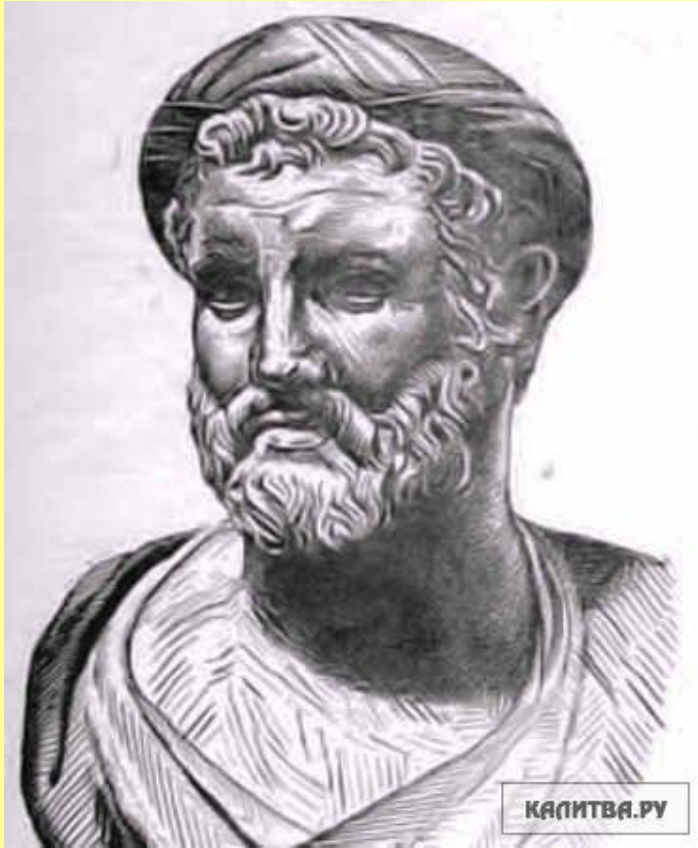
ЦЕЛЬ:

*знать теорему Пифагора,
уметь ее доказывать и приме
нять при решении задач*

ЗАДАЧИ:

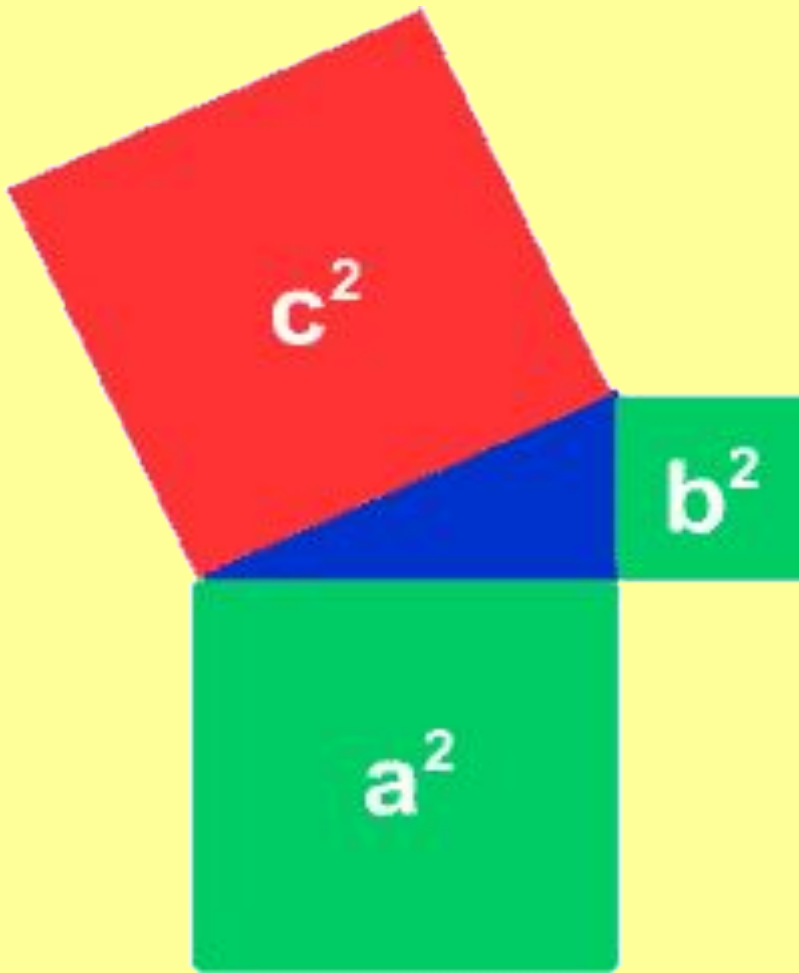
- знать зависимость между сторонами прямоугольного треугольника,*
- расширить круг геометрических задач, решаемых школьниками,*
- воспитывать познавательный интерес к изучению геометрии.*

ПИФАГОР



Знаменитый греческий философ и математик Пифагор Самосский, именем которого названа теорема, жил около 2,5 тысяч лет тому назад. Дошедшие до нас биографические сведения о Пифагоре отрывочны и далеко не достоверны. С его именем связано много легенд. Достоверно известно, что Пифагор много путешествовал по странам Востока, посещал Египет и Вавилон.

Иоганн Кеплер о теореме ПИФАГОРА



«В геометрии существуют два сокровища – теорема Пифагора и деление отрезка в крайнем и среднем отношении.

Первое можно сравнить с ценностью золота, второе можно назвать драгоценным камнем».

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Геометрическая

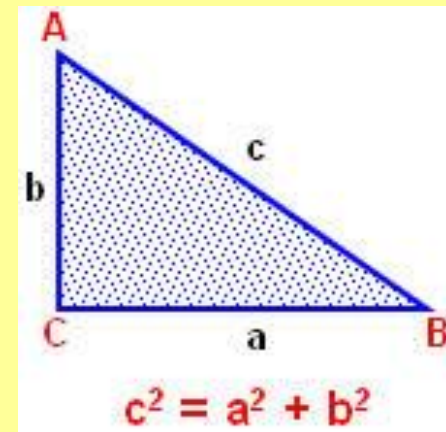
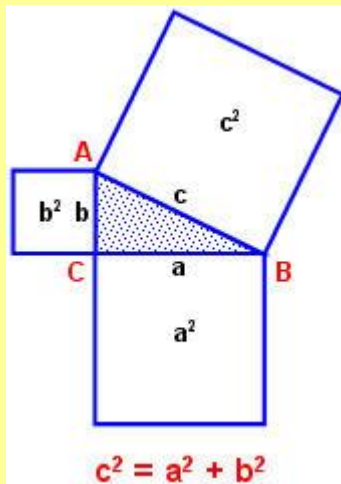
я

формулировка:

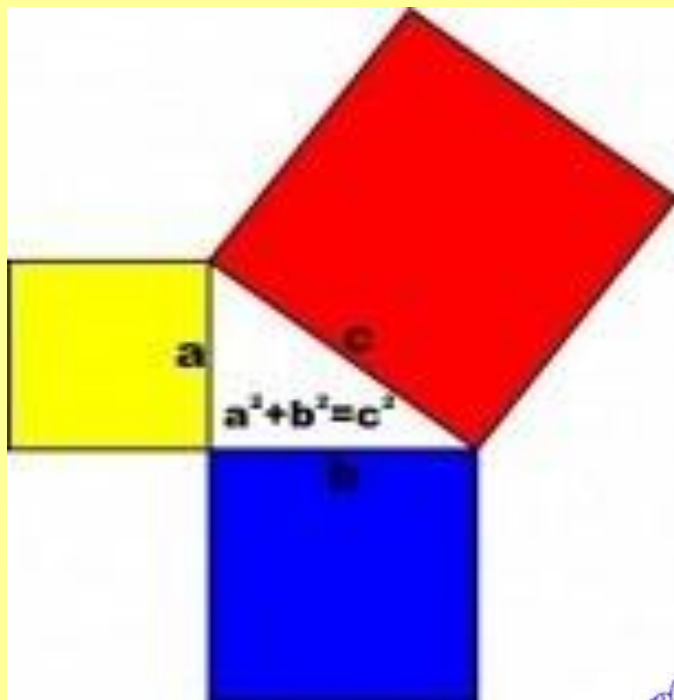
Алгебраическая
формулировка:

В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов



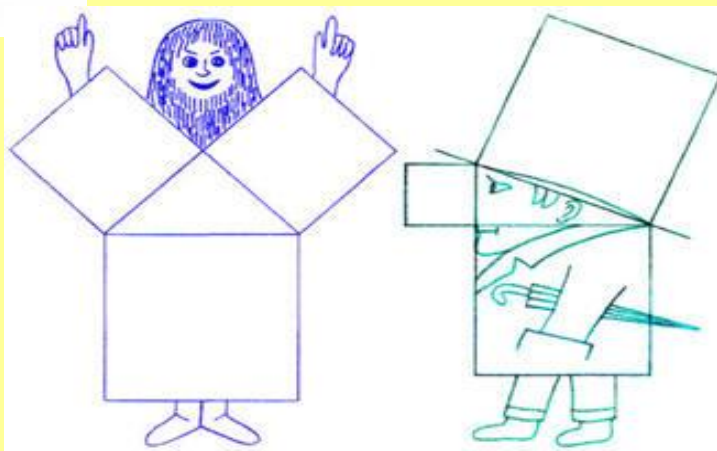
Шутливая формулировка ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА



*Если дан нам треугольник
И притом с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдём:
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим –
И таким простым путём
К результату мы придём.*

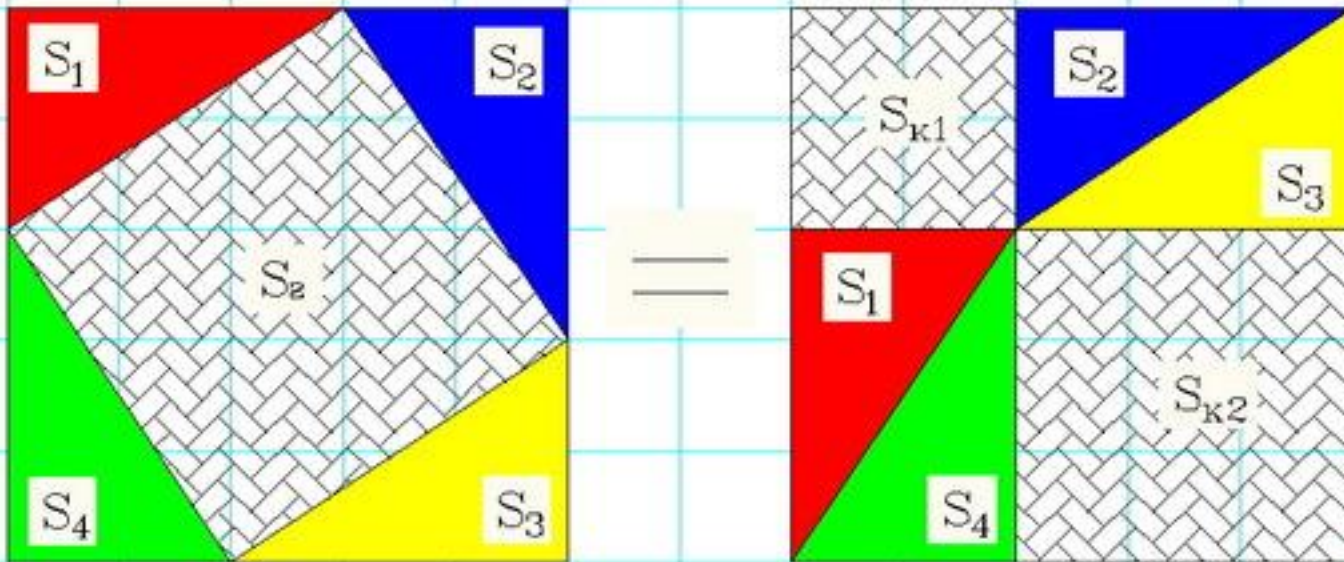
И. Дырченко

**Шаржи
учеников**



Самое простое доказательство теоремы ПИФАГОРА 1

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

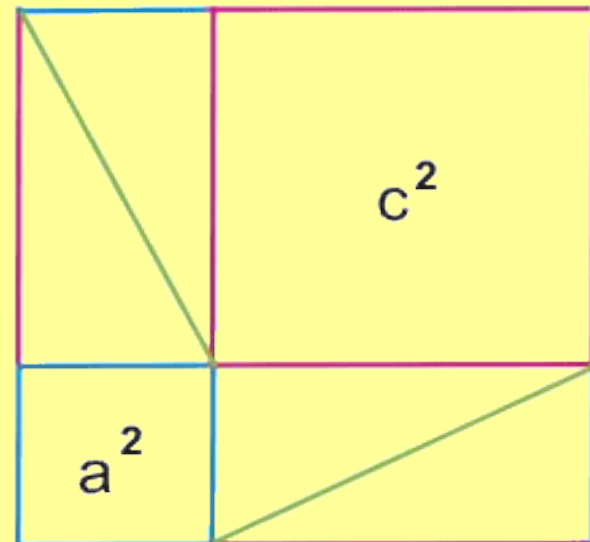
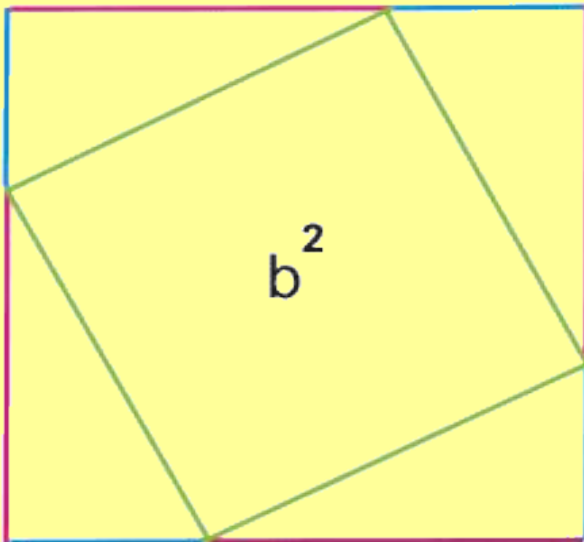


$$S_2 + S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = S_{k1} + S_{k2} + S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

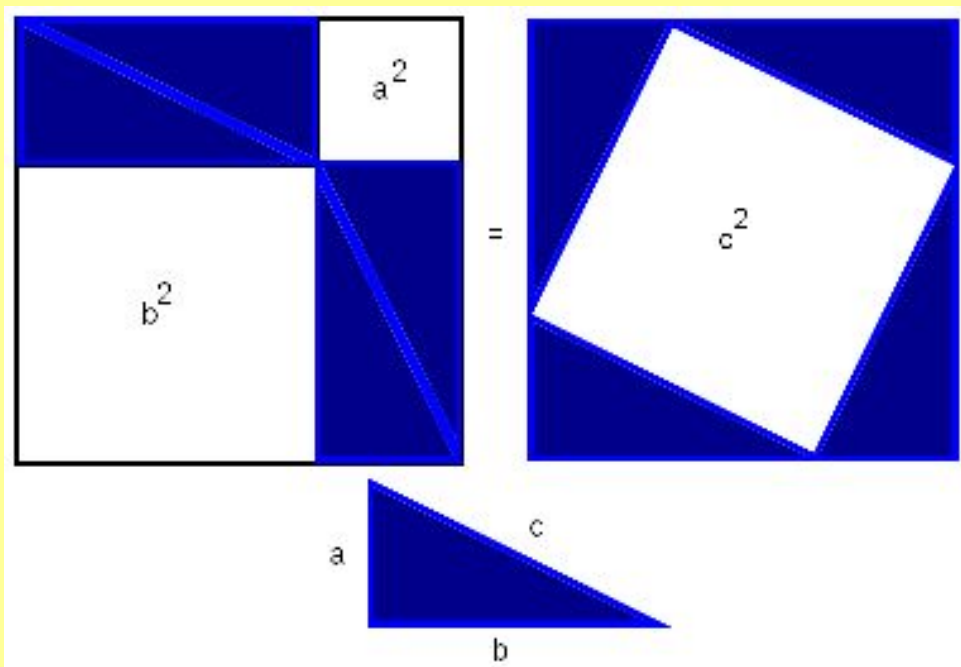
$$S_2 = S_{k1} + S_{k2}$$

Самое простое доказательство теоремы ПИФАГОРА 2

Рассмотрим квадрат, показанный на рисунке. Сторона квадрата равна $a+c$. В одном случае (слева) квадрат разбит на квадрат со стороной b и четыре прямоугольных треугольника с катетами a и c . В другом случае (справа) квадрат разбит на два квадрата со сторонами a и c . Таким образом получаем, что площадь квадрата со стороной b равна сумме площадей квадратов со сторонами a и c .



Доказательство через равнодополняемость



*Расположим четыре равных
прямоугольных
треугольника так, как
показано на рисунке.*

*Четырёхугольник со
сторонами с является
квадратом, так как сумма
двух острых углов 90° , а
развёрнутый угол — 180° .*

*Площадь всей фигуры равна,
с одной стороны, площади
квадрата со стороной
 $(a+b)$, а с другой стороны,
сумме площадей четырёх
треугольников и площади
внутреннего квадрата.*

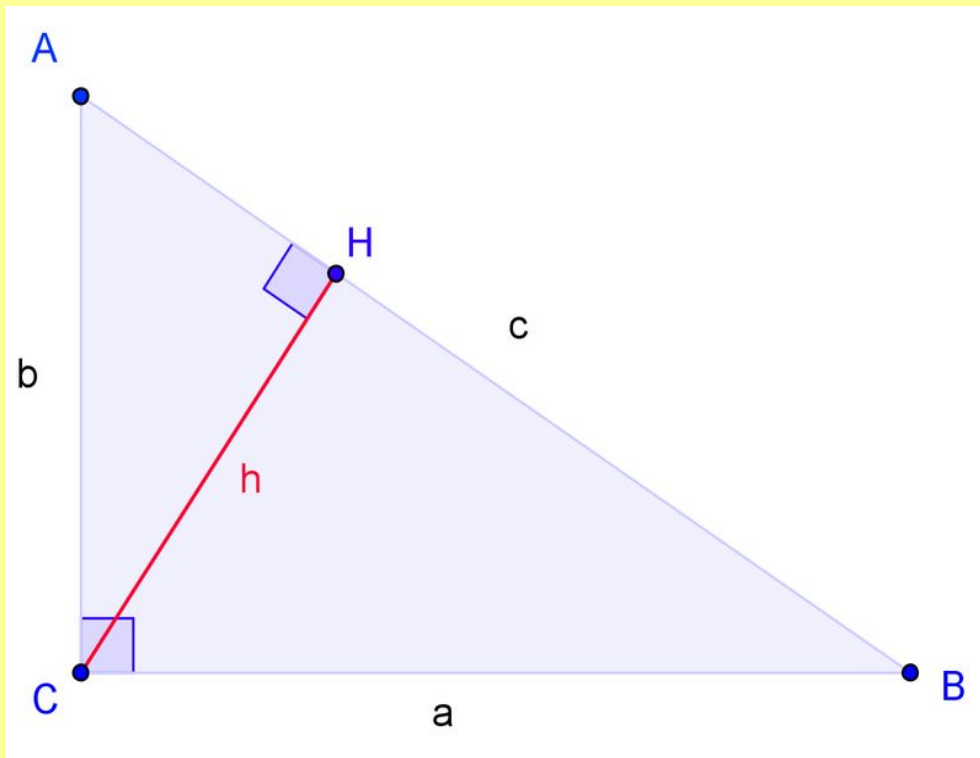
$$(a+b)^2 = 4 \cdot \frac{ab}{2} + c^2;$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2;$$

$$c^2 = a^2 + b^2;$$

Что и требовалось доказать.

Доказательство через подобные треугольники



Пусть ABC есть прямоугольный треугольник с прямым углом C . Проведём высоту из C и обозначим её основание через H . Треугольник AHC подобен треугольнику ABC по двум углам. Аналогично, треугольник CBH подобен ABC . Введя обозначения:

$$|BC| = a, |AC| = b, |AB| = c$$

получаем $\frac{a}{c} = \frac{|HB|}{a}, \frac{b}{c} = \frac{|AH|}{b}$.

Что эквивалентно

$$a^2 = c \cdot |HB|; b^2 = c \cdot |AH|.$$

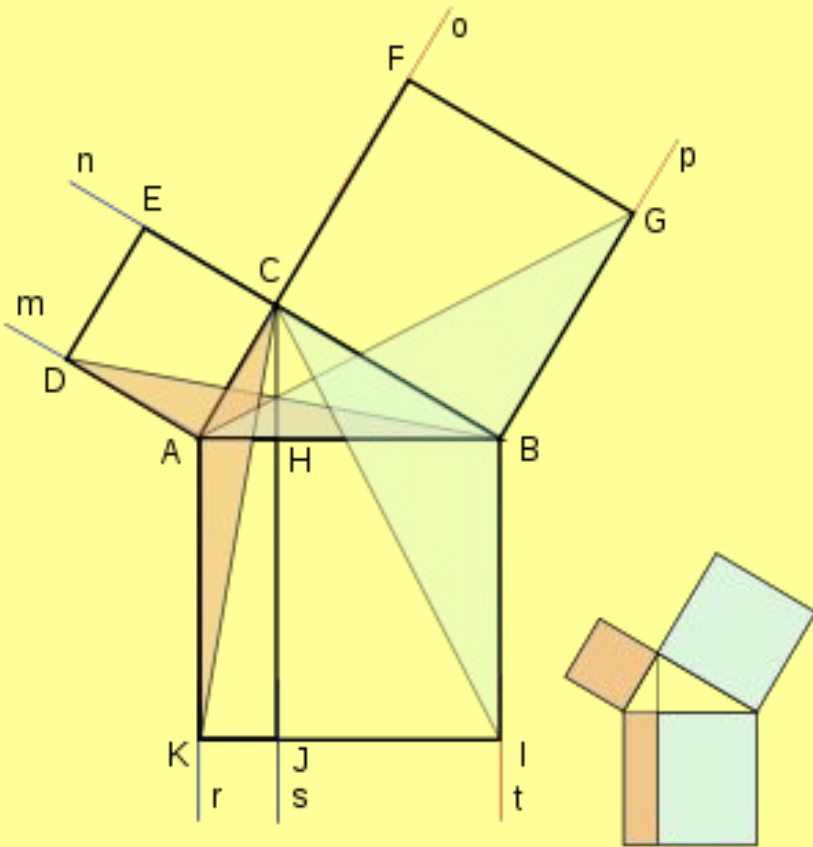
Сложив, получаем

$$a^2 + b^2 = c \cdot (|HB| + |AH|) = c^2.$$

или

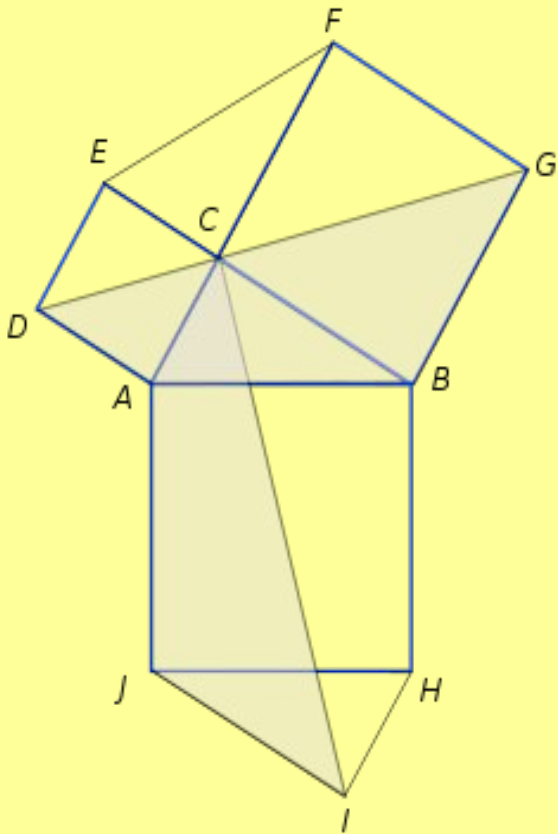
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Доказательство ЕВКЛИДА



- *Идея доказательства Евклида состоит в следующем: попробуем доказать, что половина площади квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, а тогда и площади большого и двух малых квадратов равны.*
- *Рассмотрим чертеж слева. На нём мы построили квадраты на сторонах прямоугольного треугольника и провели из вершины прямого угла C луч s перпендикулярно гипотенузе AB, он пересекает квадрат ABIK, построенный на гипотенузе, на два прямоугольника — BNJI и НАКJ соответственно. Оказывается, что площади данных прямоугольников в точности равны площадям квадратов, построенных на соответствующих катетах.*

Доказательство ЛЕОНАРДО да ВИНЧИ



Главные элементы доказательства — симметрия и движение.

Рассмотрим чертёж, как видно из симметрии, отрезок CI пересекает квадрат $ABHJ$ на две одинаковые части (так как треугольники ABC и JHI равны по построению). Пользуясь поворотом на 90 градусов против часовой стрелки, мы усматриваем равенство заштрихованных фигур $CAJI$ и $GDAB$. Теперь ясно, что площадь заштрихованной нами фигуры равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, и площади исходного треугольника. С другой стороны, она равна половине площади квадрата, построенного на гипотенузе, плюс площадь исходного треугольника.

Доказательство Эйнштейна

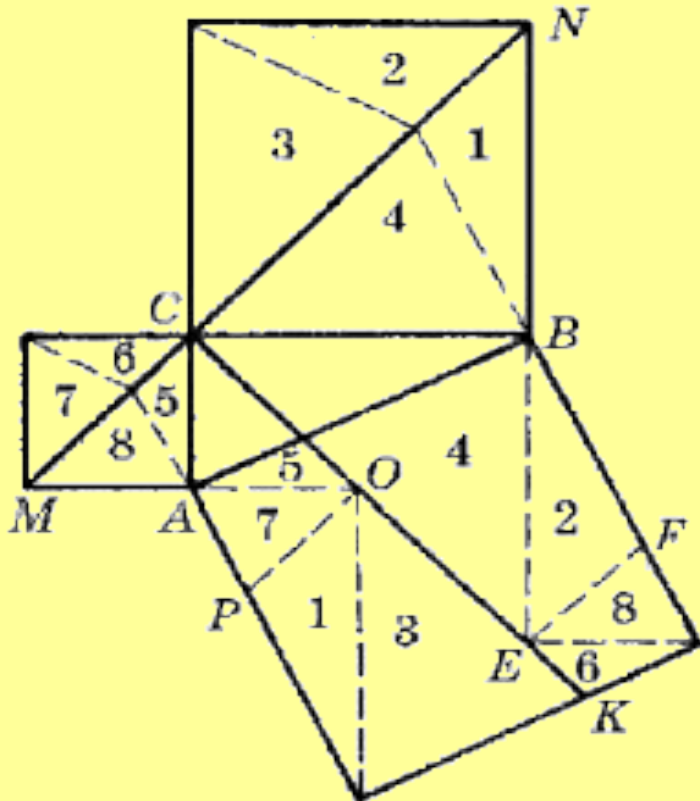
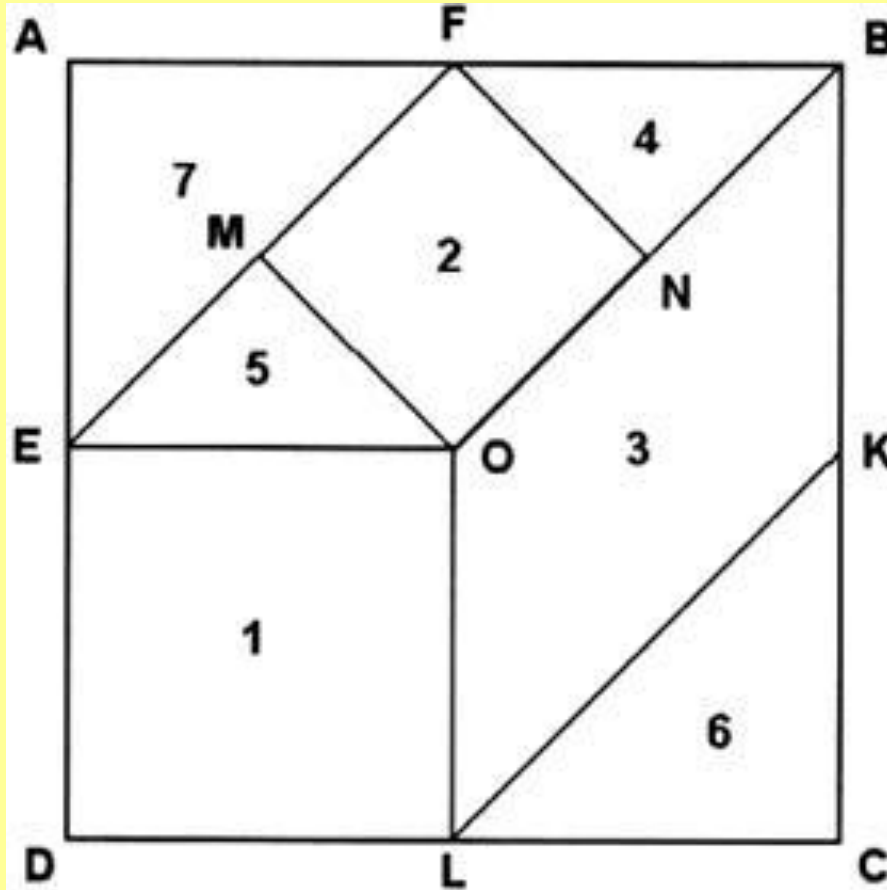


Рис. 3

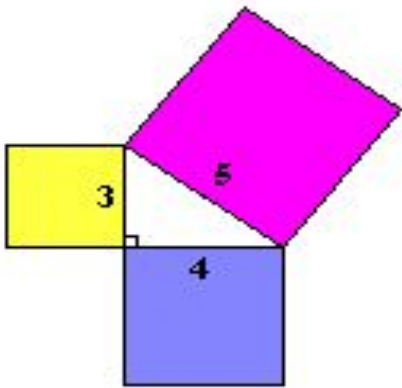
- Доказательство Эйнштейна (рис. 3) основано на разложении квадрата, построенного на гипотенузе, на 8 треугольников.
- Здесь: ABC – прямоугольный треугольник с прямым углом C ; $COMN$; $SKMN$; $POEF$; $PO \parallel MN$; $EF \parallel MN$.
- Самостоятельно докажете попарное равенство треугольников, полученных при разбиении квадратов, построенных на катетах и гипотенузе.

ПИФАГОРОВА ГОЛОВОЛОМКА

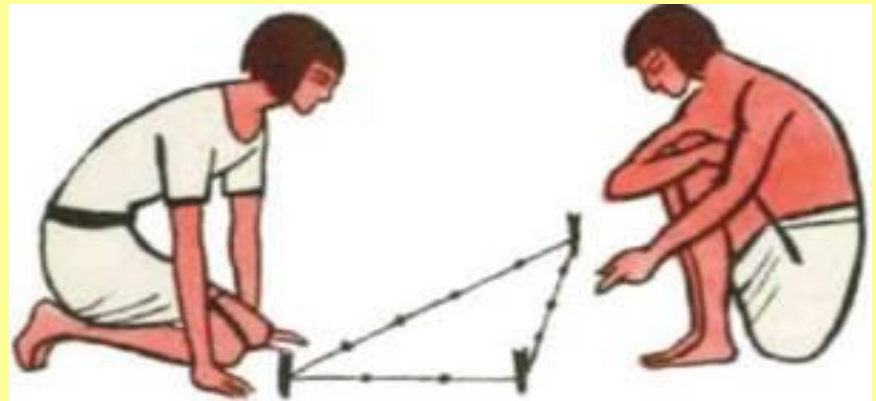


Из семи частей квадрата составить снова квадрат, прямоугольник, равнобедренный треугольник, трапецию. Квадрат разрезается так: E, F, K, L - середины сторон квадрата, O - центр квадрата, $OM \perp EF$, $NF \perp EF$.

Египетский треугольник



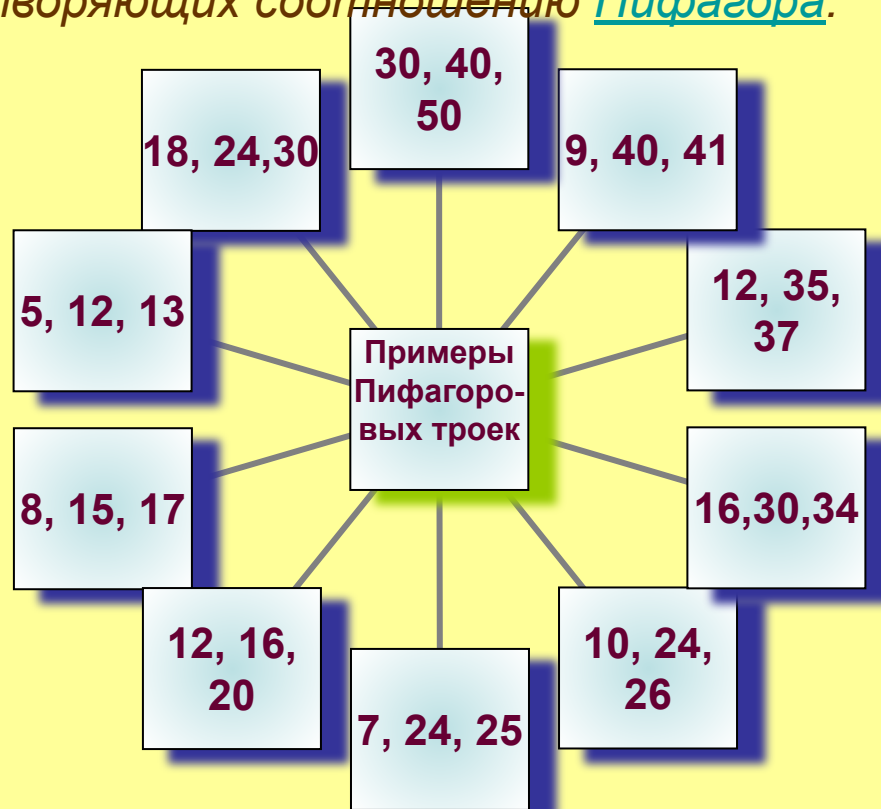
Египетский треугольник — прямоугольный треугольник с соотношением сторон 3:4:5. Особенностью такого треугольника, известной ещё со времён античности, является то, что при таком отношении сторон теорема Пифагора даёт целые квадраты как катетов, так и гипотенузы, то есть 9:16:25. Египетский треугольник является простейшим (и первым известным) из Героновых треугольников — треугольников с целочисленными сторонами и площадями.



Пифагоровы тройки

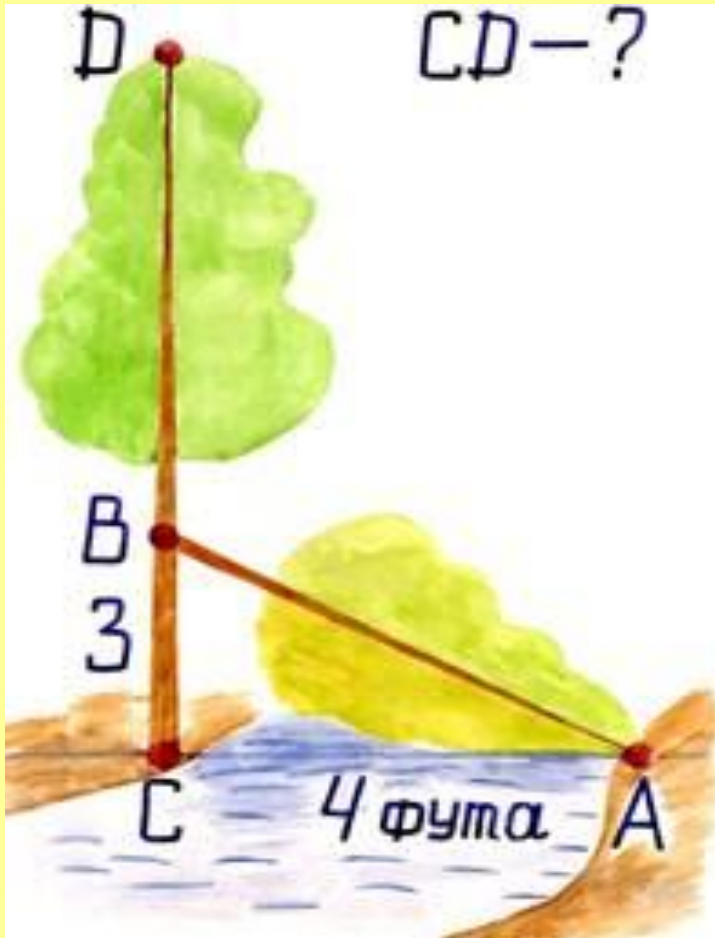
В математике пифагоровыми числами (пифагоровой тройкой) называется кортеж называется кортеж из трёх целых чисел называется кортеж из трёх целых чисел удовлетворяющих соотношению Пифагора:

$$x^2 + y^2 = z^2.$$



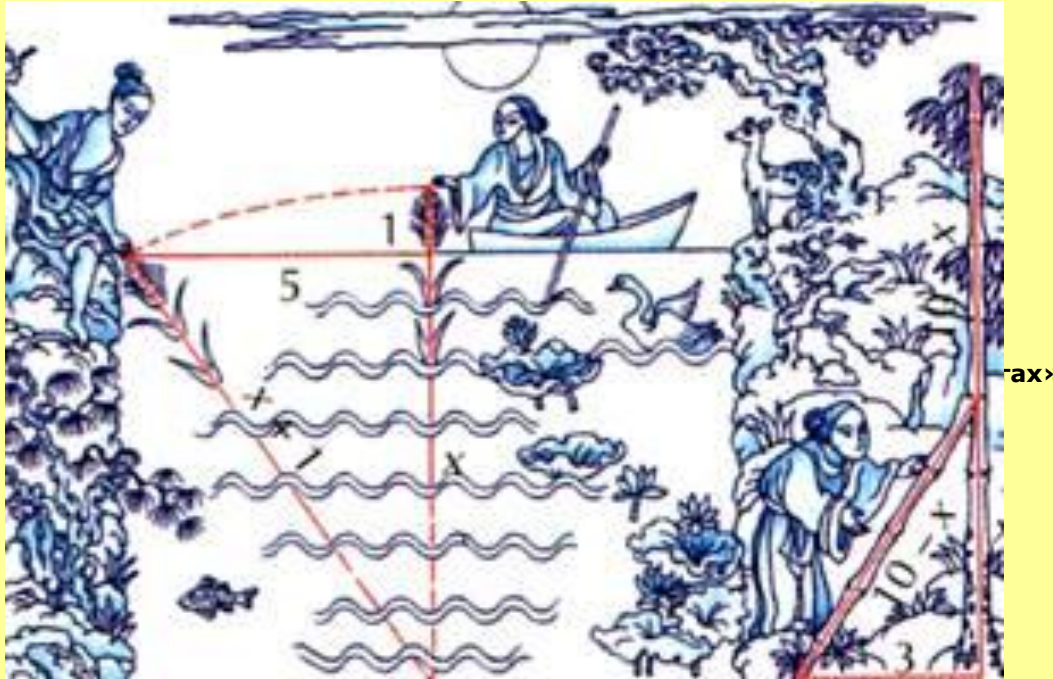
Пифагоровы тройки известны очень давно. В архитектуре древнемесопотамских надгробий встречается равнобедренный треугольник, составленный из двух прямоугольных со сторонами 9, 12 и 15 локтей. Пирамиды фараона Снофру (XXVII век до н. э.) построены с использованием треугольников со сторонами 20, 21 и 29, а также 18, 24 и 30 десятков египетских локтей.

Задача индийского математика XII века Бхаскары



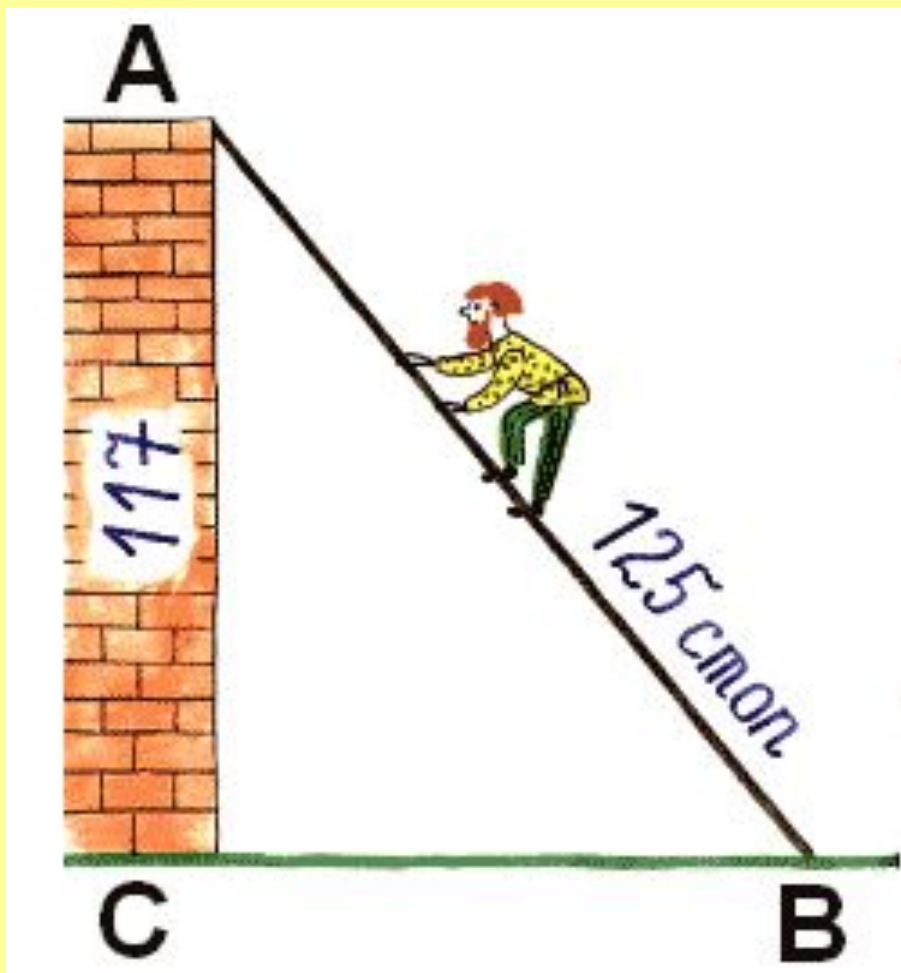
- *«На берегу реки рос тополь одинокий.
Вдруг ветра порыв его ствол надломал.
Бедный тополь упал. И угол прямой
С течением реки его ствол составлял.
Запомни теперь, что в этом месте река
В четыре лишь фута была широка
Верхушка склонилась у края реки.
Осталось три фута всего от ствола,
Прошу тебя, скоро теперь мне скажи:
У тополя как велика высота?»*

Задача из китайской «Математики в девяти книгах»



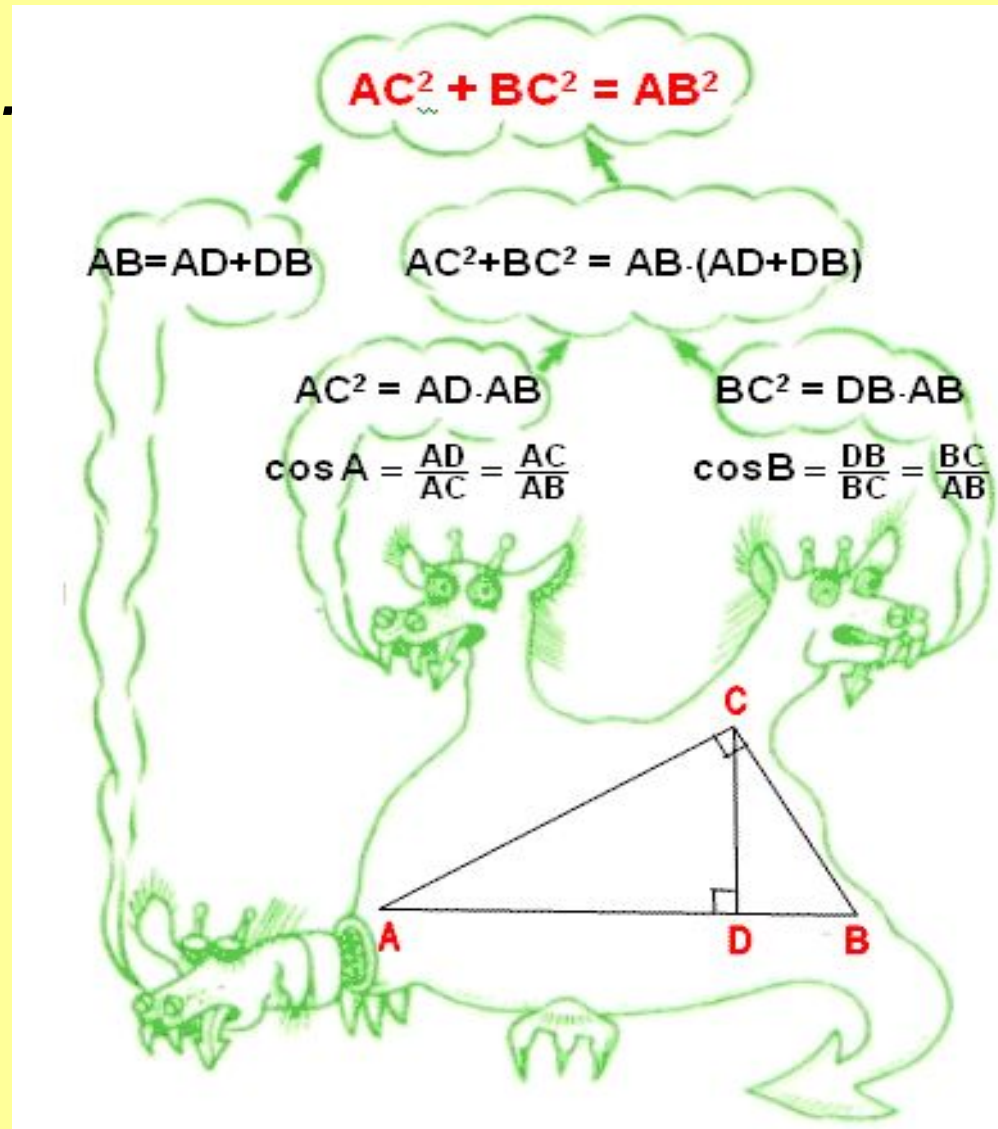
«Имеется водоем со стороной в 1 чжан = 10 чи. В центре его растет камыш, который выступает над водой на 1 чи. Если потянуть камыш к берегу, то он как раз коснётся его. Спрашивается: какова глубина воды и какова длина камыша?».

Задача из учебника «Арифметика» Леонтия Магницкого



*«Случися некому
человеку к стене
лестницу прибрати,
стены же тоя высота
есть 117 стоп. И
обреете лестницу
долготью 125 стоп. И
ведати хочет, колико
стоп сея лестницы
нижний конец от стены
отстояти иматъ».*

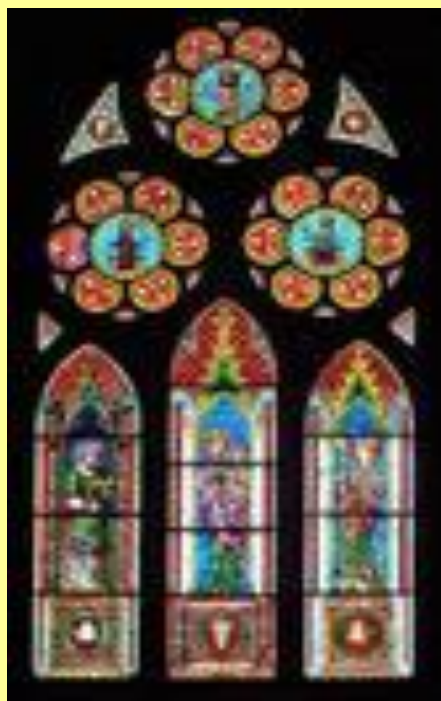
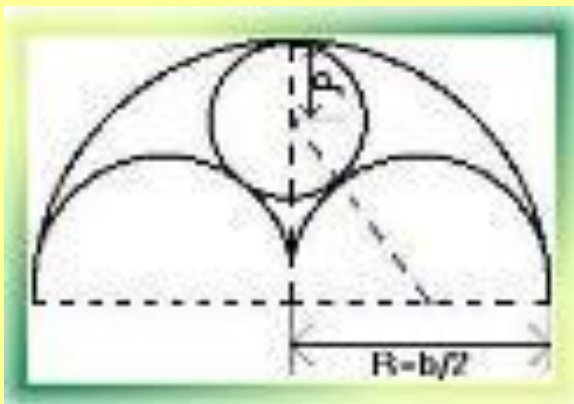
Опорный сигнал к теореме



Отрубил Иван-царевич дракону голову, а у него две новые выросли.

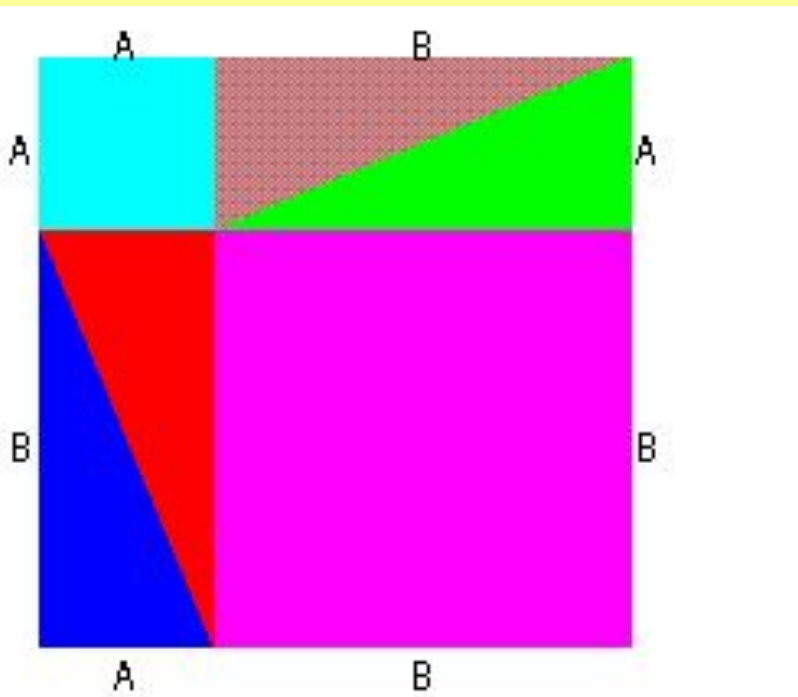
На математическом языке это означает: провели в D ABC высоту CD , и образовалось два новых прямоугольных треугольника ADC и BDC .

Теорема ПИФАГОРА в архитектуре



В зданиях готического и романского стиля верхние части окон расчленяются каменными ребрами, которые не только играют роль орнамента, но и способствуют прочности окон.

О теореме ПИФАГОРА



*Уделом истины не может быть забвенье,
Как только мир ее увидит взор;
И теорема та, что дал нам Пифагор,
Верна теперь, как в день ее рожденья.
За светлый луч с небес вознес благодаренье
Мудрец богам не так, как было до тех пор.
Ведь целых сто быков послал он под топор,
Чтоб их сожгли как жертвоприношенья.
Быки с тех пор, как только весть услышат,
Что новой истины уже следы видны,
Отчаянно мычат и ужаса полны:
Им Пифагор навек внушил тревогу.
Не в силах преградить той истине дорогу
Они, закрыв глаза, дрожат и еле дышат.*

**А. фон Шамиссо
(Перевод А. Хованского)**



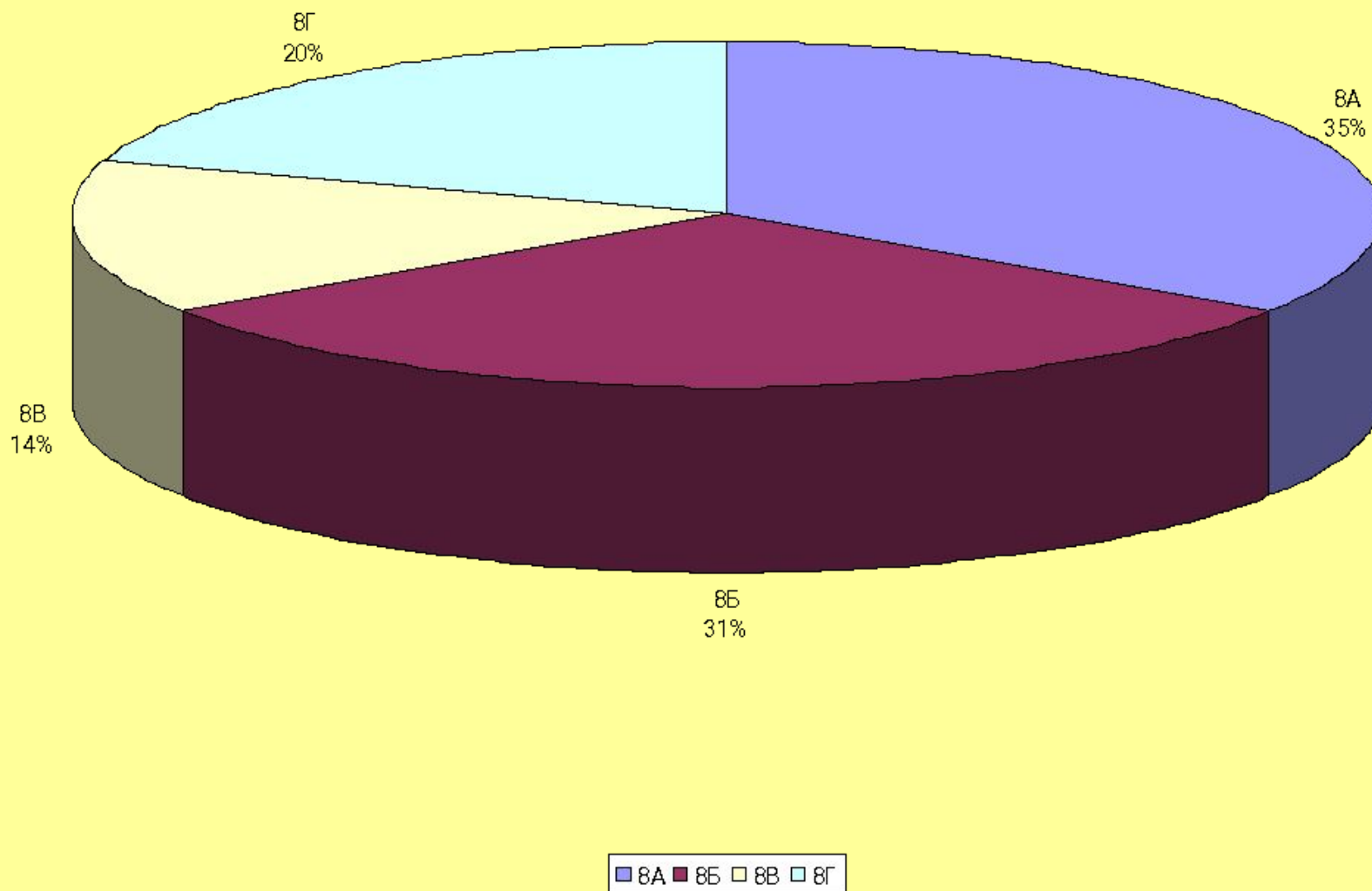
**«Будь справедлив и в словах
и в поступках своих...»**

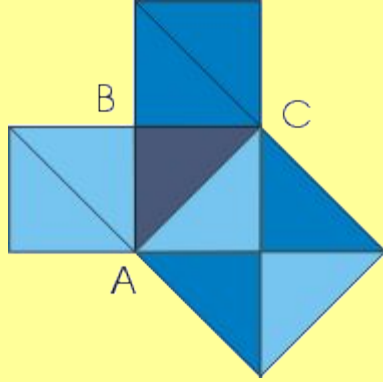
ПИФАГОР



Пифагор среди учеников

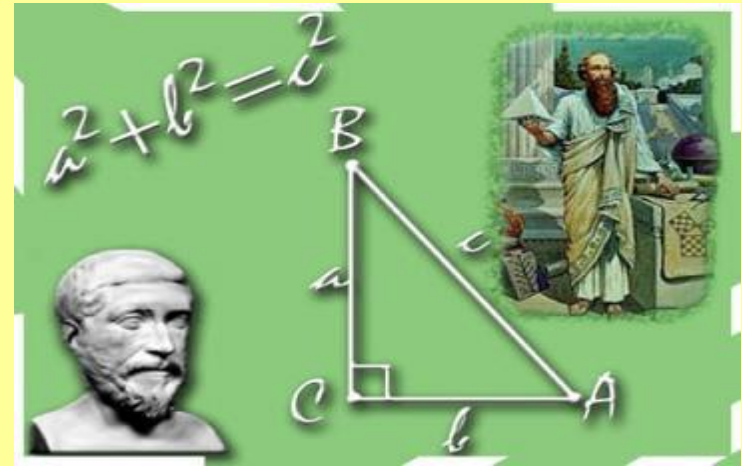
Уровень обученности учащихся 8 классов по теме: «Теорема Пифагора»





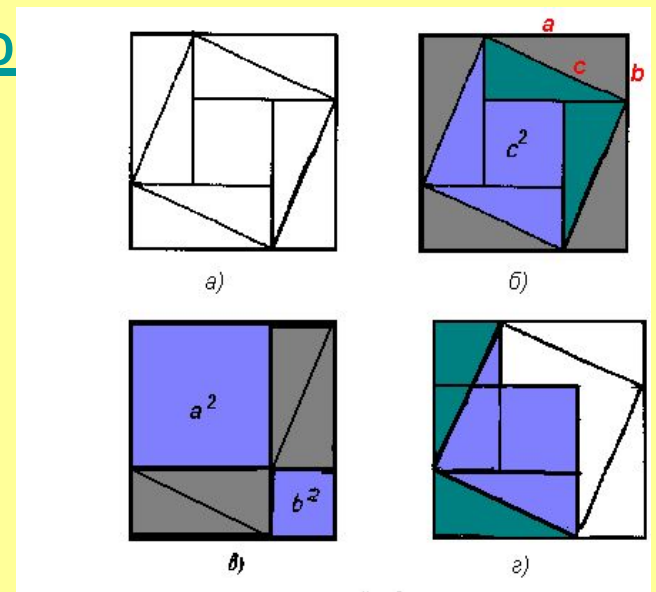
ВЫВОДЫ

- Теорема Пифагора-одна из главных и, можно сказать, самая главная теорема геометрии .
- Теорема Пифагора триедина: это простота – красота – значимость.
- Мы познакомились с некоторыми доказательствами теоремы Пифагора. В настоящее время известно более 100 различных доказательств этой знаменитой теоремы.
- Есть доказательства, которые рассчитаны на то, что по готовым рисункам, можно воспроизвести доказательство самостоятельно. А это воспитывает познавательный интерес и логическое мышление.
- До сих пор вызывают интерес древние практические задачи, говорящие об уровне развития прикладной математики в древние века.



Используемые материалы

- Википедия
- <http://ru.wikipedia.org/wiki/%>
- wiki.kamqpu.ru
- portfolio.1september.ru
- pifagor.edunet.uz
- [http://manuscript.h1.ru/
manuscript.htm?/pythagor/
theorema/teorpyf.htm](http://manuscript.h1.ru/manuscript.htm?/pythagor/theorema/teorpyf.htm)





СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ